

## UN TEST DE OCURRENCIA DE RÉCORDS. APLICACIÓN A SERIES DE PRECIPITACIÓN MÁXIMA DIARIA ESPAÑOLAS

José Antonio López Díaz<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Agencia Estatal de Meteorología (AEMET), Calle Leonardo Prieto Castro, 8, 28040, Madrid (España),  
jlopezd@aemet.es

Los récords climáticos son objeto de gran atención por la sociedad en general, y en particular por los medios de comunicación. Esto no es de extrañar pues la superación de un récord anterior en una serie climática es un acontecimiento singular, ya que implica que la variable climática de que se trate alcanza valores que nunca antes alcanzó, al menos en el registro disponible en el momento y que integra la serie climática correspondiente. Una pregunta natural es en qué medida la mayor frecuencia de récords en tiempos recientes es significativa estadísticamente, pues está claro que si una serie presenta tendencia creciente tenderá a tener más frecuencia de récords en los últimos años que si no tuviera tendencia. En este sentido la frecuencia de récords en una serie puede ser un indicador de tendencia en los extremos de la serie, aunque si lo que queremos es estudiar la tendencia en extremos existen otros métodos más potentes, pues el limitarse a los récords supone despreciar gran parte de la información existente en el conjunto de valores por encima de un umbral alto. Pero no cabe duda de que tiene interés abordar el análisis estadístico de los récords dado su innegable atractivo.

Para el análisis estadístico necesitamos conocer cómo se distribuye el número de récords en una serie perfectamente aleatoria, en concreto como hipótesis nula del test pondremos que la serie contenga realizaciones de variables aleatorias sucesivas con la misma distribución de probabilidad e independientes entre sí. En estas condiciones se puede demostrar que la ocurrencia de un récord en la posición  $N$  de la serie tiene probabilidad  $1/N$ , y que es un suceso independiente de la ocurrencia de record en cualquier otro lugar. Para calcular la probabilidad de que en una serie aleatoria simple el número de récords en un tramo de la serie tome un valor dado se puede usar el resultado anterior, pero el cálculo es algo complejo. Se ha desarrollado un enfoque recursivo para hacer el cálculo, basado en condicionar a la posición del último récord de la serie antes del final del tramo. Con esto se puede calcular el  $p$ -valor de un test sobre el número de récords, en concreto que ese número supere un umbral dado.

Este test se ha aplicado a un conjunto de series de precipitación máxima anual de 76 observatorios españoles, en el periodo 1946-2015, con datos suficientes. En concreto se ha planteado el test sobre número de récords en la última mitad de la serie, y también el test sobre el número total de récords. Los resultados indican cierta tendencia a aumento de número de récords con el tiempo, con un 24% de las series significativas al 5% para el test sobre número de récords en la segunda mitad. En cambio para el test sobre el número total de récords hay un 11% de resultados significativos al 5%. Se discute la interpretación de estos resultados, y la problemática que presentan los niveles de significación en una variable discreta como el número de récords que toma valores tan bajos.

**Palabras clave:** récords, extremos climáticos, precipitación diaria máxima

### Datos

Se han seleccionado en el Banco Nacional de Datos Climatológicos de la AEMET las series de precipitación diaria máxima anual en el periodo de 70 años 1946-2015 con más de 60 años de datos, lo que ha dado un total de 76 observatorios. En la figura 1 se muestra la distribución de las series según el número de años con dato.

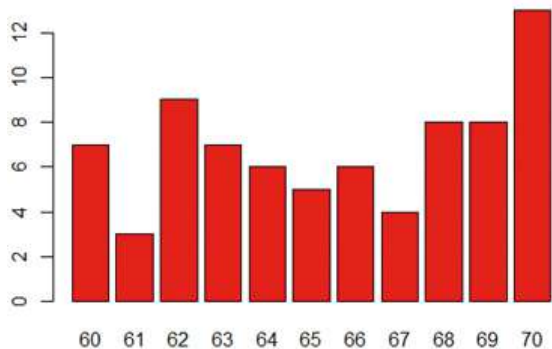


Fig.1: n° de series (ordenadas) de precipitación máxima anual según la longitud en abscisas

La distribución por cuencas hidrográficas de los observatorios seleccionados se muestra en la tabla 1.

CUENCA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B	C
Nº OBS	6	5	15	5	4	4	1	12	6	13	2	3

Tabla 1: Distribución por cuencas de los observatorios. Cuencas en el Banco de Datos: 0- Pirineo Oriental, 1- Norte, 2-Duero, 3-Tajo, 4-Guadiana, 5-Guadalquivir, 6-Sur, 7-Segura, 8-Júcar, 9-Ebro, B-Baleares, C-Canarias

### Metodología

Para construir un test de tendencia basado en el número de récords es preciso conocer propiedades básicas de esta variable aleatoria para una serie que no tenga ninguna tendencia y sea lo más sencilla estocásticamente. El resultado fundamental es que para una serie de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (aleatoria simple), la ocurrencia de un récord en la posición N es un suceso independiente de la ocurrencia de récord en cualquier otro lugar, y que su probabilidad es 1/N (Resnick 1987). A este respecto conviene precisar lo que se entiende por récord: un récord es un valor al menos igual que el máximo de todos los anteriores de la serie (aunque no se aplica en este trabajo, con modificaciones triviales se define un récord por el lado de los valores bajos). La prueba de que la probabilidad de récord en la posición N es 1/N es fácil si se repara en que para una serie aleatoria como la considerada aquí, las distintas ordenaciones relativas en cuanto a magnitud de los N primeros valores tienen todas la misma probabilidad (está claro que al tener todas las variables la misma distribución, y ser independientes, ninguna ordenación relativa puede tener preferencia). Si represen-

tamos cada ordenación relativa asignando un número entero entre 1 y  $N$  a cada uno de los  $N$  primeros valores de la serie según su posición en la serie ordenada (su rango), se deduce que el rango en la posición  $N$  puede ser cualquiera de los  $N$  valores 1, 2, ...,  $N$ , todos con la misma probabilidad. Y para que se tenga récord se precisa que el rango sea precisamente  $N$ , por tanto su probabilidad es  $1 / N$ . Una consecuencia remarcable y ciertamente contra-intuitiva es que la esperanza matemática del tiempo de espera hasta el primer récord en serie aleatoria simple es infinita.

La prueba de la independencia de los sucesos "ocurrencia de récord en posición  $N$ " y "ocurrencia de récord en posición  $M$ ",  $M > N$ , es más compleja, pero puede intuirse si se repara en que independientemente de que haya o no récord en  $M$ , todas las ordenaciones relativas de los primeros  $N$  valores tienen la misma probabilidad. Este es un resultado notable por su simplicidad, y al mismo tiempo un tanto paradójico, pues la independencia estocástica implica que, en una serie perfectamente aleatoria, del hecho de que recientemente hayan sucedido varios récords no se deduce que la probabilidad de que ocurra uno nuevo sea inferior, o a la inversa, la ausencia durante un tiempo prolongado de récords no aumenta la probabilidad de uno nuevo. Esto es un reflejo del hecho de que un número alto de récords en un tramo no se asocia a valores altos de la variable, sino a la ordenación relativa de los mismos.

Para construir un test de tendencia basado en la ocurrencia de récords una posibilidad estriba en calcular las probabilidades, bajo la hipótesis nula de serie aleatoria simple, de que un tramo de la serie tenga un número dado de récords. Se puede hacer esto directamente empleando el resultado anterior, considerando exhaustivamente todas las posibilidades de posiciones para el número deseado de récords. Esto requiere un número considerable de posibilidades, en concreto para un tramo con  $L$  valores, las posibilidades para  $R$  récords son  $L!/R!(L-R)!$ . Para cada una de estas posibilidades se calcula la probabilidad correspondiente (producto de  $L$  términos para ocurrencia o no de récord en cada una de las  $L$  posiciones), y se suman. Este cálculo es algo complejo, y por ello se ha desarrollado un enfoque recursivo alternativo, basado en condicionar a la posición del último récord de la serie antes del final del tramo. Por cualquiera de estas formas se puede calcular el  $p$ -valor de un test de tendencia basado en el número de récords en un tramo dado, que será la probabilidad que ese número supere un umbral dado bajo la hipótesis nula.

Se ha planteado el test sobre número de récords de dos formas, según el tramo escogido para contabilizar los récords. En primer lugar se aplicó sobre la longitud total de la serie, y a continuación sobre la última mitad de la serie. Ambos tests resultarán significativos (al 5%) si el número de récords es superior al esperado en condiciones de aleatoriedad, y por tanto un resultado significativo indica tendencia al aumento de récords, en principio en consonancia con serie de tendencia creciente.

Por otra parte cabe señalar que un aumento del número de récords no equivale a tendencia creciente sin más, lo que sucede es que la tendencia creciente claramente implica un aumento del número de récords (siempre respecto a serie aleatoria), pero la inversa no es necesariamente cierta. Basta considerar una serie de valores alternantes con amplitud creciente de las oscilaciones, que evidentemente presentará un número

muy grande de récords, al superar cada máximo positivo los valores anteriores, pero puede perfectamente no mostrar una tendencia global creciente, ya que esta última depende del comportamiento en conjunto de todos los valores. El estudio de la frecuencia de récords abre por tanto perspectivas novedosas respecto al comportamiento de las series, al permitir evaluar la tendencia de la variable climatológica en cuestión a efectuar “excursiones” hacia valores nunca antes alcanzados, frecuente pero no necesariamente asociado a una tendencia global creciente.

### Resultados globales

En la tabla 2 se muestran, para el conjunto de series, los números de series clasificados en una tabla de doble entrada, según que cada uno de los tests de frecuencia de récords descritos (tramo igual al total de la serie, o tramo igual a la segunda mitad) hayan resultado significativos al 5% o no. Vemos que hay un total de 14 series, un 18.4% del total, para las que el test aplicado a toda la serie no da significación, pero en cambio el test aplicado a la segunda mitad sí. Esta caso sería el que indicaría con más claridad que en los años más recientes ha aumentado la frecuencia de récords, pero que la serie de por sí no tiene una tendencia excesiva a producir récords sin más, como ocurriría si fuera muy oscilante. El caso complementario es el de las 4 series para las que hay tendencia en número total de récords pero no en el número en la segunda mitad, lo que apunta a un comportamiento, bien homogéneo en el tiempo, por ejemplo tendencia creciente global, bien más tendencia al principio que al final. Por último tenemos cuando hay una frecuencia alta significativa de récords tanto en la segunda mitad como en el conjunto de la serie (celda inferior derecha), con 4 series (5.3%), que es compatible con una tendencia homogénea creciente de la serie o bien con una acentuación de la tendencia en años recientes.

#	NoSig2	Sig2	%	NoSig2	Sig2
NoSigTot	54	14	NoSigTot	71.1	18.4
SigTot	4	4	SigTot	5.3	5.3

Tabla 2: resultados para el test de frecuencia de récords aplicado al total de la serie (SigTot) y a la segunda mitad (Sig2). En la tabla izquierda nº de series en cada clase, en la de la derecha su porcentaje respecto al total de series.

La valoración de la significación de los tests mostrada en el párrafo anterior es tan solo aproximada debido al carácter discreto de la variable aleatoria número de récords. Esto hace que no exista propiamente un nivel exacto de significación al 5%, ya que la variable da saltos discretos y toma valores relativamente pequeños.

N récords	≥ 4	≥ 5	≥ 6	≥ 7	≥ 8	≥ 9	≥ 10
Prob (%)	80,3	59,2	34,2	19,7	10,5	3,9	0,0

Tabla 3: probabilidades de superar el nº de récords indicado en serie aleatoria de 70 valores

Esto se ilustra en la tabla 3, que contiene para series aleatorias de tamaño 70 como las estudiadas la probabilidad de que se superen números de récords crecientes. Se observa que los umbrales de nº de récords más próximos al 5% son 8 y 9, pero las probabilidades correspondientes dejan un amplio margen de incertidumbre. Por ello se ha valorado la significación del nº de récords, tanto total como en la segunda mitad, de otra forma: calculando, para los umbrales de número de record próximos y superiores al 5% de probabilidad de excedencia, la probabilidad de que en conjuntos aleatorios de 76 series de 70 años (como la muestra) se excedan al menos tantas veces como en la muestra estudiada. Para el test basado en nº de récords totales (ver tabla 4, última fila), resulta una probabilidad de un 21,3% para igualar o superar las 8 excedencias del umbral 8 récords, y una probabilidad de un 36,9% para igualar o superar el número de excedencias 3 del umbral de 9 récords. Estos resultados indican que globalmente no se detecta una tendencia clara al aumento de récords en estas series.

N récords serie	≥ 7	≥ 8	≥ 9
N series muestra	15	8	3
N series aleatorias	13,0	5,7	2,2
Prob (%)	31,8	21,3	36,9

Tabla 4: para los umbrales de nº de récords en toda la serie indicados (1ª fila), nº de series que igualan o superan el umbral en la muestra de 76 series analizadas (2ª fila), en la 3ª fila los mismos números (valores esperados) que en la fila 2ª suponiendo que las 76 series fueran aleatorias, probabilidad (4ª fila) de obtener un valor tan alto como en la 2ª fila para 76 series aleatorias.

Para el nº de récords en la segunda mitad de las series (tabla 5) el panorama cambia de forma sensible, pues aquí ya existe un umbral, el de alcanzar al menos 2 récords, para el que la muestra de 76 series analizadas se aparta de forma significativa al 5% respecto de lo que cabría esperar en series aleatorias, pues solo hay un 3.0 % de probabilidad de obtener al menos 18 series (las de la muestra) con al menos dos récords si consideramos conjuntos de 76 series de la misma longitud y aleatorias (en estos cálculos se desprecia el pequeño efecto de la variación de la longitud de las series de la muestra entre 60 y 70, fig.1). Con todo, los valores de la tabla muestran que ya para umbral 3 récords no hay significación al 5%, y el resto de los umbrales bordean el 5%, de manera que podemos hablar de una significación límite al 5%.

N récords 2ª mitad	≥ 2	≥ 3	≥ 4	≥ 5
N series muestra	18	5	2	1
N series aleatorias	11,4	2,3	0,4	0,0
Prob (%)	3,0	8,6	5,1	4,2

Tabla 5: como en la tabla 4 para el nº de récords en la segunda mitad de la serie

## Análisis geográfico de los resultados

En la tabla 6 se detallan por provincias los resultados de la significación estadística de los dos tests de número de récords aplicados, tanto sobre la longitud total de la serie

## PREDICCIÓN DE TIEMPO Y CLIMA ORIENTADA A IMPACTOS

(SigTot) como sobre la segunda mitad de la serie (Sig2). En la tabla solo se consignan los observatorios con resultado significativo al 10% (aproximadamente) en al menos uno de los dos tests.

N	INDICATIVO	NOMBRE	PROVINCIA	SigTot	Sig2
1	0203	Malla 'Torrellebreta'	Barcelona	0	2*
2	2125	Riaza	Segovia	2*	0
3	2234	Cervera de Pisuerga	Palencia	3**	2*
4	2236	Pantano de Cervera	Palencia	1	2*
5	2331	Villafria	Burgos	1	0
6	2362	Pantano de Camporredondo	Palencia	3**	3**
7	2441	Aldea del Rey Niño	Ávila	2*	0
8	2661	Virgen del Camino	León	1	2*
9	3536	Hoyos	Cáceres	1	0
10	4016	Argamasilla de Alba	Ciudad Real	0	2*
11	4300	Almadén (Minas)	Ciudad Real	0	2*
12	4511	Jerez de los Caballeros	Badajoz	1	3**
13	5372	Bujalance (Coop. Olivarera)	Córdoba	3**	3**
14	5514	Base Aérea	Granada	0	2*
15	7031	San Javier	Murcia	2*	0
16	7092	Lietor, C.H.S.	Albacete	2*	3**
17	7205	Lorca (Emb. de Puentes)	Murcia	0	2*
18	7228	Alcantarilla	Murcia	1	2*
19	8025	Alicante	Alicante	0	2*
20	8175	Los Llanos	Albacete	1	0
21	8326	Sueca	Valencia	0	3**
22	9223	Yesa (Embalse)	Navarra	0	2*
23	9489	La Sotonera (Embalse)	Huesca	0	2*
24	B606	Felanitx	Baleares	0	2*
25	C449C	Sta.Cruz de Tenerife	Sta. Cruz de Tenerife	2*	0

Tabla 6: Observatorios en que al menos uno de los dos tests de frecuencia de records es significativo al 10%. Col. SigTot para el test de records para el conjunto de la serie, col. Sig2 para el test sobre la segunda mitad de la serie. Clave: 0 No significativo, 1 significativo al 10%, 2\* al 5%, 3\*\* al 1%

En la tabla 7 se muestra el desglose de resultados significativos al 10% por cuencas hidrográficas. Se puede apreciar una importante variación en los resultados en términos de porcentaje de casos significativos, sin duda relacionada con el reducido número de series disponibles con dato para aplicar los tests. Dentro de esa importante variación podemos discernir que es sobre todo en cuencas meridionales, como Guadiana, Guadalquivir y Júcar, donde el porcentaje de observatorios con n° de récords en la segunda mitad de la serie es más elevado. En esta tabla la última columna contiene el nivel de significación de las series con el test de tendencia global de Man-Kendall.

CUENCA	N	SigTot	SigTot (%)	Sig2	Sig2(%)	TendGlobal
PIRINEO ORIENTAL	6	0	0,0	1	16,7	1
NORTE	5	0	0,0	0	0,0	0
DUERO	15	7	46,7	4	26,7	3
TAJO	5	1	20,0	0	0,0	0
GUADIANA	4	1	25,0	3	75,0	0
GUADALQUIVIR	4	1	25,0	2	50,0	1
SUR	1	0	0,0	0	0,0	0
SEGURA	12	3	25,0	3	25,0	0
JÚCAR	6	1	16,7	2	33,3	0
EBRO	13	0	0,0	2	15,4	0
BALEARES	2	0	0,0	1	50,0	0
CANARIAS	3	1	33,3	0	0,0	0

Tabla 7: Para cada cuenca hidrográfica por columnas: nº total de observatorios (N), nº de observatorios en que el test global es significativo al 10% (SigTot), el número anterior como % del total, nº de observatorios en que el test sobre récords en la segunda mitad de la serie es significativo al 10% (Sig2), el número anterior como % del total, y nº de series con tendencia global creciente significativa al 5% (TendGlobal).

La cuenca del Duero desentona con el resto de las cuencas de la mitad norte, tanto por el número relativamente elevado de series disponibles como por los resultados de los tests. Un número importante de observatorios en esta cuenca dan significación estadística tanto con el test global como con el test sobre la segunda mitad. En este caso, de acuerdo con la discusión anterior sobre la interpretación de los resultados de estos tests, podría tratarse de un reflejo de la tendencia global creciente de las series, lo que estaría en consonancia con el hecho de que las 3 series con tendencia global creciente (última columna de la tabla) tienen también frecuencia alta de número de récords en segunda mitad. Pero en otras cuencas como Segura y Júcar vemos que puede haber tendencia en número de récords en la segunda mitad sin ir acompañada de tendencia global de la serie (última columna). Esto apuntaría a que existe una propensión de la precipitación anual máxima a mostrar valores muy altos con más frecuencia en años más recientes, pero de forma más bien aislada, de forma que no determinen la aparición de una tendencia global creciente de la serie significativa estadísticamente. Esto es coherente con el hecho de que se trata de una región con clima mediterráneo seco y con gran variabilidad en las precipitaciones, especialmente los picos altos relativamente frecuentes dado el fuerte sesgo positivo de la precipitación diaria en esta región.

## Referencias

- Resnick, S., 1987. Extreme Values, Regular Variation and Point Processes. Springer Series in Operational Research and Financial Engineering. ISBN 978-0-387-75953-1
- Embrechts, P., Klüppelberg, C., Mikosch, T., 1997. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer, Stochastic Modeling and Applied Probability. ISBN 978-3-642-08242-9