

Estudio de los rastros de un tornado

Antonio Soliño Vidal

*Agencia Estatal de Meteorología, Delegación en Illes Balears, España
(Actualmente en situación de retiro) <antonio.solino@gmail.com>*

(Recibido: 23-May-2014. Publicado: 24-Oct-2017)

Resumen

Observando los daños provocados en superficie por el paso de un tornado se pueden estimar algunos parámetros, entre ellos el ancho de la franja de daños provocados por vientos mayores a aproximadamente 118 km/h, y la velocidad máxima alcanzada que se estima por los mayores daños ocasionados. En este trabajo se hace un esquema geométrico de un vórtice en superficie que permite relacionar unos parámetros con otros de modo que, partiendo de un mínimo de datos que puedan recogerse tras el paso de un tornado, se pueda deducir la ubicación del vórtice en la franja de daños, el radio del vórtice, la velocidad tangencial, etc. Los resultados obtenidos con este simple esquema resultan ser similares a los obtenidos por complejos modelos físico-matemáticos de tornados como es el modelo de Kuo.

Palabras clave: Tornado, vórtice, radio del vórtice, velocidad máxima, ancho de la franja de daños.

Abstract

Some parameters can be estimated by observing surface damage caused by the passage of a tornado, including the width of the strip of damage caused by winds greater than approximately 118 km/h, and the maximum speed reached estimated by the higher incurred damages. A geometric outline of a surface vortex is used in this work to allow establishing relationships between some parameters in a way that, starting from a minimum of data that can be collected after the passage of a tornado, vortex location on the fringe of damage, vortex radius, tangential velocity, etc, can be deduced. The results obtained with this simple scheme turn out to be similar to those obtained by complex physical-mathematical tornado models such as the Kuo model.

Key words: Tornado, vortex, vortex radius, maximum speed, width of damage strip.

1. Introducción

Cuando se intenta estudiar un tornado después de haber acontecido, se hace difícil afrontar el problema aplicando modelos de tornados, en parte por su complejidad pero especialmente por el desconocimiento de los muchos datos que se necesitan previamente para el cálculo. Cuando se desconocen esos datos, una manera de intentar el cálculo mediante estos modelos es ir suponiendo o estimando el valor numérico de esos datos desconocidos, y después de obtener varios resultados de situaciones posibles hay que escoger el que más se aproxime a la observación realizada de los daños.

Lo que se pretende en este trabajo es evitar o reducir esta situación de obtener varias supuestas soluciones. Cuando solo se quiere solucionar el problema en superficie, en este trabajo se presenta un sistema de ecuaciones relativamente simple que usa principalmente los pocos datos que se pueden recoger tras el paso de un tornado, y con el que se podría obtener una única solución.

El sistema de ecuaciones deducido está compuesto básicamente por cuatro ecuaciones. Para su resolución solo son necesarios tres datos, la velocidad máxima, el ancho de la franja de daños, y algún otro que por lo general es la velocidad de traslación.

Para ver la diferencia de los resultados obtenidos con este sistema de ecuaciones con los obtenidos por otros métodos, se hicieron algunas comparaciones con los modelos de Dunn y Twisdale (1979 y 1981) y con el modelo de Kuo presentado por Wen y Ang (1975). Cuando se parte de valores comunes, los valores calculados difieren en general con un error relativo menor al 1%. La comparación con el modelo de Kuo es lo que se expone en el presente trabajo.

Se analizan cuatro tornados, uno de los cuales aconteció en Sevilla (España) y fue comentado por Marín Domínguez (1985). Los otros tres acontecieron en San Justo, Morteros y Lincoln (República Argentina). El de San Justo fue estudiado por Altinger de Schwarzkopf y Migliardo (1973), y el de Morteros por Altinger de Schwarzkopf y Rosso (1979).

2. Metodología

En la generalidad de los modelos de tornados se toman los ejes de coordenadas en superficie en las direcciones del viento tangencial al vórtice y del viento radial. De modo que el sistema de coordenadas varía para cada punto del vórtice. Mientras que en este trabajo se toma un sistema de coordenadas fijo para todo el vórtice, donde el eje principal se fija en la dirección de desplazamiento, y en otro eje perpendicular se indica la franja de daños.

Como se muestra en los títulos siguientes, el sistema de ecuaciones es deducido partiendo de suponer un vórtice circular, pero también se podría partir suponiendo uno elíptico. Y las velocidades radial y vertical se las supone en función de la tangencial, como se deduce en los distintos modelos. Y esa relación entre las velocidades se establece tomándola del modelo que se quiere imitar, o según las condiciones que se crean convenientes en cada caso.

Fuera del vórtice, los cálculos se hicieron suponiendo un vórtice de Rankine donde la circulación C se mantiene constante.

Para verificar la consistencia de este sistema de ecuaciones se compararon los resultados de este sistema con los obtenidos usando modelos de tornados conocidos. En este trabajo se analiza la comparación con el modelo de Kuo que es ampliamente conocido y sirvió de base para otros modelos, para ello se utilizó el modelo de Kuo presentado por Wen y Ang (1975).

Para hacer esta comparación se analizaron casos reales de tornados, tomando para el cálculo los mismos datos iniciales en el modelo de Kuo y en el sistema de ecuaciones. Se muestran cuatro casos de esta comparación y se analizan las diferencias en los resultados de ambos.

2.1. Definición de los parámetros usados

En este título se definen los parámetros usados en el sistema de ecuaciones mencionado, y en las figuras que se muestran a continuación se explica la relación y ubicación de dichos parámetros con el vórtice en estudio.

En la figura 1a se esquematiza un movimiento circular de radio R y velocidad angular ω , al que frecuentemente se hará referencia como "vórtice". Todo el sistema está dotado de una velocidad de traslación U que se supone aproximadamente constante y en cuya dirección y sentido se traza el eje x pasando por el centro del vórtice; también se considera una componente tangencial y otra radial de velocidad: V_T y V_R . La velocidad vertical se ha omitido en las representaciones.

Perpendicular al eje x se traza el eje y también por el centro del vórtice. La velocidad angular se considera positiva en el sentido que gira el vórtice, y en ese sentido a partir del eje x se traza el ángulo α que determina la velocidad angular del giro. Y en el mismo sentido en que nace el ángulo α se fija la parte positiva del eje y .

La figura 1 considera el caso de un vórtice que gira en sentido ciclónico en el hemisferio Norte. En este caso el eje y y el ángulo α se trazan hacia el lado izquierdo del eje x . Si el vórtice fuera anticiclónico se dibujarían hacia la derecha.

En la figura 1b se indica el recorrido en superficie de una partícula que circula en dicho vórtice sin ser afectada por la componente radial que se supone nula en esta figura. También se señala la ubicación de los distintos parámetros en la franja de daños.

La figura 1c muestra el perfil de vientos asociado, dentro de la franja de daños.

La nomenclatura usada en estas figuras y a lo largo del trabajo es la siguiente:

a, b, p : Parámetros que varían en función de la distancia r al centro del vórtice.

A_F : Ancho de la franja de daños provocados por vientos superiores a aproximadamente 118 km/h.

A_m, A_n : Distancias desde los extremos de la franja de daños al punto donde $V_X = 0$.

D, d : Distancias de los extremos de la franja de daños al centro del vórtice.

M, N : Distancias desde los extremos de la franja de daños al punto donde se produce la velocidad máxima.

R : Radio del vórtice en superficie.

r : ($> R$) Distancia de un punto, fuera del vórtice, al centro del vórtice.

U : Velocidad de traslación del vórtice.

V_T : Velocidad tangencial en R .

V_R : Velocidad radial en R .

V_Z : Velocidad vertical en R .

V : Velocidad total en R .

V_{max} : Velocidad total máxima en R .

v_T : Velocidad tangencial en r .

$v_{T(y)}$: Velocidad tangencial en un punto "y", fuera del vórtice.

v_R : Velocidad radial en r .

v_Z : Velocidad vertical en r .

$v, v_{(y)}$: Velocidad total en r , o en un punto de y .

w : Velocidad angular, relacionada con la velocidad tangencial.

x : Eje sobre el centro del vórtice en la dirección del desplazamiento (o traslación) del vórtice.

y : Eje sobre el centro del vórtice y perpendicular al desplazamiento.

Y_m : Distancia al eje x del punto en que se obtiene la velocidad total máxima V_{max} en el vórtice de radio R .

Y_0 : Distancia al eje x del punto en que la velocidad total en el vórtice de radio R tiene componente nula en el eje de desplazamiento (x).

En referencia al modelo de Kuo se define:

CL : Altura de la capa límite en el vórtice.

VM : Velocidad tangencial máxima por encima de la capa límite.

RM : Radio del vórtice por encima de la capa límite.

2.2. Relaciones entre los parámetros de un vórtice

A una distancia R del centro se obtiene lo siguiente:

$$\alpha = w \cdot t \quad (\text{siendo } t \text{ el tiempo}) \quad (1)$$

$$V_T = w \cdot R/t \quad (\text{Velocidad tangencial}) \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{R^2 - y^2} \quad (\text{el positivo de la raíz es de } 0 \text{ a } 90^\circ \text{ y de } 270 \text{ a } 360^\circ, \quad (3) \\ \text{y el negativo de } 180 \text{ a } 270^\circ)$$

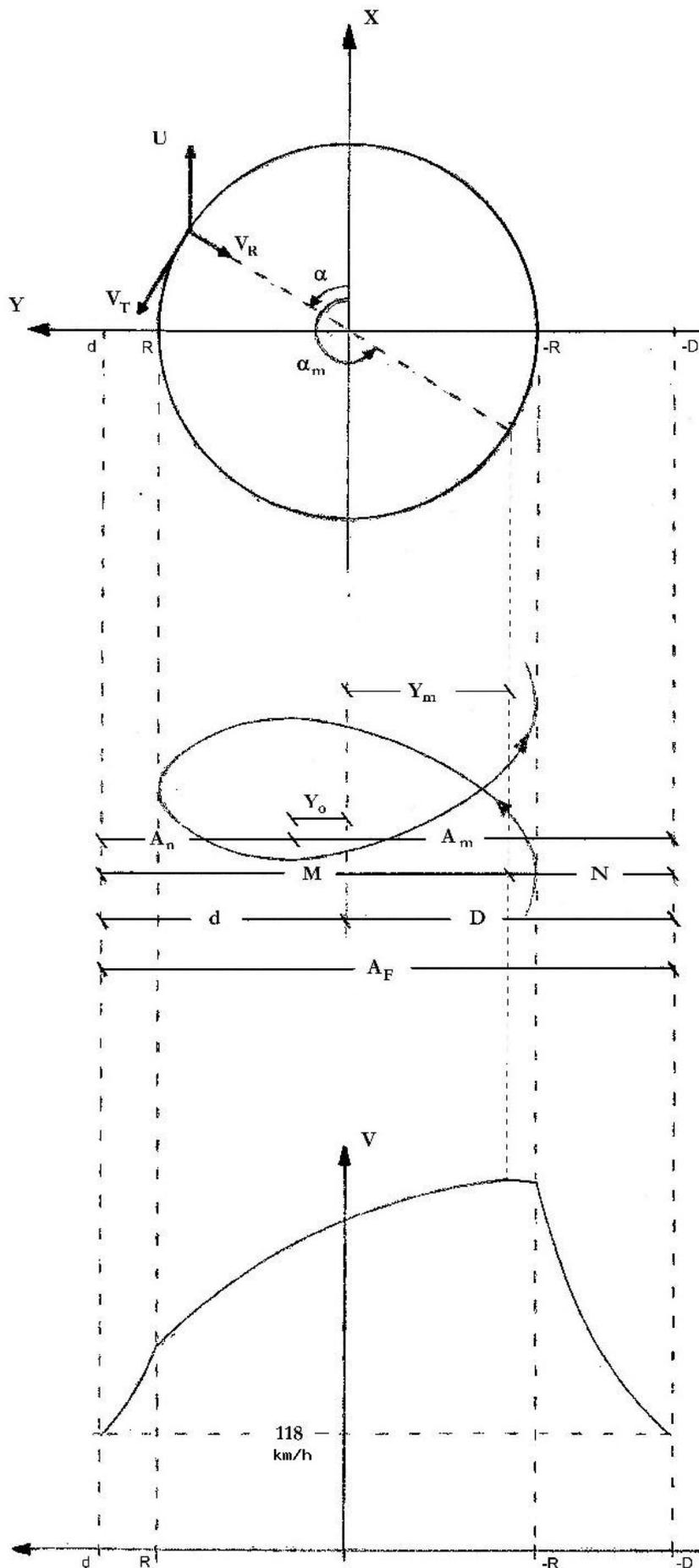


Figura 1:

a) Ubicación de los parámetros en un vórtice de rotación ciclónica en el hemisferio norte.

b) Ubicación de los distintos parámetros en la franja de daños de un cicloide de movimiento circular con una velocidad de traslación U en el eje X (sin velocidad radial).

c) Perfil del viento total dentro de una franja de daños ($V > 118 \text{ km/h}$), en función de la distancia al centro del vórtice.

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} = \frac{\pm \sqrt{R^2 - y^2}}{R} \quad (4)$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{R} \quad (5)$$

Las velocidades radial, V_R , y vertical, V_Z , se pueden expresar en función de V_T , siendo a y b coeficientes que varían en función de la distancia r al centro del vórtice:

$$V_R = a_R \cdot V_T \quad (6)$$

$$V_Z = b_R \cdot V_T \quad (7)$$

La velocidad de una partícula puede descomponerse de la siguiente manera, donde el signo negativo que precede al coseno hace corresponder el signo positivo de la raíz a la parte posterior del vórtice (x negativos, y α de 90 a 270°):

$$V_X = U - V_T \operatorname{sen} \alpha - V_R \cos \alpha = U - V_T \frac{y}{R} \mp V_R \frac{\sqrt{R^2 - y^2}}{R} = U - \frac{V_T}{R} (y \pm a_R \sqrt{R^2 - y^2}) \quad (8)$$

El cambio de signo en la última expresión asigna el negativo de la raíz al x negativo.

$$V_Y = V_T \cos \alpha - V_R \operatorname{sen} \alpha = \pm V_T \frac{\sqrt{R^2 - y^2}}{R} - V_R \frac{y}{R} = \frac{V_T}{R} (\pm \sqrt{R^2 - y^2} - a_R y) \quad (9)$$

$$V_Z = b_R \cdot V_T \quad (10)$$

De estas ecuaciones la velocidad total V en el vórtice de radio R resulta ser:

$$V^2 = [U - \frac{V_T}{R} (y + a_R \sqrt{R^2 - y^2})]^2 + [\frac{V_T}{R} (\pm \sqrt{R^2 - y^2} - a_R y)]^2 + [b_R V_T]^2 \quad (11)$$

$$\Rightarrow V^2 = U^2 + V_T^2 (1 + a_R^2 + b_R^2) - 2 \frac{U \cdot V_T}{R} (y \pm a_R \sqrt{R^2 - y^2}) \quad (12)$$

Donde el signo positivo en la raíz corresponde a la parte delantera del vórtice (x positivo), y el negativo a la parte trasera, que es donde se producen las máximas velocidades en comparación con la delantera.

El perfil del viento total máximo que afectan un corte transversal al desplazamiento (lo que corresponde a valores sobre el eje y), se indica en la figura 1 (abajo). El cálculo de estos valores máximos está dado por la ecuación 12, cuando se está en el vórtice (entre $+R$ y $-R$), haciendo corresponder a la raíz el signo negativo. Y para una distancia y mayor a R puede calcularse aproximadamente partiendo de la velocidad tangencial, suponiendo un vórtice de Rankine donde la circulación C se mantiene constante:

$$C = v_{T(y)} \cdot y^{p_y} \Rightarrow V_T \cdot |R|^{p_y} = v_{T(y)} \cdot |y|^{p_y} \quad (13)$$

En un punto del semieje $y > R$ las componentes de la velocidad v_y son:

$$v_{(y)X} = U - v_{T(y)}$$

$$v_{(y)Y} = v_{R(y)} = -a_y \cdot v_{T(y)}$$

$$v_{(y)Z} = b_y \cdot v_{T(y)}$$

$$\Rightarrow v_{(y)}^2 = (U - v_{T(y)})^2 + (a_y \cdot v_{T(y)})^2 + (b_y \cdot v_{T(y)})^2 \quad (14)$$

$$= U^2 + v_{T(y)}^2(1 + a_y^2 + b_y^2) - 2 \cdot U \cdot v_{T(y)} \quad (15)$$

En un punto del semieje $y < 0$ la velocidad total es:

$$v_{(y)} = U + v_{T(y)}$$

$$v_{(y)Y} = v_{R(y)} = a_y \cdot v_{T(y)}$$

$$v_{(y)Z} = b_y \cdot v_{T(y)}$$

$$\Rightarrow v_{(y)}^2 = (U + v_{T(y)})^2 + (a_y \cdot v_{T(y)})^2 + (b_y \cdot v_{T(y)})^2 \quad (16)$$

$$= U^2 + v_{T(y)}^2(1 + a_y^2 + b_y^2) + 2 \cdot U \cdot v_{T(y)} \quad (17)$$

Donde p , al igual que a y b , dependen de la distancia al centro del vórtice. Sus valores aumentan al aumentar los obstáculos en superficie (edificios, árboles, etc.), y disminuyen con la ausencia de estos.

Para hacer la comparación con el mencionado modelo de Kuo, se tomaron los valores de a , b y p que surgen de dicho modelo para los cálculos a 7 metros de altura, suponiendo la capa límite CL a 150 metros de altura con las relaciones $R/RM = 0,551$ y $VT/VM = 0,9995$ (tabla 1). Condiciones que se repiten para los cálculos en las tablas 2 a 5.

Tabla 1: Valores de los parámetros a , b y p obtenidos con el modelo de Kuo para 7 metros de altura, capa límite a 150 m de altura, $R/RM = 0,551$ y $VT/VM = 0,9995$.

r/R	a	b	p
1.0	0.15	1.16	
1.5	0.54	1.60	1.326
2.0	0.70	1.78	1.762
2.5	0.63	1.27	1.772
3.0	0.61	0.74	1.747
3.5	0.61	0.38	1.727

En el vórtice, en R , las velocidades totales máxima y mínima, dependen de U en la dirección del eje x , por lo tanto se alcanzan cuando V_X es máxima o mínima. Entonces de la ecuación 8 es:

$$\frac{dV_X}{d\alpha} = 0 \Rightarrow -V_T \cdot \cos \alpha + V_R \cdot \sin \alpha = 0 \quad (18)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{V_T}{V_R} = \frac{V_T}{a_R V_T} = \frac{1}{a_R} \quad (19)$$

Si, como se indica en la tabla anterior, se acepta en $y = R$ el valor de $a = 0,15$, resulta:

$$\tan \alpha = \frac{1}{a_R} = \frac{1}{0,15} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \alpha_i \simeq 81,469^\circ \text{ (velocidad mínima) } \text{ y } \alpha_m \simeq 261,469^\circ \text{ (velocidad máxima)}$$

Se pueden obtener los mismos resultados, pero en función de y , de la siguiente manera:

$$\frac{dV_X}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{V_T}{R} \left(1 + \frac{a_R \cdot y}{\sqrt{R^2 - y^2}}\right) = 0 \tag{21}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{a_R \cdot y}{\sqrt{R^2 - y^2}} = 0 \tag{22}$$

$$\Rightarrow Y_i = \frac{R}{+\sqrt{1+a_R^2}} \text{ (punto de velocidad total mínima)} \tag{23}$$

$$\Rightarrow Y_m = \frac{R}{-\sqrt{1+a_R^2}} \text{ (punto de velocidad total máxima)} \tag{24}$$

Entonces, la velocidad máxima se produce en el vórtice (sobre el cual a_R tiene valores relativamente pequeños). Si se acepta $a_R = 0,15$, entonces $y \simeq -0,9889 R$, $R \simeq -1,0112 y$, por lo que resulta ser aproximadamente $y \simeq -R$ y $V_{max} \simeq V_{(-R)}$.

Sustituyendo la expresión 24 en la ecuación 12 resulta:

$$V_{max}^2 = U^2 + V_T^2(1 + a_R^2 + b_R^2) + 2 \cdot \sqrt{1 + a_R^2} \cdot U \cdot V_T \tag{25}$$

De esta ecuación 25 se deduce la velocidad tangencial:

$$V_T = \frac{-\sqrt{1 + a_R^2} \cdot U + \sqrt{(1 + a_R^2) \cdot U^2 - (1 + a_R^2 + b_R^2)(U^2 - V_{max}^2)}}{1 + a_R^2 + b_R^2} \tag{26}$$

La ecuación 12 también sirve para expresar el viento total en un círculo de radio r tal que $r > R$ (que es lo que se halló en las ecuaciones 15 y 17). En este caso, en $|y| = r$, la velocidad total resulta ser:

$$v_{(y)}^2 = U^2 + v_{T(y)}^2(1 + a_y^2 + b_y^2) - 2 \cdot U \cdot v_{T(y)} \cdot \frac{y}{|y|} \tag{27}$$

Ecuación que coincide con la 15 y 17, pues es el mismo razonamiento.

En esta ecuación 27, que abarca posiciones alejadas del vórtice, a puede tomar valores que no pueden despreciarse. De esta ecuación se obtiene la expresión de la velocidad tangente en y :

$$v_{T(y)} = \frac{\frac{y}{|y|} U + \sqrt{U^2 - (1 + a_y^2 + b_y^2)(U^2 - v_{(y)}^2)}}{1 + a_y^2 + b_y^2} \tag{28}$$

En $y = -D$, e $y = +d$, es $v = 118 \text{ km/h}$; entonces resulta:

$$v_{T(-D)} = \frac{-U + \sqrt{U^2 - (1 + a_D^2 + b_D^2)(U^2 - 118^2)}}{1 + a_D^2 + b_D^2} \tag{29}$$

$$v_{T(+d)} = \frac{U + \sqrt{U^2 - (1 + a_d^2 + b_d^2)(U^2 - 118^2)}}{1 + a_d^2 + b_d^2} \tag{30}$$

Se observa que es $v_{T(+d)} > v_{T(-D)}$, lo cual es correcto pues en D es $118 \simeq v_{T(-D)} + U$, y en d es $118 \simeq v_{T(+d)} - U$.

2.3. Parámetros que pueden obtenerse de la observación

Entre los parámetros más notables que se pueden obtener observando los daños provocados por un tornado, destaca la velocidad máxima del viento V_{max} que se expresó en la ecuación 25. La observación de los mayores daños permite estimar esta velocidad y en consecuencia determinar la clasificación del tornado en la escala Fujita.

Otro parámetro fundamental que se determina en la observación es el ancho de la franja de daños afectados por vientos superiores a 118 km/h, y que en la figura 1b corresponde a las expresiones:

$$A_F = D + d \quad (31)$$

$$A_F = M + N \quad (32)$$

$$A_F = A_m + A_n \quad (33)$$

Donde D y d , como se observa en la figura 1b, son las distancias del centro del vórtice al borde de la franja de daños. Distancias que hay que determinar mediante el cálculo ya que son imposibles de estimar.

M y N son las distancias entre la zona de mayores daños (donde se ubica la velocidad total máxima V_{max}) y los bordes de la franja de daños (donde la velocidad total es $V = 118$ km/h). Estas distancias se pueden determinar en ciertas ocasiones.

En la figura 1b, Y_0 indica la zona en que $V_X = 0$. En este caso en la ecuación 8 resulta:

$$Y_{0\pm} = \frac{R}{V_T(1+a_R^2)} \left(U \pm a_R \sqrt{V_T^2(1+a_R^2) - U^2} \right) \quad (34)$$

y

$$Y_0 = \frac{R \cdot U}{V_T(1+a_R^2)} \quad (35)$$

Correspondiendo el signo negativo de la raíz a la parte delantera del vórtice, y el positivo a la trasera. Y_0 es el punto medio entre Y_{0+} e Y_{0-} (asociados a A_{m+} y a A_{m-} respectivamente), y es el valor que se representa en la figura 1b.

En esos puntos varía la dirección en que se producen los daños. Con respecto a Y_{0+} , en la zona A_{m+} de la figura 1b los daños tienen componente en la dirección en que se traslada el vórtice, y en la zona A_{n+} tienen componente en dirección contraria. Y a la inversa con respecto a Y_{0-} . En el tornado de Morteros (Córdoba, Argentina), que se analizará más adelante, se hizo un detallado esquema del movimiento de los objetos llevados por el viento lo que permitió ubicar el punto Y_{0+} . En zonas de cultivos es donde mejor se pueden determinar estos puntos.

En la figura 1b se puede ver gráficamente cómo se cumplen las siguientes relaciones:

$$d = A_n + Y_0 \quad (36)$$

y

$$A_m = D + Y_0 \quad (37)$$

o

$$D = A_m - Y_0 \quad (38)$$

Si en el recorrido del tornado se pudiera determinar una línea donde se producen los daños máximos, las distancias de esa línea hasta d o D están dadas por M y N como se indica en la figura 1b, y se obtienen las expresiones escritas a continuación. Esta situación fue posible en el tornado de Lincoln (Provincia de Buenos Aires, Argentina):

$$M = d + \frac{R}{\sqrt{1+a_R^2}} \simeq d + R \quad (39)$$

y

$$N = D - \frac{R}{\sqrt{1+a_R^2}} \simeq D - R \quad (40)$$

2.4. Sistema de ecuaciones

Se tiene así un sistema de ecuaciones formado principalmente por las cuatro ecuaciones A, B, C (C1 ó C2), y D que se muestran seguidamente. Fijando de antemano los parámetros a , b , p , mediante la tabla 1, se tienen 5 incógnitas: D , d , R , U y V_T .

A) Franja de daños: $A_F = D + d$ (31)

B) En el vórtice, la velocidad tangencial es:

$$V_T = \frac{-\sqrt{1+a_R^2} \cdot U + \sqrt{(1+a_R^2) \cdot U^2 - (1+a_R^2+b_R^2)(U^2-V_{max}^2)}}{1+a_R^2+b_R^2} \quad (26)$$

C) En d :

C1) Si $d < R$:

En la ecuación 12, cuando $y = d$ es $V = 118$ km/h. Como los rastros analizados corresponden a la máxima velocidad, debe tenerse en cuenta la parte trasera del vértice, y entonces corresponde el signo negativo en la raíz. Así resulta:

$$118^2 = U^2 + V_T^2(1+a_R^2+b_R^2) - 2 \frac{U \cdot V_T}{R} (d - a_R \sqrt{R^2 - d^2}) \quad (41)$$

C2) Si $d > R$, de las ecuaciones 13 y 30 resulta:

$$V_T \cdot R^{pd} = \frac{U + \sqrt{U^2 - (1+a_d^2+b_d^2)(U^2 - 118^2)}}{1+a_d^2+b_d^2} \cdot d^{pd} \quad (42)$$

D) En D , de las ecuaciones 13 y 29 resulta:

$$V_T \cdot |R|^{pD} = \frac{-U + \sqrt{U^2 - (1+a_D^2+b_D^2)(U^2 - 118^2)}}{1+a_D^2+b_D^2} \cdot |D|^{pD} \quad (43)$$

Al ser cuatro ecuaciones para resolver cinco variables (D , d , R , U y V_T), para que el sistema tenga solución debe suponerse un parámetro, por ejemplo U , que suele ser del orden de 30 a 40 km/h, o hallar una ecuación más que no introduzca una nueva incógnita. Esta ecuación podría ser alguna de las que se mencionaron con los números 32 a 38.

En este sistema de ecuaciones, las 41 (C1) y 42 (C2) se descartan mutuamente, pues la primera se refiere a cuando el extremo de la franja de daños en la medición d está dentro del vórtice, y la segunda cuando está fuera del vórtice, que es el caso representado en la figura 1c.

- Si $d < R$ corresponde usar la ecuación 41 (en C1), que tiene solución por ser positivo el contenido de la raíz cuadrada. En este caso se descarta la ecuación 42 (en C2).
- Si $d > R$ la ecuación 41 **no** tiene solución por ser negativo el contenido de la raíz cuadrada; en este caso vale la ecuación 42 por estar fuera del vórtice.

El parámetro d indica la distancia del centro del vórtice al extremo de la franja de daños donde el valor del viento total es $v_{T(+d)} \simeq 118$ km/h. Con la ecuación 30, cuando $d = R$ es $v_{T(+d)} = V_T$, y con la ecuación 25 tomando $a = 0,15$ y $b = 1,16$ es como se obtienen los valores de la tabla siguiente para $d = R$:

U (km/h)	0	10	20	30	40	50	60
V_{max} (km/h)	120,0	133,6	147,0	160,3	173,3	186,0	198,0

Entonces, cuando $d = R$ se observa que si $V_{max} = 160$ km/h es $U \simeq 30$ km/h. De esto se deduce que si $V_{max} = 160$ km/h y se estima que $U > 30$ km/h, entonces es de esperar que $d < R$, con lo que la ecuación 41 tendrá solución.

Del mismo cuadro de valores también se deduce que si $V_{max} = 180$ km/h y se estima que $U > 45$ km/h, se satisface la ecuación 41.

Por el contrario, si $U = 30$ km/h y $V_{max} > 160$ km/h, o si $U = 40$ km/h y $V_{max} > 173$ km/h, no tendría solución la ecuación 41 y corresponde la opción 42.

En general se puede pensar que si $V_{max} > 180$ km/h, que corresponde a intensidad de tornados F2 o mayor, entonces seguramente sea $d > R$ y corresponda usar la ecuación 42. Salvo para velocidades máximas próximas a 180 km/h y con altas velocidades de traslación.

Y generalmente a los casos de F1 corresponde la ecuación 41, salvo cuando las velocidades máximas están en el límite superior de F1 (aproximadamente de 160 a 180 km/h) con velocidades de traslación menores a unos 40 km/h, donde es probable que corresponda la ecuación 42.

2.5. Solución al sistema de ecuaciones

Para facilitar el cálculo en el sistema de ecuaciones anterior, puede hacerse en las ecuaciones 41, 42 y 43 las siguientes modificaciones, indicadas en las 45, 46 y 47 respectivamente, quedando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\text{A)} \quad D = A_F - d \quad (44)$$

$$\text{B)} \quad V_T = \frac{-\sqrt{1+a_R^2} \cdot U + \sqrt{(1+a_R^2) \cdot U^2 - (1+a_R^2+b_R^2)(U^2-V_{max}^2)}}{1+a_R^2+b_R^2} \quad (26)$$

$$\text{C1)} \quad 0 = (U^2 - 118^2) + V_T^2(1 + a_R^2 + b_R^2) - 2 \cdot U \cdot V_T \cdot \left[\frac{d}{R} - a_R \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2} \right] \quad (45)$$

$$\text{C2)} \quad 0 = -V_T + \frac{U + \sqrt{U^2 - (1+a_d^2+b_d^2)(U^2-118^2)}}{1+a_d^2+b_d^2} \cdot \left(\frac{d}{R}\right)^{Pd} \quad (46)$$

$$\text{D)} \quad 0 = -V_T + \frac{-U + \sqrt{U^2 - (1+a_D^2+b_D^2)(U^2-118^2)}}{1+a_D^2+b_D^2} \cdot \left(\frac{D}{R}\right)^{PD} \quad (47)$$

Procedimiento de cálculo

La búsqueda de las soluciones al sistema de ecuaciones se realiza partiendo inicialmente de valores arbitrarios de a, b y p . Se toman como valores iniciales de a y b los que corresponden a $r/R = 1$ en la tabla 1. Como valores iniciales de p , si es un tornado intenso, se pueden tomar inicialmente los que corresponden a $r/R > 2$. Con estos valores se intenta hacer un primer cálculo de los distintos parámetros.

Con los resultados obtenidos, según sean las nuevas relaciones d/R y D/R , se buscan nuevos valores para a, b y p deducidos de la tabla 1, y se realiza un segundo cálculo.

Con estos nuevos resultados obtenidos, si se hace un nuevo ajuste en los valores de a, b y p , un tercer cálculo podría dar una mejor aproximación al valor de todos los parámetros.

El ancho de la franja de daños y la velocidad máxima son los parámetros que siempre se suponen conocidos, pero para poder resolver el sistema de ecuaciones se necesita conocer un parámetro más. Dependiendo de este tercer parámetro que se conozca se puede proceder como se indica seguidamente:

i) Conocida, o supuesta, la velocidad de traslación U , además de conocer A_F y V_{max} .

V_{max} es un dato que se supone inicialmente conocido. Si también se dispone del valor de U , entonces la ecuación B (que calcula V_T) tiene solución inmediata (fijados a y b).

En la ecuación 45 (C1), haciendo $d/R = E$, se busca el valor de E que ajusta a dicha ecuación. Si el valor de E supera la unidad, dicha ecuación no tiene solución, por ser negativo el contenido de la raíz; entonces se la descarta y se resuelve la ecuación 46 (C2; significa que $d > R$).

En la ecuación 47 (D), haciendo $D/R = G$, se busca el valor de G que ajusta a dicha ecuación.

Conocidos E y G , como $\frac{d}{R} + \frac{D}{R} = \frac{A_F}{R} \Rightarrow R = \frac{A_F}{E+G} \Rightarrow d = R \cdot E$ y $D = R \cdot G$

ii) Conocidas las distancias A_m y A_n (distancias desde los extremos de la franja de daños al punto donde $V_X = 0$), además de conocer A_F y V_{max} .

Se introduce la ecuación 35 en el sistema de ecuaciones. En las ecuaciones 45 y 46 (C1 y C2) se sustituye (de 36):

$$\frac{d}{R} = \frac{A_n}{R} + \frac{Y_0}{R} \quad (48)$$

En la ecuación 47 (D) se sustituye (de 37):

$$\frac{D}{R} = \frac{A_m}{R} - \frac{Y_0}{R} \quad (49)$$

Y se buscan los valores de U y R que satisfacen las ecuaciones C y D.

Finalmente se calcula la ecuación 36, $d = A_n + Y_0$, y otros parámetros.

iii) Conocidas las distancias M y N (distancias desde los extremos de la franja de daños al punto donde se produce la velocidad máxima), además de conocer A_F y V_{max} .

Se introduce la ecuación 24 en el sistema de ecuaciones. En las ecuaciones 45 y 46 (C1 y C2) se sustituye (de 39 y 24):

$$d = M - Y_m \quad (50)$$

En la ecuación 48 (D) se sustituye (de 31 y 50):

$$D = A_F - M + Y_m \quad (51)$$

Y se buscan los valores de U y R que satisfacen las ecuaciones C y D.

Finalmente se calcula la ecuación 39 y otros parámetros.

3. Aplicación a casos reales

Seguidamente se aplica el sistema de ecuaciones a cuatro casos reales, y se comparan los resultados aplicando el sistema de ecuaciones con los obtenidos aplicando el modelo de Kuo.

En cada caso, en la primera columna figuran algunos de los datos que se introducen en el modelo de Kuo. Algunos son supuestos, entre ellos la altura de la capa límite (CL), el radio máximo del vórtice por encima de la capa límite (RM), y la velocidad máxima por encima de la capa límite (VM). Otros se conocen por la observación, como el ancho de la franja de daños, o la velocidad máxima en superficie.

En la segunda columna figuran los resultados obtenidos por el modelo de Kuo partiendo de los datos de la columna anterior, datos que fueron modificados continuamente hasta lograr como resultado valores que coincidan con los observados (por ejemplo con V_{max} y A_F).

En la tercer columna figuran los datos introducidos en el sistema de ecuaciones. Se introducen los mismos valores de a, b, p que los usados en el modelo de Kuo, y los valores de la observación son reemplazados por las aproximaciones obtenidas con el modelo de Kuo.

En la cuarta columna figuran los valores obtenidos por el sistema de ecuaciones. Estos pueden compararse con los de Kuo pues los valores iniciales introducidos coinciden con los de Kuo.

En la quinta columna se hace un nuevo cálculo con el sistema de ecuaciones, pero ahora independiente del considerado en el modelo de Kuo. Para el cálculo se tomaron los valores de a, b, p de la tabla 1 según la relación r/R , y también se incluyen exactamente los valores observados de V_{max} y A_F .

En la sexta columna figuran los valores obtenidos aplicando el sistema de ecuaciones a los datos puestos en la quinta columna.

Los casos estudiados son los siguientes:

1. Tornado de Sevilla (España) del 27/12/1978.- F3 en la escala Fujita. V_{max} estimada en 280 km/h. Ancho de la franja de daños de 60 m. Y se estima que $U \simeq 28$ km/h.
2. Tornado de San Justo (Prov. de Santa Fe, Argentina) del 10/01/1973.- F5 en la escala Fujita. V_{max} estimada en 500 km/h. Ancho de la franja de daños de 600 m. Y se estimó $U = 60$ km/h.
3. Tornado de Lincoln (Prov. de Buenos Aires, Argentina) del 27/10/1986.- F1 en la escala Fujita. V_{max} estimada en 170 km/h. Ancho de la franja de daños de 270 m. Y se mide $M = 175$ m.
4. Tornado de Morteros (Prov. de Córdoba, Argentina) del 28/10/1978.- F2 en la escala Fujita. V_{max} estimada en 217 km/h. Ancho de la franja de daños de 1000 m. Y se mide $A_{m+} \simeq 583$ m.

Los datos correspondientes a Argentina fueron realizados por un equipo de tres meteorólogos de la Universidad de Buenos Aires, quienes estudiaron por muchos años los tornados en Argentina. Analizaron varios cientos de tornados, y como parte de su actividad recorrieron las zonas afectadas para efectuar observaciones y mediciones, precisas y detalladas debido a su experiencia.

3.1. Tornado de Sevilla (España) del 27/12/1978

V_{max} estimada: 280 km/h (F3 en la escala Fujita).

Ancho de la franja de daños: 60 m.

Se estima U : 28 km/h.

En España no se efectuó ningún tipo de estudio sobre tornados, y la observación de los daños causados por este tornado de Sevilla no fue realizada por personas expertas en el tema. Se estimó una franja de daños de 60 m de ancho, lo que parece ser muy pequeña para el viento máximo estimado según los daños ocasionados.

Seguramente se tuvo en cuenta una franja muy inferior a la real por desconocimiento de los criterios de cómo establecer los límites de la franja de daños. Se considera esta franja como la zona afectada por vientos mayores a unos 118 km/h, y en este caso posiblemente la franja debió ser superior a los 100 m. Por este motivo en las dos últimas columnas de la tabla 2 se realiza un nuevo cálculo, muy diferente a los dos primeros, ampliando la franja a 100 m y reduciendo un poco la velocidad máxima a 260 km/h.

Tabla 2: Tornado de Sevilla del 27/12/1978 (F3).

Parámetros	Modelo Kuo		Sistema Ecuaciones (Comparación con Kuo)		Sistema Ecuaciones (Ajuste parámetros)	
	Datos	Solución	Datos	Solución	Datos	Solución
a_r		0.15	0.15		0.15	
a_D		0.70	0.70		0.70	
a_d		0.70	0.70		0.65	
b_r		1.16	1.16		1.16	
b_D		1.74	1.74		1.78	
b_d		1.81	1.81		1.71	
p_D		1.77	1.77		1.76	
p_d		1.71	1.71		1.60	
CL (m)	150					
VM (km/h)	169.6					
RM (m)	27.8					
A_F (m)		60	60		100	
V_{max}		280	280		260	
U (km/h)	28		28		28	
V_T (km/h)		169.5		169.5		156.4
R (m)		15.3		15.4		26.6
D (m)		31.4		31.4		52.4
d (m)		28.6		28.6		47.6
M (m)				43.9		73.9
A_{m+} (m)				36.1		60.9

3.2. Tornado de San Justo (Santa Fe. Argentina) del 10/01/1973

V_{max} estimada: 500 km/h (F5 en la escala Fujita).

Ancho de la franja de daños: 600 m.

Se estima U : 60 km/h.

Este fue el tornado de mayor intensidad registrado en Argentina. Rozó la pequeña ciudad de San Justo con algo más de 12.000 habitantes, en la provincia de Santa Fe, y causó la muerte de unas 65 personas. También mató a muchos animales ya que esta es una zona ganadera.

La fuerza del viento hizo volar vacas, caballos y personas. Algunos fueron levantados unos 30 metros, otros fueron encontrados a 600 m de distancia. Todos los objetos eran lanzados como violentos proyectiles, en consecuencia los cadáveres tenían la ropa desgarrada y los cuerpos presentaban múltiples roturas de huesos y muchas marcas de heridas y golpes. También, casas construidas con ladrillos y cemento desaparecieron por completo.

En la tabla 3 se presenta el cálculo que se hizo con el modelo de Kuo y con el sistema de ecuaciones, usando parámetros comunes en ambos, y en tercer lugar colocando exactamente los parámetros observados y medidos.

Tabla 3: Tornado de San Justo (Santa Fe. Argentina) del 10/01/1973 (F5).

Parámetros	Modelo Kuo		Sistema Ecuaciones (Comparación con Kuo)		Sistema Ecuaciones (Ajuste parámetros)	
	Datos	Solución	Datos	Solución	Datos	Solución
a_r		0.15	0.15		0.15	
a_D		0.61	0.61		0.61	
a_d		0.67	0.67		0.67	
b_r		1.16	1.16		1.16	
b_D		0.84	0.84		0.84	
b_d		1.54	1.54		1.54	
p_D		1.755	1.755		1.755	
p_d		1.79	1.79		1.79	
CL (m)	150					
VM (km/h)	298.1					
RM (m)	210.9					
A_F (m)		598.9	598.9		600	
V_{max}		499.8	499.8		500	
U (km/h)	60		60		60	
V_T (km/h)		297.9		297.8		298.0
R (m)		116.2		117.5		117.6
D (m)		335.7		335.2		335.8
d (m)		263.2		263.7		264.2
M (m)				379.9		380.6
A_{m+} (m)				375.2		375.8

3.3. Tornado de Lincoln (Buenos Aires. Argentina) del 27/10/1986

V_{max} estimada: 170 km/h (F1 en la escala Fujita).

Ancho de la franja de daños: 270 m.

Se mide M : 175 km/h (estimado entre 170 y 180 m).

Debido al detalle con que se hizo el diagrama de los objetos desplazados, pudo establecerse la zona donde se registraron las máximas velocidades. Es decir, pudo estimarse el valor del parámetro M en 175 m.

En la tabla 4, en las dos primeras columnas se presenta el cálculo que se hizo con el modelo de Kuo, y en las dos siguientes columnas con el sistema de ecuaciones, ambos con parámetros comunes para poder comparar los resultados. En las columnas 5 y 6 se usan las medidas exactas de los parámetros observados.

Tabla 4: Tornado de Lincoln (Buenos Aires. Argentina) del 27/10/1986 (F1).

Parámetros	Modelo Kuo		Sistema Ecuaciones (Comparación con Kuo)		Sistema Ecuaciones (Ajuste parámetros)	
	Datos	Solución	Datos	Solución	Datos	Solución
a_r		0.16	0.16		0.15	
a_D		0.68	0.68		0.68	
a_d						
b_r		1.16	1.16		1.16	
b_D		1.81	1.81		1.81	
b_d						
p_D		1.68	1.68		1.65	
p_d						
CL (m)	150					
VM (km/h)	68.6					
RM (m)	213.1					
A_F (m)		270.5	270.5		270	
V_{max}		170.1	170.1		170	
U (km/h)	80.9		80.9			79.4
V_T (km/h)		68.6		68.6		69.5
R (m)		117.6		119.4		119.3
D (m)		212.3		213.1		213
d (m)		58.2		57.4		57
M (m)				175.3	175	
A_{m+} (m)						

3.4. Tornado de Morteros (Cordoba. Argentina) del 28/10/1978

V_{max} estimada: 217 km/h (F2 en la escala Fujita).

Ancho de la franja de daños: 1000 m.

Se mide A_{m+} : 583 m (estimado entre 565 y 600 m).

Este caso es el único en que pudo estimarse el parámetro A_m con bastante exactitud debido al registro minucioso del movimiento de los objetos.

En las dos columnas intermedias el sistema de ecuaciones se resolvió tomando como datos iniciales parámetros comunes con el modelo de Kuo para poder comparar los resultados, y se tiene un valor de A_{m+} muy próximo al obtenido de las mediciones.

En las dos últimas columnas el sistema se resolvió tomando como dato inicial el valor de A_{m+} y los otros valores medidos en la observación.

Tabla 5: Tornado de Morteros (Córdoba. Argentina) del 28/10/1978 (F2).

Parámetros	Modelo Kuo		Sistema Ecuaciones (Comparación con Kuo)		Sistema Ecuaciones (Ajuste parámetros)	
	Datos	Solución	Datos	Solución	Datos	Solución
a_r		0.16	0.16		0.15	
a_D		0.68	0.68		0.68	
a_d		0.65	0.65		0.65	
b_r		1.16	1.16		1.16	
b_D		1.81	1.81		1.81	
b_d		1.77	1.77		1.76	
p_D		1.67	1.67		1.66	
p_d		1.60	1.60		1.59	
CL (m)	150					
VM (km/h)	135.3					
RM (m)	516.3					
A_F (m)		997.4	997.4		1000	
V_{max}		217	217		217	
U (km/h)	13.2		13.2			13.3
V_T (km/h)		135.2		135.1		135.2
R (m)		284.8		286.0		286.0
D (m)		511.2		511.7		513.8
d (m)		486.2		485.7		486.2
M (m)				768.1		769.1
A_{m+} (m)				583.3		583

4. Conclusiones

los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones son muy similares a los obtenidos con el modelo de Kuo cuando se usan los mismos datos iniciales. La mayor diferencia en los resultados que se puede observar es en el caso del Tornado de Lincoln, donde el modelo de Kuo da un radio de 117.6 m y con el sistema de ecuaciones se obtienen 119.4 m. Esto es una diferencia de 1.8 m, lo que significa un error relativo del 1,5%. En los tornados de baja intensidad, que es cuando vale la ecuación C1 (tornados F1) y no la C2, es donde se observa esta diferencia.

En el modelo de Kuo se puede deducir detalladamente la variación de los parámetros a , b y p con respecto a la distancia al centro del vórtice, pero en otros modelos estos valores son muy limitados. Como ejemplo de esta limitación puede citarse el modelo de Dunn y Twisdale donde se considera nulo el valor de b , y el parámetro a se limita a tomar un par de valores.

La conclusión es que, si se analiza un tornado desconociendo las condiciones iniciales en que se desarrolló, y se emplea el sistema de ecuaciones que se expone en el presente trabajo usando los valores de los parámetros a , b y p deducidos del modelo de Kuo como se muestra en la tabla 1, entonces pueden calcularse de manera muy simple y aproximada los diversos parámetros en superficie asociados con el tornado.

Agradecimientos

Los cálculos usando el modelo de Kuo fueron realizados por el meteorólogo Luís Cesar Rosso, y formaron parte del archivo de tornados del Departamento de Meteorología de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires. Fueron utilizados para este trabajo cuando el autor formaba parte del equipo "Estudio de los tornados en la República Argentina" de esa Universidad, junto a L. C. Rosso y la Doctora M. L. Altinger de Schwarzkopf, quien dirigía el equipo e hizo disponibles los datos de dicho archivo aquí expuestos.

Bibliografía

Altinger de Schwarzkopf ML y Migliardo RC (1973): El tornado de San Justo, provincia de Santa Fe, ocurrido el día 10 de enero de 1973. *Meteorológica*, 3:65-87.

Altinger de Schwarzkopf ML y Rosso LC (1979): El tornado de Morteros, Córdoba, del 28 de octubre de 1978. *Geoacta*, 10:159-174.

Marín Domínguez JR (1985): Tornado en Sevilla, 27/12/78. Nota Técnica. Instituto Nacional de Meteorología, Madrid, España.

Wen YK, and Ang HS (1975): Tornado risk and wind effect on structures. Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures. Heathrow.

Dunn WL, and Twisdale LA (1979): A Synthesized Model for Tornado Missile Transport. Nuclear Engineering and Design SL, pp. 135-144.

Twisdale LA, and Dunn WL (1981): Tornado Missile Simulation and Design Methodology. EPRI, NP-2005.

