



Estudi climàtic de l'exponent “n” de les corbes IDF: aplicació per a la Península Ibèrica

R. Moncho¹, F. Belda² i V. Caselles³

¹Unitat d'Investigació Marina. AZTI-Tecnalia

²Delegació Territorial a Múrcia. AEMET

³Departament de Física de la Terra i Termodinàmica. Universitat de València

Rebut: 4-IX-2008 – Acceptat: 10-XII-2008 – Versió Traduïda

Correspondència a: rmoncho@azti.es

Resum

L'anàlisi de les precipitacions màximes se sol realitzar mitjançant les corbes IDF (Intensitat-Durada-Freqüència), que al seu torn es poden expressar com corbes IMM (Intensitats Mitjanes Màximes). En aquest treball hem desenvolupat un índex “n”, definit a partir de l'exponent que s'obté en ajustar les corbes climàtiques IDF a les corbes IMM. Aquest índex proporciona informació sobre la manera amb què s'assoleixen les precipitacions màximes en una determinada zona climàtica, atenent a la distribució temporal relativa de les intensitats màximes. A partir de l'anàlisi climàtica de l'índex “n”, a la Península Ibèrica es poden distingir grans zones caracteritzades per màxims de pluja d'origen més tempestuós (interior peninsular) i àrees caracteritzades per màxims de pluja d'origen més frontal (sud-oest, litoral atlàntic i litoral mediterrani). A més, aquestes àrees es poden subdividir més específicament segons la persistència de les precipitacions màximes.

Paraules clau: intensitat precipitació, corbes IDF, corbes IMM, índex regularitat

1 Introducció

El règim de precipitacions intenses és una de les possibles variables sensibles al canvi climàtic. De fet, la intensitat de la pluja, a més de dependre del contingut d'aigua precipitable de l'atmosfera, també depèn del gradient tèrmic vertical als diferents sistemes nuvolosos de precipitació. Diversos organismes estan observant canvis en la temperatura global a diferents capes de l'atmosfera, entre la superfície i l'estratosfera (NASA, 2008; NOAA, 2008).

Per ells s'esperen variacions en el comportament de les intensitats màximes, que vindran donades per dos factors: la variabilitat natural i intrínseca d'un clima i la variació de les mitjanes pròpies del clima.

A tall de preàmbul per a un possible estudi de la variació del règim d'intensitats, en aquest treball proposem una manera d'analitzar la variabilitat natural de les intensitats màximes d'un clima.

L'objectiu és identificar i quantificar les característiques generals del règim climàtic de les precipitacions intenses a partir d'un model de distribució temporal de les Intensitats

Mitjanes Màximes de la precipitació. És a dir, pretenem caracteritzar les precipitacions extremes segons si llur distribució temporal s'assembla més a les tempestes (precipitacions concentrades en “temps breus”) o si s'aproximen més als fronts (precipitacions regulars pel que fa a “temps llargs”). Aquest model de distribució s'aplica a les precipitacions aïllades en el temps en forma de ruixats puntuals i prova de quantificar aquesta regularitat de la precipitació convectiva-advectiva en l'àmbit de la meteorologia. Tanmateix, comprovarem que el podem estendre per a aplicar-lo a la climatologia mitjançant les corbes IDF.

2 Metodologia

2.1 Corbes d'Intensitats Mitjanes Màximes

La magnitud principal que utilitzarem en aquest treball és la Intensitat Mitjana Màxima, I , que, recordem, és el quocient entre l'acumulació màxima en un temps determinat, $P_{max}(t)$, i aquest període de temps, t :



Taula 1. Classificació de la pluja segons la regularitat de la intensitat.

n	Tipus de corba	Intensitat	Distribució temporal
0.00 - 0.20	Molt suau	Pràcticament constant	Molt regular
0.20 - 0.40	Suau	Feblement variable	Regular
0.40 - 0.60	Normal	Variable	Irregular
0.60 - 0.80	Pronunciada	Moderadament variable	Molt irregular
0.80 - 1.00	Molt pronunciada	Fortament variable	Gairebé instantani

$$I(t) = \frac{P_{max}(t)}{t} \quad (1)$$

La distribució relativa de les Intensitats Mitjanes Màximes (IMM) de la precipitació, respecte al temps de mitjana, ve donada de manera aproximada en funció únicament de l'exponent n de la corba següent (veure Annex A),

$$I(t) = I_0(t_0) \left(\frac{t_0}{t}\right)^n \quad (2)$$

on I és la IMM en un temps t , I_0 és la IMM en un temps de referència t_0 , i n és un paràmetre adimensional ajustable a les dades. Observem que l'expressió és invariable a canvis d'unitats i a canvis de la intensitat de referència $I_0(t_0)$.

D'aquesta manera, per tal de classificar quantitativament una precipitació, necessitem teòricament tres valors:

- Una Intensitat Mitjana Màxima de referència qualsevol $I_0(t_0)$,
- La durada del ruixat associat a un màxim relatiu d'intensitat t ,
- La variabilitat de la intensitat, segons el valor de l'exponent n .

Així doncs, volem classificar la precipitació segons la variabilitat de la intensitat, i per això ens fixarem en l'exponent de la corba de la Intensitat Mitjana Màxima (veure Taula 1).

Aquest criteri de classificació és independent de la intensitat màxima absoluta, de tal manera que se centra en la descripció de la variabilitat de la intensitat de les precipitacions, podent agafar valors entre 0 i 1, ambdós exclosos. D'aquesta manera, podem trobar precipitacions poc o molt intenses, tant d'intensitat constant com molt variable.

En aquest treball proposem com a novetat principal l'ús d'aquest model per a analitzar amb detall la distribució temporal de les precipitacions màximes climàtiques de l'Espanya peninsular, i per tant necessitem combinar-lo amb altres models que facin referència a la freqüència de succés de determinades precipitacions intenses.

2.2 Corbes d'Intensitat-Durada-Freqüència

Les corbes d'Intensitat-Durada-Freqüència (IDF) són el resultat d'unir els punts representatius de la intensitat mitjana de precipitació en intervals de diferent durada, i corresponents tots ells a una mateixa freqüència o període de retorn

(Témez, 1978); així, podem analitzar com canvia la corba respecte d'aquest període de retorn. Amb tal finalitat, podem agafar una durada qualsevol i analitzar la intensitat de tall a totes les corbes IDF, és a dir, per a una mateixa durada quins valors d'intensitat mitjana s'esperen per a cada període de retorn.

Per tant, la precipitació màxima esperada Y , per a una certa durada t , vindrà en funció del període de retorn p . Una de les expressions més senzilles que descriuen aquesta dependència ve donada per la llei de Gumbel:

$$F(Y) = \exp[-\exp(-\alpha(Y - u))] \quad (3)$$

on $F(Y)$ és la probabilitat que se superi una precipitació $Y(p)$ d'un determinat període de retorn p , mentre que α i u són paràmetres ajustables. Per a un període de retorn p molt més gran que un any, trobem la solució,

$$F(Y) = 1 - \frac{1}{p} \quad (4)$$

on p és el període de retorn expressat en anys.

A partir de les Equacions 3 i 4, s'obté que la precipitació màxima esperada per a un període de retorn p és:

$$Y(p) = u - \frac{1}{\alpha} \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{p} \right) \right] \approx u + \frac{1}{\alpha} \ln p = k + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{p}{p_0} \quad (5)$$

on k és el resultat d'una redefinició de constants com $k = u + \frac{\ln p_0}{\alpha}$.

Una altra relació matemàtica que se sol utilitzar per a descriure la funció implícita entre la precipitació i el període de retorn és la que fan servir Etoh et al. (1986), coneguda com SQRT-ET_{max},

$$F(Y) = \exp \left[-\kappa \left(1 + \sqrt{\beta Y} \right) \exp \left(-\sqrt{\beta Y} \right) \right] \quad (6)$$

on κ i β són paràmetres ajustables. Aquesta expressió també es pot desenvolupar i aproximar mitjançant la solució de l'Equació 4, de la mateixa manera que l'Equació 5. En el cas general, per a períodes de retorn normalitzats tals que p/p_0 se situï entre 1 i 100, s'obté aproximadament:

$$Y(p) \approx (s^2 - 4.12) + (2s + 4.65) \frac{1}{0.756\sqrt{\beta}} \ln \frac{p}{p_0} \quad (7)$$

$$\text{on } s \equiv \left(\frac{\ln \kappa + \ln p_0 + 0.135}{0.756\sqrt{\beta}} \right).$$

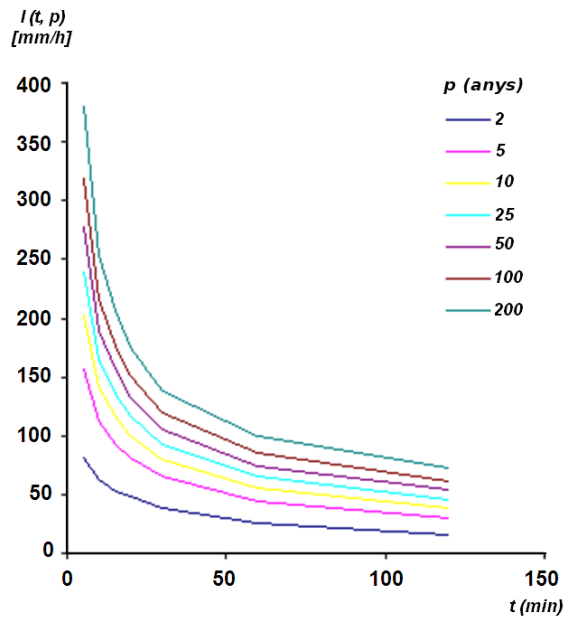


Figura 1. Corbes IDF de València, $I(t,p)$, on p representa el període de retorn en anys i t la durada en minuts.

2.3 Combinació de corbes IMM i corbes IDF

El mètode central utilitzat en aquest treball es basa principalment en l'ajustament de les corbes IDF (Intensitat-Durada-Freqüència) a les corbes IMM (Intensitats Mitjanes Màximes). Això és possible perquè cadascuna de les corbes IDF representa una distribució temporal de les Intensitats Mitjanes Màximes associades per a un període de retorn determinat.

Així, mitjançant una nomenclatura adient de les variables, trobem que les corbes IDF han de ser necessàriament equivalents a l'Equació 2, a la qual afegirem la dependència respecte del període de retorn:

$$I(t, p) = I(t_0, p) \left(\frac{t_0}{t} \right)^{n(p)} \quad (8)$$

on $I(t, p)$ és la intensitat corresponent a una corba IDF de durada parcial t , període de retorn p , i intensitat de referència $I_0(t_0, p)$, que es correspon amb la precipitació mitjana durant t_0 minuts, és a dir P_0/t_0 .

Per tant, farem servir l'Equació 8 al llarg del treball per tal de representar la dependència temporal de la intensitat de la precipitació; així, un dels objectius és trobar les expressions matemàtiques que representen la dependència de la intensitat de referència I_0 , i de l'índex n amb el període de retorn, p .

Cal destacar que la novetat d'aquest treball serà la caracterització de la climatologia de les corbes IDF mitjançant el paràmetre adimensional, $n(p)$, que representa la distribució temporal relativa a l'Equació 8. Tanmateix, hem de recalcar que a la bibliografia podem trobar altres models

empírics molt semblants a l'Equació 8, citats a Pereyra-Díaz et al. (2004) i Ghahraman i Hoss Eini (2005), sobre la distribució temporal de les corbes IDF; per exemple, rescatem l'expressió de Besson (Remenieras, 1970), Equació 9, la de Sherman (1931), Equació 10, i l'expressió de Chow (1962), Equació 11:

$$I = \frac{a}{t + b} \quad (9)$$

$$I = \frac{a}{(t + b)^c} \quad (10)$$

$$I = \frac{a}{t^c + b} \quad (11)$$

on I és la intensitat corresponent a una corba IDF de durada parcial t , mentre que a , b i c són paràmetres ajustables empíricament. Observem que si $b = 0$ a l'Equació 10 i a l'Equació 11, obtenim l'Equació 8.

És a dir, a l'Equació 8 només hi trobem dos paràmetres per a cada període de retorn: el paràmetre més important com dèiem és la n , que és independent del temps (Moncho, 2008); i l'altre paràmetre és la intensitat de referència $I(t_0)$, que es pot ajustar amb totes les intensitats, o bé, agafar qualsevol d'aquestes.

Altres treballs que tracten la dependència temporal de les corbes IDF a la Península Ibèrica són els de M.O.P.U. (1990) i Ferrer (1996), en què trobem que la Intensitat Mitjana Màxima en un temps t ve donada per l'expressió:

$$I(t, p_0) = I(1d, p_0) \left[\frac{I(1h, p_0)}{I(1d, p_0)} \right]^{3.529 - 2.529t^{0.1}} \quad (12)$$

on $I(t, p_0)$ és la Intensitat Mitjana Màxima en t hores, mentre que $I(1h, p_0)$ és la Intensitat Mitjana Màxima en una hora, i $I(1d, p_0)$ és la intensitat màxima en un dia.

3 Resultats

3.1 Estudi d'un cas particular: corbes IDF de València

Disposem de les dades de les corbes IDF de València (AEMET, 2003), indicats a la Taula 2 i representats a la Figura 1, que van ser calculats mitjançant el SQRT-ET_{max}. Aquestes dades s'han ajustat a les corbes IMM corresponents per a deduir l'exponent n associat a cada període de retorn, p .

Les corbes IDF, com qualsevol altra corba d'Intensitats Mitjanes Màximes (IMM), segueixen la forma de l'Equació 2, on $I(t)$ és la Intensitat Mitjana Màxima corresponent a t minuts, i $I(t_0)$ és la intensitat de referència a t_0 minuts. Per comoditat, com a temps de referència escollirem $t_0 = 60$ minuts, tot i que això no afecta la forma de $I(t)$ a causa de les propietats matemàtiques de l'expressió. Per tant, ajustant les dades de València a l'Equació 2, per a cada període de retorn, obtenim la Taula 3.

Taula 2. Dades IDF de València, Intensitat $I(t,p)$ (mm h^{-1}), on p representa el període de retorn en anys i t la durada en minuts.

Durada (minuts)	p , Període de retorn (anys)							
	2	5	10	25	50	100	200	500
5	81	124	156	202	239	278	319	380
10	63	91	112	141	165	189	216	253
15	53	76	93	117	135	156	177	206
20	48	67	81	100	117	133	151	175
30	39	54	65	80	93	105	119	138
60	25.3	36.2	44.3	55.7	65	74.4	84.8	99.6
120	16.2	24.3	30.4	39	45.9	53.7	61.5	72.9
180	12.6	19.3	24.3	31.5	37.4	43.6	50.2	59.6
360	8.2	12.8	16.4	21.4	25.3	29.8	34.5	40.8
720	5	7.7	9.8	12.8	15.2	17.8	20.6	24.5

Taula 3. Ajustament de les corbes IDF a les corbes IMM, en funció del període de retorn per a les dades de València.

p	n	$I(t_0)$	R^2
2	0.573	23.4	0.990
5	0.558	34.5	0.995
10	0.550	42.9	0.997
25	0.543	54.6	0.997
50	0.539	64.1	0.998
100	0.534	74.2	0.997
200	0.531	84.9	0.997
500	0.528	99.9	0.997

Com que per definició les corbes IDF vénen donades en funció del període de retorn, és a dir $I(t) = I(t,p)$, en conseqüència $n = n(p)$ i també $I(t_0) = I(t_0,p)$. Fixem-nos primer en la relació entre l'exponent, n , i el període de retorn, p (veure Figura 2).

Amb una molt bona aproximació ($R^2 = 0.9954$) hem obtingut l'Equació 13:

$$n = 0.54 \left(\frac{25}{p} \right)^{0.0151 - 0.0021 \ln \frac{25}{p}} \quad (13)$$

I si només tenim en compte els períodes de retorn iguals o inferiors a 50 anys, aleshores obtenim ($R^2 = 0.96$) l'Equació 14:

$$n \approx 0.54 \left(\frac{25}{p} \right)^{0.019 \pm 0.004} \quad (14)$$

L'exponent n varia molt poc en funció del període de retorn, i per això, per comoditat, podem agafar-lo com a constant. D'aquesta manera, per a les corbes IDF de València, obtenim $n_{med} = 0.545 \pm 0.015$, on l'interval ve donat per la desviació estàndard.

A la Taula 4 podem comprovar que la intensitat relativa $\frac{I(t_0,p)}{I(t_0,p_0)}$ és indiferent respecte del temps de referència escollit, t_0 , així doncs podem agafar qualsevol temps de referència o senzillament fer la mitjana de les intensitats relatives per tal d'eliminar possibles sorolls.

Si representem la relació entre la intensitat i el període de retorn, veurem a la Figura 3a que és pràcticament indiferent respecte de la durada t_0 que es prengui de referència.

Si agafem un ajustament lineal dels logaritmes (Figura 3b), obtenim un coeficient $R^2 = 0.98$:

$$I(t_0, p) = I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0.26 \pm 0.03} \quad (15)$$

En aquest cas també és indiferent respecte de quin període de retorn s'agafi com a referència. Per exemple, agafarem $I(60 \text{ min}, 25 \text{ a}) = 52 \text{ mm h}^{-1}$. Lògicament, com més gran sigui el període de retorn, p , més gran serà la intensitat de referència $I(t_0, p)$.

Recapitulant, les corbes IMM del clima de València es relacionen amb el període de retorn p inferior a 50 anys, segons l'Equació 8 i les següents expressions:

$$n \approx n(p_0) \left(\frac{p_0}{p} \right)^x \quad (16)$$

$$I(t_0, p) = I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^m \quad (17)$$

on, per a València, hem obtingut que:

- $x = 0.019 \pm 0.004$
- $m = 0.26 \pm 0.03$
- $n(25 \text{ anys}) \approx 0.540$
- $I(60 \text{ min}, 25 \text{ anys}) \approx 52 \text{ mm h}^{-1}$

Com que el paràmetre x és petit, podem aproximar: $n(p) \approx n_{med} \approx 0.545 \pm 0.015$. Per tant, podem escriure totes les corbes IDF de València com:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0.26} \left(\frac{t_0}{t} \right)^{0.545} \quad (18)$$

D'altra banda, podem aproximar l'Equació 17 a una forma logarítmica perquè ens doni:

$$I(t_0, p) \approx b(m)I_0 + a(m)I_0 \ln \frac{p}{p_0} \quad (19)$$

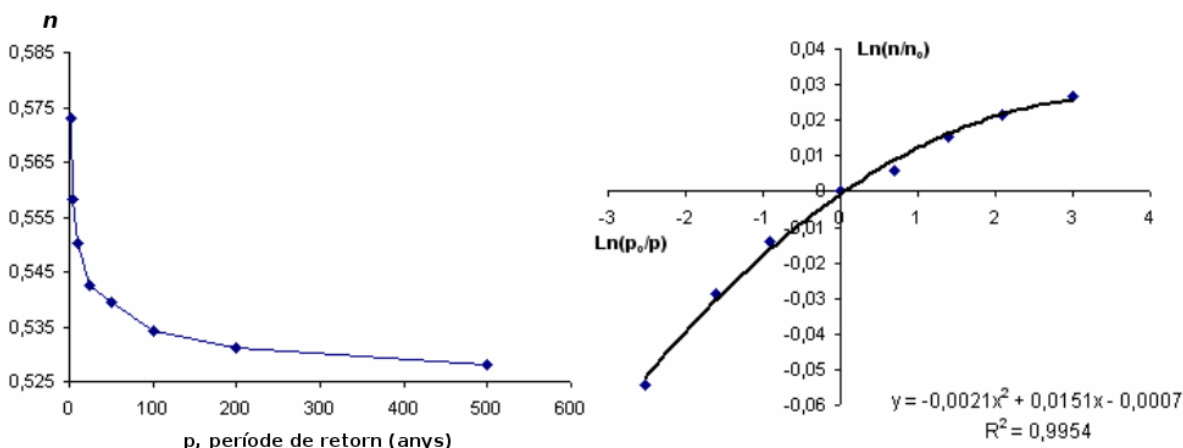


Figura 2. Relació entre l'exponent n i el període de retorn, p , per a la precipitació anual de València, on p_0 és 25 anys i n_0 és 0.543.

Taula 4. Comparació de la intensitat amb el període de retorn. S'ha agafat la intensitat relativa per a cada durada, dividint-la per la intensitat corresponent a un període de 25 anys, $I(t_0, 25 \text{ anys})$. Finalment, s'han agafat els valors mitjans de totes les intensitats normalitzades $I(p)/I(25 \text{ anys})$ per a cada període de retorn, p .

t_0 (minuts)	p , Període de retorn (anys)							
	2	5	10	25 = p_0	50	100	200	500
5	0.401	0.614	0.772	1.000	1.183	1.376	1.579	1.881
10	0.447	0.645	0.794	1.000	1.170	1.340	1.532	1.794
15	0.453	0.650	0.795	1.000	1.154	1.333	1.513	1.761
20	0.480	0.670	0.810	1.000	1.170	1.330	1.510	1.750
30	0.488	0.675	0.813	1.000	1.163	1.313	1.488	1.725
60	0.454	0.650	0.795	1.000	1.167	1.336	1.522	1.788
120	0.415	0.623	0.779	1.000	1.177	1.377	1.577	1.869
180	0.400	0.613	0.771	1.000	1.187	1.384	1.594	1.892
360	0.383	0.598	0.766	1.000	1.182	1.393	1.612	1.907
720	0.391	0.602	0.766	1.000	1.188	1.391	1.609	1.914
p/p_0	0.080	0.200	0.400	1.000	2.000	4.000	8.000	20.000
$I(p)/I(p_0)$	0.431	0.634	0.786	1.000	1.174	1.357	1.554	1.828
Desv. est.	0.038	0.028	0.018	0.000	0.011	0.030	0.046	0.072

on $a(m) \approx 1.818m - 0.052$ i $b(m) \approx 1.0093 - 0.1479m$. Observem que amb l'Equació 19 obtenim la forma aproximada de Gumbel a l'Equació 5 i la forma aproximada de SQRT-ET_{max} a l'Equació 7.

3.2 Estudi d'un cas general: corbes IDF de la Península Ibèrica

Repetint els càlculs per a 66 estacions més de l'Agència Estatal de Meteorologia (AEMET, 2003), hem obtingut els valors mitjans següents dels tres paràmetres adimensionals (veure Annex B):

- $x = -0.02 \pm 0.02 \approx 0$
- $m = 0.24 \pm 0.03$
- $n_{med} \approx 0.63 \pm 0.07$

on els índexs ajusten les Equacions 16 i 17 i els errors són la desviació estàndard.

S'observa que les mitjanes dels índexs per a les 67 estacions suggereixen que la variabilitat d'aquestes és feble al llarg del territori analitzat, per la qual cosa, en una primera aproximació, podríem agafar els tres índexs com a constants per a tot el territori. En aquest cas, podríem pensar que localment les precipitacions extremes vindrien caracteritzades únicament per la intensitat de referència $I(t_0, p_0)$ de cada estació, per a un mateix temps t_0 i període de retorn p_0 .

Tanmateix, si ens fixem en els valors per a cadascuna de les 67 estacions amb el seu error (veure Annex B), l'índex n_{med} varia bastant d'una estació a l'altra (els intervals d'error no són compatibles entre si), fet pel qual en general no el considerem constant, sinó que direm que depèn de les estacions considerades, $n_{med} \neq \text{const.}$ El mateix passa amb l'índex x , que també presenta variacions relativament molt significatives segons la localitat, però el valor absolut de x és tan petit que el podem aproximar a zero, $x \approx 0$.

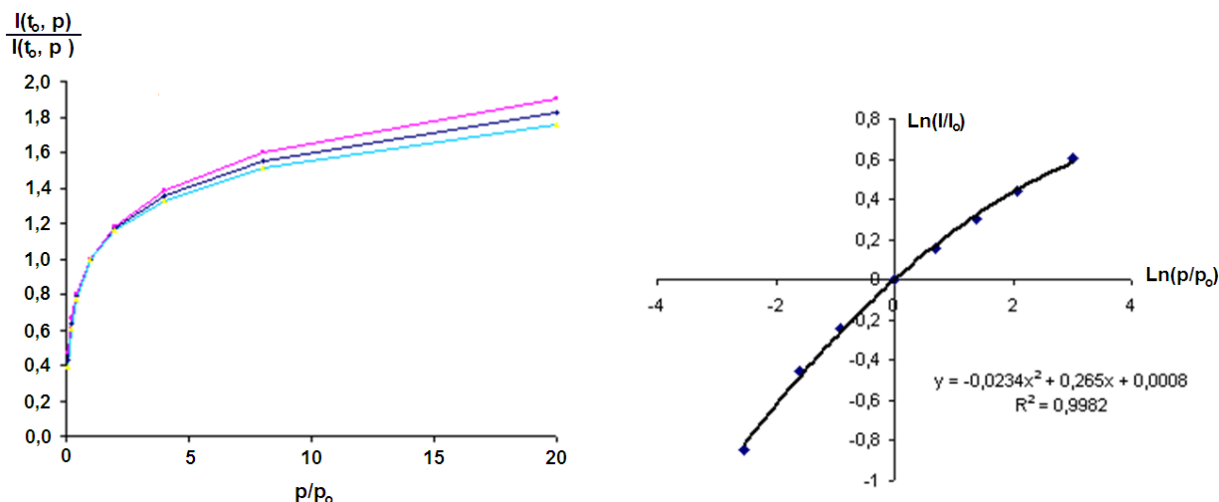


Figura 3. (a) (esquerra) Relació entre la intensitat normalitzada I/I_0 i el període de retorn normalitzat, p/p_0 , de la precipitació anual de València, per a qualsevol temps de referència (les dues corbes exteriors representen la desviació típica considerant un temps de referència o un altre). Hem agafat com a període de retorn de referència, p_0 , de 25 anys. (b) (dreta) Logaritme de les intensitats relatives en funció del logaritme del període de retorn relatiu.

Per últim, el valor de l'índex m presenta molt poca variabilitat entre les localitats considerades, amb una bona compatibilitat entre els diferents intervals d'error típic, per la qual cosa podem considerar que el valor mitjà $m = 0.24 \pm 0.03$ és una constant per al nostre territori.

Per tant, resulta una bona aproximació expressar qualsevol corba IDF de qualsevol estació mitjançant un punt i un paràmetre, és a dir, que necessitem: (a) Una intensitat de referència qualsevol, $I(t_0, p_0)$, i (b) l'exponent mitjà n_{med} . Tots dos valors són característics del clima local.

És important recordar que com més diferent de zero sigui l'índex x , més variable serà l'exponent n d'una estació. Per això, podríem pensar que, per tal de corregir-ho, el millor seria no menysprear la dependència de l'índex n amb el període de retorn. Tanmateix, pensem que aquesta dependència no és real sinó una conseqüència de la diferència de criteris a l'hora de definir la corba IDF i la IMM.

Cal destacar que en els casos en què l'índex n canviés en funció del període de retorn, això significaria que la tipologia de les pluges extremes varia de convectivitat a advectional o viceversa, i en canvi no s'observa una tendència general clara que defineixi la direcció d'aquesta transformació en funció del període de retorn. És a dir que no s'ha observat una norma que estableixi que l'extremitat d'una precipitació tendeixi a desplaçar la seva tipologia cap a la convectivitat (augment de n) o l'advectional (disminució de n), sinó que aquestes propietats responen únicament de la dominació estadística de cada clima local.

En conseqüència, per definició, qualsevol diferència climàtica respecte de l'índex mitjà n_0 (associat a l'extremitat pluviomètrica) representa una anomalia, i per tant suposarà una variació climàtica local, en base probablement al règim

de vents, que és el patró principal de l'advectional. Per tot això, seguirem optant per l'ús de l'exponent mitjà n_{med} per a cada estació.

En conclusió, les corbes IDF de qualsevol de les estacions examinades en aquest treball es poden escriure de la forma:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0}\right)^{0.24} \left(\frac{t_0}{t}\right)^{n_{med}} \quad (20)$$

on $I(t, p)$ és la Intensitat Mitjana Màxima en funció de la durada, t , i el període de retorn, p , mentre que $I(t_0, p_0)$ és la intensitat de referència, i l'exponent n_{med} és característic de la climatologia local. Si representem geogràficament la intensitat de referència per a una hora i un període puntual de 25 anys, obtenim el mapa de la Figura 4.

A la Península Ibèrica podem distingir diferents zones associades als climes d'Espanya, destacant l'est i el nord-est peninsular amb intensitats de referència properes a 60 mm h^{-1} , i a l'altre extrem tenim Sierra Nevada i Zamora amb valors properes als 20 mm h^{-1} .

D'altra banda, si representem geogràficament aquest índex n_{med} per a la Península Ibèrica, obtenim el mapa de la Figura 5.

Les corbes IDF representen distribucions temporals de "precipitacions màximes" en funció del període de retorn, corbes que a la vegada es relacionen entre si com corbes IMM; així, com més petit és l'exponent n de la IMM associada, les precipitacions màximes s'obtenen més per persistència que per intensitat, mentre que per a índexs n grans, les precipitacions màximes s'obtenen més per intensitat que per persistència. Aquest joc entre la persistència i la intensitat de les "precipitacions màximes" es reflecteix en el clima, de manera que en general podem distingir dos grans grups:

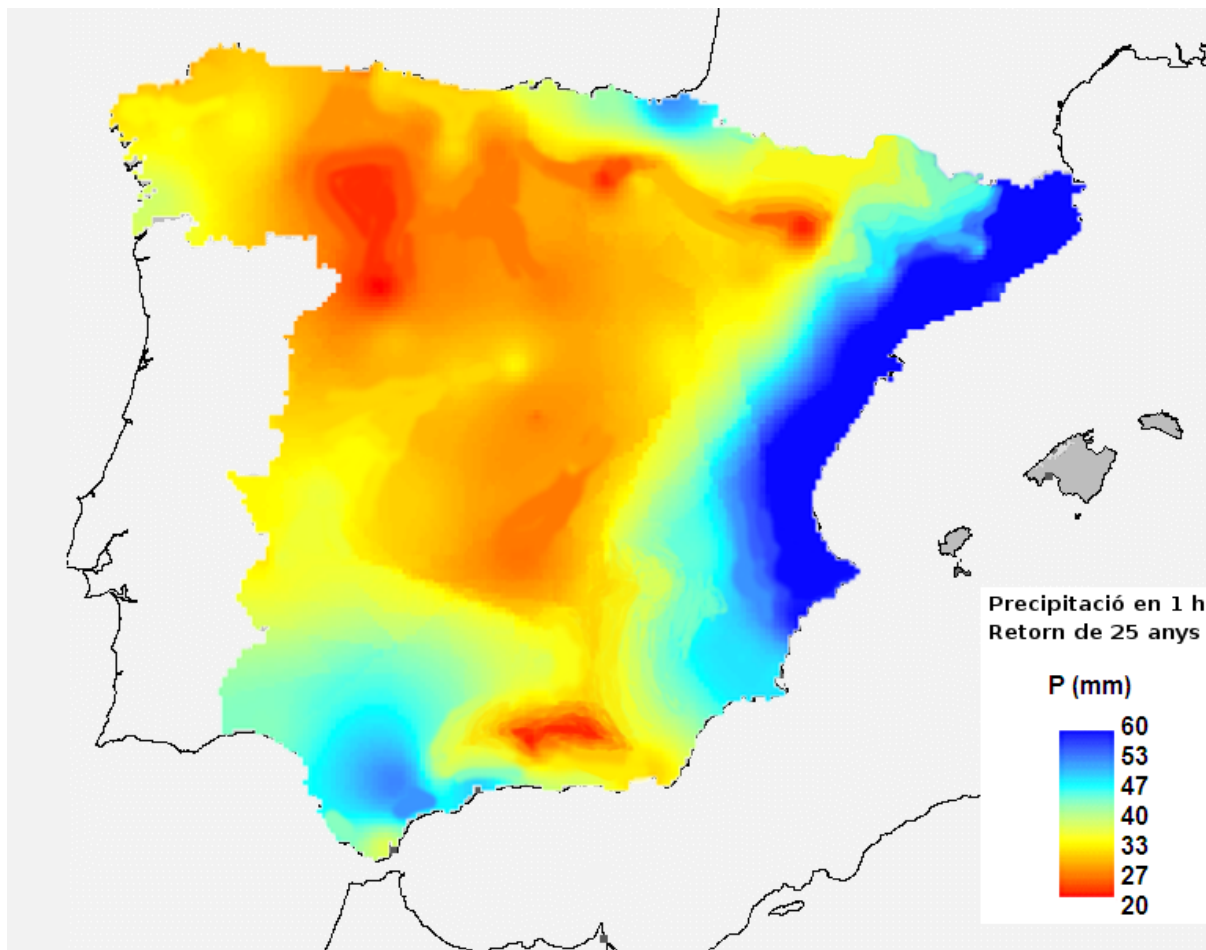


Figura 4. Precipitació màxima en una hora amb un període de retorn puntual de 25 anys, a partir de les corbes IDF de 67 estacions de l'Agència Estatal de Meteorologia. El mapa es va obtenir mitjançant *kriging multivariable*, tenint en compte la distància, les dependències regionals amb l'altura i la distància al mar, així com l'orientació de les vessants.

- Els climes les precipitacions màximes dels quals estan dominades per l'advecció marítima (corrent zonal, septentrional i antizonal) presenten un índex n més baix, indicant una major persistència de les intensitats més altes. Podem distingir aproximadament tres grups: meitat oest (zonal), litoral cantàbric (septentrional) i litoral mediterrani (antizonal). Al litoral mediterrani trobem tres zones amb especial persistència: golf de València, Girona i Màlaga, les tres dominades per vents de llevant. Al litoral cantàbric trobem una zona amb índex n molt baix, a l'est d'Astúries, que es correspon amb vents del nord. I per últim, a la franja atlàntica trobem una zona molt important, el Sistema Central, que presenta una important persistència de la pluja amb els vents del sud dels típics fronts atlàntics.
- Els climes les precipitacions màximes dels quals estan dominades per convecció (climes de l'interior) presenten índexs més alts indicant una durada menor de les precipitacions màximes. En aquest cas trobem dues grans àrees: l'interior de l'est i l'interior del nord penin-

sular. Així mateix cal destacar que al sud dels Pirineus i al nord-est de la Serralada Subbètica trobem dues zones amb un índex n molt elevat que possiblement sigui conseqüència de l'escassa presència de persistència pluviomètrica, almenys durant les precipitacions màximes.

Tanmateix, disposem de poques dades per tal de poder analitzar tant la coherència espacial per proximitat i similitud com per poder caracteritzar de manera detallada totes les regions, de les quals ara no tenim dades (Pirineus, Sistema Ibèric, etc.).

4 Conclusions

Les corbes IDF de qualsevol estació analitzada d'Espanya es poden escriure de la forma de l'Equació 20.

Existeixen moltes formes equivalents, però aquesta expressió té avantatges respecte de les altres:

- És senzilla. Només necessita un paràmetre adimensional, n_{med} , i un punt arbitrari $I(t_0, p_0)$.

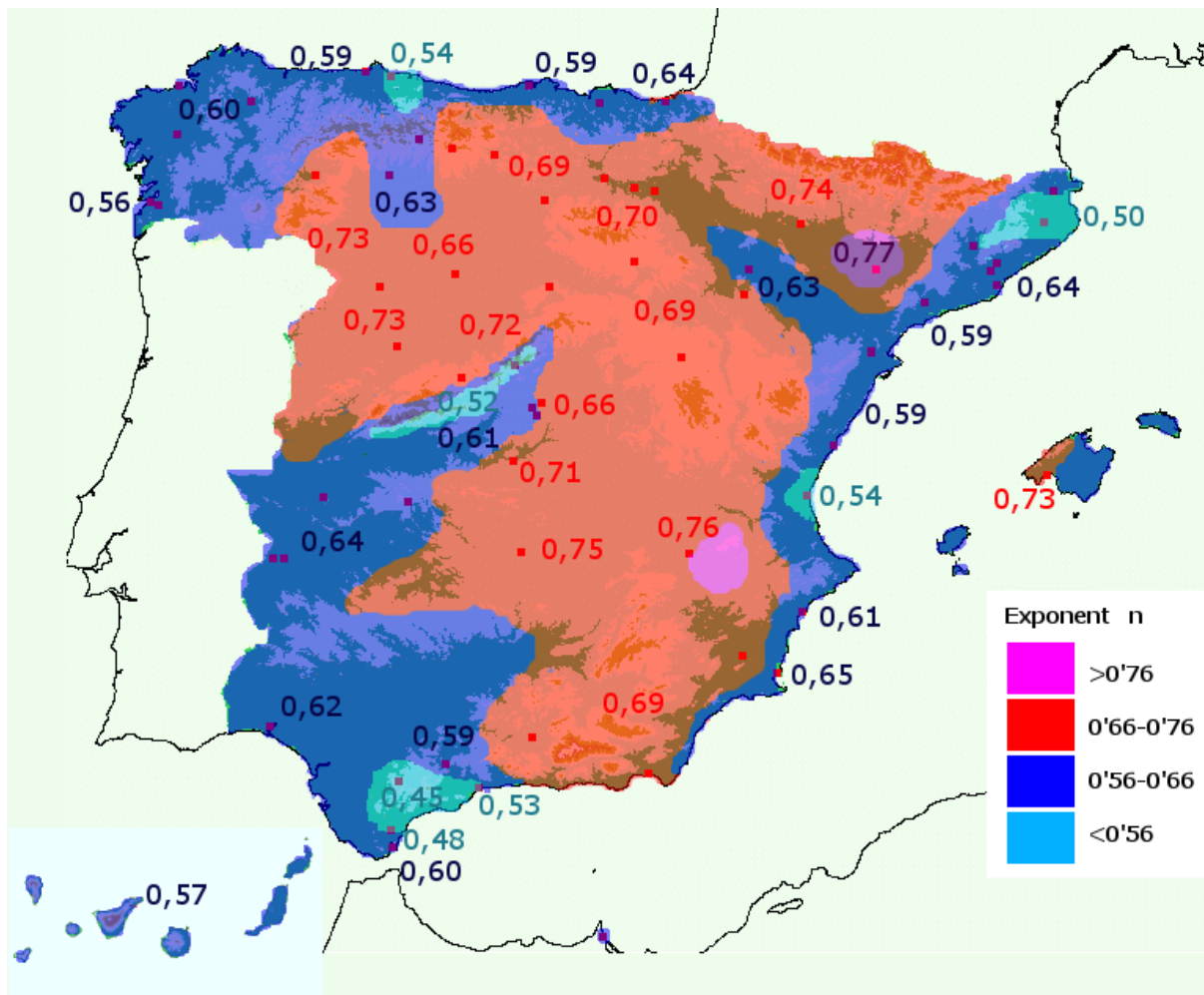


Figura 5. Distinció entre climes amb pluges màximes persistents (blau) i antipersistents (vermell), a partir de l'exponent n que ajusta les corbes IDF de 67 estacions de l'AEMET (2003). Es va obtenir el mapa mitjançant el *kriging multivariable*, tenint en compte la distància, les dependències regionals amb l'altura i la distància al mar, així com l'orientació de les vessants.

- Conté tant la dependència del període de retorn com la dependència de la durada de la precipitació.
- És intuïtiva. Conté significat físic respecte de l'atenuació amb el temps, mitjançant un índex entre 0 i 1, així com la distribució temporal d'un ruixat aïllat.

Si atenem a l'índex n característic, podem distingir dos grans grups de climes a la Península Ibèrica:

- Els climes les precipitacions màximes dels quals estan dominades per l'advecció marítima (corrent zonal, lateral i antizonal) presenten un índex n més baix, indicant una major persistència de les intensitats més altes. Podem distingir aproximadament tres grups: meitat oest (zonal), litoral cantàbric (lateral) i litoral mediterrani (antizonal).
- Els climes les precipitacions màximes dels quals estan dominades per convecció (climes de l'interior) presenten índexs més alts indicant una menor extensió temporal de les precipitacions màximes.

Per tant, per la pròpia definició climàtica de l'índex de distribució temporal relativa, n , associat a l'extremitat pluviomètrica local, qualsevol diferència climàtica respecte a l'índex mitjà n_o serà entesa com una anomalia, és a dir, una variació climàtica local, o en tot cas una variabilitat intrínseca.

Agraïments. Agraïm la col·laboració de l'Agència Estatal de Meteorologia per posar a disposició les diferents dades d'estacions pluviomètriques necessàries per a elaborar l'estudi comparatiu de corbes IDF. Agraïm la revisió i els comentaris de G. Chust (AZTI).

Apèndix A Justificació teòrica de la llei d'atenuació de les Intensitats Mitjanes Màximes

Desitgem veure que la Intensitat Mitjana Màxima segueix una distribució temporal d'aquesta manera:

$$I(t) = I_0(t_0) \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \tag{A1}$$

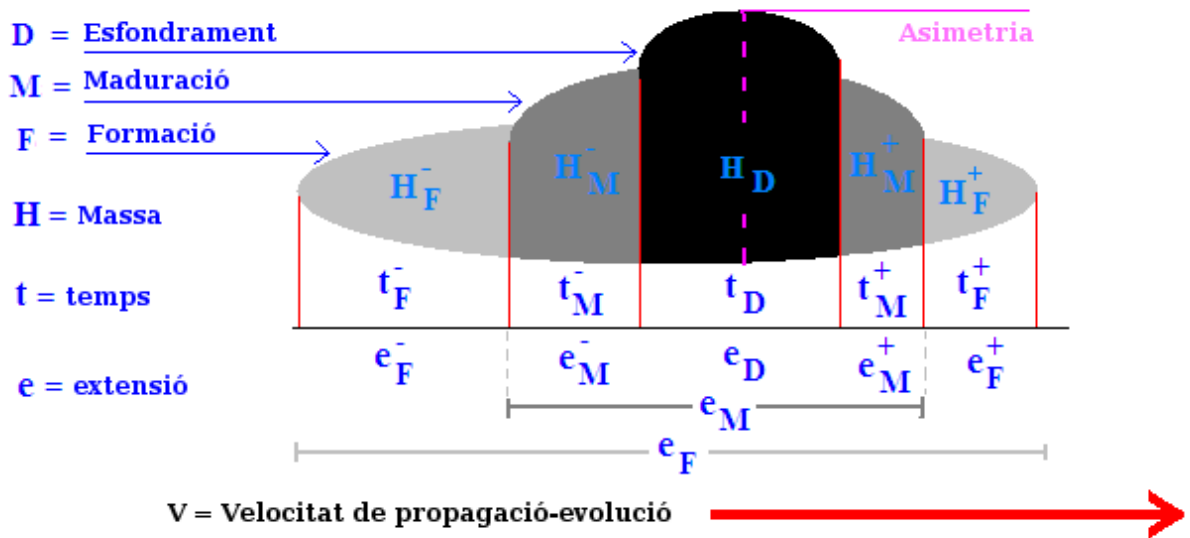


Figura A1. Esquema general d'un sistema precipitant, on P és la precipitació mitjana associada a cada nivell de desenvolupament del sistema, i e és l'extensió o durada total que engloba les diferents fases de la precipitació coexistents.

on I és la IMM en un temps t , I_0 és la IMM en un temps de referència t_0 , i n és un paràmetre adimensional ajustable a les dades. Recordem que la Intensitat Mitjana Màxima es defineix com:

$$I(t) \equiv \frac{P_{max}(t)}{t} \quad (A2)$$

Per a això, farem servir un esquema senzill d'un sistema general de precipitació intensa (veure Figura A1).

Podem distingir tres zones "concèntriques" (amb asimetria espacial):

- Àrea de formació, F : engloba tot el sistema.
- Àrea de maduració, M : engloba les precipitacions intenses.
- Àrea d'esfondrament, D : engloba el focus més intens del sistema.

Lògicament, la precipitació total màxima, P_F (obtinguda en un punt), és més gran que la precipitació màxima durant la fase de maduració, P_M , i a la vegada, aquesta és més gran que la precipitació màxima del focus, P_D , ja que les primeres engloben les segones. És a dir, $P_F = P_F^+ + P_M + P_F^-$ i $P_M = P_M^+ + P_D + P_M^-$, on P_M^\pm és la precipitació de maduració d'abans i després de la fase d'esfondrament, mentre que P_F^\pm és la precipitació a l'àrea de formació, abans i després de l'àrea-fase de maduració. Per tant:

$$\begin{aligned} P_D \leq P_M &\rightarrow I_D t_D \leq I_M t_M \rightarrow \frac{I_D}{I_M} \leq \frac{t_M}{t_D} \\ P_M \leq P_F &\rightarrow I_M t_M \leq I_F t_F \rightarrow \frac{I_M}{I_F} \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A3)$$

on I_F és la Intensitat Mitjana Màxima a l'àrea de formació total (de durada t_F), mentre que I_M és la Intensitat Mitjana

Màxima a l'àrea de maduració (de durada t_M), i I_D és la Intensitat Mitjana Màxima a l'àrea d'esfondrament (de durada t_D).

D'altra banda, sabem que la Intensitat Mitjana Màxima a l'àrea d'esfondrament és més gran, per definició, que la intensitat mitjana a l'àrea de maduració, i aquesta, a la vegada, és més gran que la intensitat mitjana a l'àrea total de formació:

$$\begin{aligned} I_D \leq I_M &\rightarrow 1 \leq \frac{I_D}{I_M} \\ I_M \leq I_F &\rightarrow 1 \leq \frac{I_M}{I_F} \end{aligned} \quad (A4)$$

A partir de les Equacions A3 i A4, obtenim que:

$$\begin{aligned} 1 \leq \frac{I_D}{I_M} \leq \frac{t_M}{t_D} \\ 1 \leq \frac{I_M}{I_F} \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A5)$$

Com que els temps compleixen que $t_F \leq t_M \leq t_D$, la funció més senzilla dels temps que satisfà l'Equació A5 és:

$$\begin{aligned} 1 \leq \left(\frac{t_M}{t_D}\right)^n \leq \frac{t_M}{t_D} \\ 1 \leq \left(\frac{t_F}{t_D}\right)^n \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A6)$$

on n és un paràmetre entre 0 i 1. Si ajuntem les Equacions A5 i A6 veiem que sempre podem ajustar un valor de n tal que:

$$\begin{aligned} \frac{I_D}{I_M} &= \left(\frac{t_M}{t_D}\right)^n \\ \frac{I_M}{I_F} &= \left(\frac{t_F}{t_M}\right)^n \end{aligned} \quad (A7)$$

Per tant, generalitzant l'Equació A7 per a totes les Intensitats Mitjanes Màximes, obtenim:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^n \quad (A8)$$

on I és la Intensitat Mitjana Màxima per a un temps de mitjana t , mentre que I_0 és la intensitat de referència per a un temps de mitjana t_0 , i n és un paràmetre adimensional entre 0 i 1. Empíricament, comprovem que el paràmetre n és aproximadament independent del temps i de la intensitat de referència (Moncho, 2008).

Apèndix B Taula dels ajustaments IMM a les corbes IDF d'un conjunt de 67 estacions meteorològiques amb pluviògraf, de l'Agència Estatal de Meteorologia (AEMET, 2003). Els temps de referència són 60 minuts per al temps de mitjana (t_0) i 25 anys per al període de retorn (p_0)

A la Taula B1, $I(t_0, p_0)$ és el valor de la intensitat màxima obtingut directament de la corba IDF per al període de retorn p_0 i la durada t_0 ; mentre que $I(t_0, p_0)'$ és el valor de la intensitat màxima obtingut de l'ajustament de tipus IMM realitzat sobre els valors de la intensitat de la corba IDF, sent la intensitat de referència per al període de retorn p_0 i la durada t_0 :

$$I(t_0, p) = I(t_0, p_0)' \left(\frac{p}{p_0}\right)^m \quad (B1)$$

on m és l'exponent ajustat i tabulat a la taula anterior. Observem que, teòricament, els dos valors de la intensitat de referència haurien de coincidir si l'ajustament fos perfecte (només hi hauria un paràmetre ajustable, m , que seria adimensional, ja que la intensitat de referència seria un punt arbitrari de la corba, qualsevol de les dades per a ajustar).

D'altra banda, $n(p_0)$ és el valor de l'exponent obtingut directament de l'ajustament de la distribució temporal de les intensitats de la corba IDF, per a cada període de retorn p_0 :

$$I(t) = I(t_0) \left(\frac{t_0}{t}\right)^n \rightarrow I(t, p_0) = I(t_0, p_0) \left(\frac{t_0}{t}\right)^{n(p_0)} \quad (B2)$$

És a dir, identificarem directament els valors de $n(p_0)$, com els exponents de la corba IDF (obtinguts dels ajustaments de l'Equació B2). Mentre que $n(p_0)'$ és el valor de l'exponent de referència que ajusta a la vegada tots els exponents de les corbes IDF, segons l'expressió:

$$n(p) = n(p_0)' \left(\frac{p_0}{p}\right)^x \quad (B3)$$

Recordem que l'expressió completa de les corbes IDF és, desenvolupant-la amb les Equacions B1 i B3:

$$IDF \equiv I(t, p) = I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0}\right)^m \left(\frac{t_0}{t}\right)^{n(p_0)' \left(\frac{p_0}{p}\right)^x} \quad (B4)$$

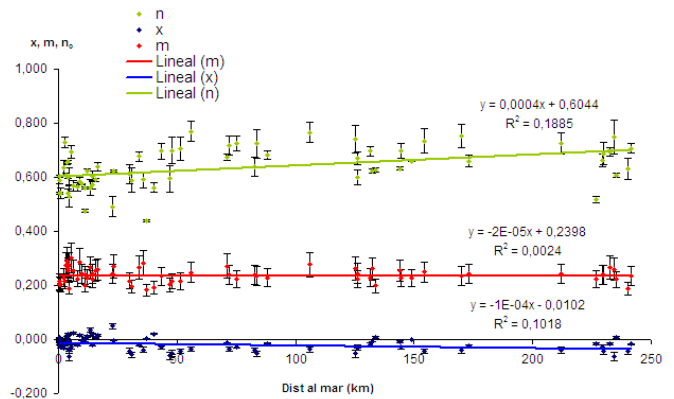


Figura B1. Comparació entre els índexs adimensionals de la corba IDF-IMM, en funció de la distància al mar.

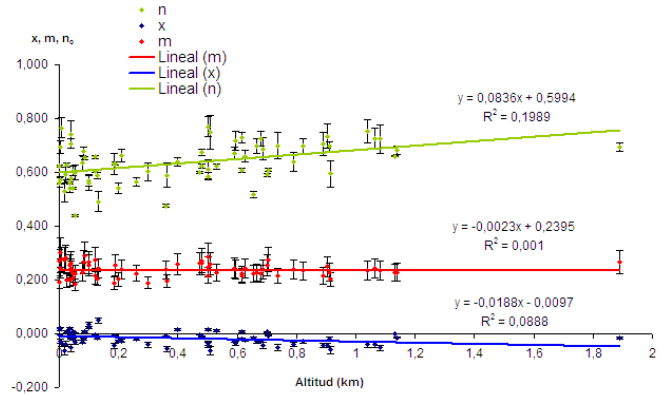


Figura B2. Comparació entre els índexs adimensionals de la corba IDF-IMM, en funció de l'altura.

Tanmateix, hem vist que aproximadament $x \approx 0$, per la qual cosa és millor definir un exponent mitjà, n_{med} , que teòricament és $n_{med} = n(p_0)$, per a $x = 0$. Aquest exponent mitjà és el que trobem a l'Equació B5:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0}\right)^m \left(\frac{t_0}{t}\right)^{n_{med}} \quad (B5)$$

A les Figures B1, B2 i B3 hem analitzat la dependència amb la distància al mar, amb l'altura i la latitud dels tres índexs exponencials n_{med} , m , x , de les Equacions B3 i B5.

n_0 = Exponent de l'ajustament de les corbes IDF-IMM de l'Equació B5, que és aproximadament l'exponent mitjà (independent del període de retorn). Observem que és l'índex més variable de tots, tant pel que fa a dispersió (forta dependència local) com a variació amb les variables considerades (lleugera dependència amb l'altura i la distància al mar -Figura B2 i Figura B1-, i per tant probablement depèn del clima).

m = Exponent dels períodes de retorn. En aquest cas la dependència de qualsevol paràmetre geogràfic és

Taula B1. Ajustaments IMM a les corbes IDF.

Identificador d'estació	$I(t_0, p_0)$ Valor IDF	$I(t_0, p_0)$ de l'Equació B1	m	$\varepsilon(m)$	n_{med}	$\varepsilon(n_{med})$	$n(p_0)$ de l'Equació B2	$n(p_0)$ ' de l'Equació B3	x	$\varepsilon(x)$
0034 Valls (Tarragona)	57.7	73.2	0.256	0.028	0.592	0.006	0.591	0.591	0.007	0.004
0111 Sallent Cabrianes	40.1	46.9	0.192	0.016	0.563	0.018	0.562	0.561	0.021	0.002
0201 Barcelona centro	48.4	50.9	0.276	0.032	0.657	0.006	0.658	0.658	-0.007	0.001
0222 Caldes de Montbui	59.1	75.3	0.270	0.030	0.625	0.004	0.625	0.625	-0.004	0.004
0225 Sabadell	52.6	57.6	0.259	0.028	0.643	0.015	0.641	0.641	0.016	0.006
0370 Girona	62.3	67.9	0.242	0.025	0.498	0.037	0.493	0.492	0.049	0.003
0429 Figueres	47.1	50.4	0.265	0.030	0.566	0.029	0.562	0.562	0.035	0.002
1024E San Sebastián Igueldo	43.7	45.5	0.229	0.023	0.632	0.027	0.634	0.635	-0.031	0.003
1082 Bilbao Sondica	36.2	35.8	0.242	0.025	0.574	0.002	0.574	0.575	-0.003	0.001
1110 Santander Centro	32.5	33.2	0.224	0.021	0.598	0.028	0.599	0.599	-0.032	0.002
1208 Gijón	28.6	28.2	0.207	0.019	0.544	0.005	0.542	0.541	0.007	0.004
1212 Arnao	24.3	20.2	0.205	0.018	0.590	0.012	0.589	0.587	-0.014	0.018
1387 La Coruña	25.3	24.6	0.214	0.020	0.602	0.005	0.603	0.604	-0.005	0.009
1428 Santiago Compostela	30.0	29.1	0.195	0.017	0.587	0.046	0.589	0.590	-0.056	0.008
1495 Vigo Peinador	33.1	30.5	0.225	0.021	0.563	0.016	0.564	0.565	-0.020	0.005
1496 Gondomar (Pontevedra)	29.7	33.0	0.203	0.018	0.540	0.020	0.541	0.541	-0.026	0.003
1499 Lugo punto centro	29.8	32.6	0.217	0.021	0.607	0.035	0.610	0.611	-0.042	0.004
1549 Ponferrada	23.3	22.8	0.236	0.024	0.717	0.053	0.722	0.724	-0.053	0.001
2030 Soria	26.5	27.4	0.229	0.022	0.693	0.018	0.696	0.698	-0.018	0.001
2139 Linares Arroyo (Seg.)	24.8	26.1	0.249	0.027	0.729	0.043	0.734	0.735	-0.043	0.002
2243 Pantano Aguilar (Pal.)	23.7	23.2	0.216	0.021	0.703	0.043	0.706	0.707	-0.043	0.003
2331 Burgos Villafria	26.2	27.2	0.229	0.022	0.684	0.014	0.684	0.683	-0.014	0.007
2363 Pantano Compuerto (P.)	28.4	33.3	0.216	0.021	0.693	0.050	0.697	0.699	-0.051	0.004
2422 Valladolid	24.9	24.8	0.227	0.023	0.662	0.001	0.661	0.661	0.000	0.004
2444 Ávila	28.8	32.0	0.266	0.030	0.696	0.017	0.696	0.695	-0.017	0.002
2462 Navacerrada puerto	29.7	23.9	0.225	0.022	0.517	0.012	0.518	0.518	-0.017	0.004
2614 Zamora	20.4	22.1	0.235	0.024	0.749	0.042	0.753	0.753	-0.040	0.009
2633 Pantano Porma (León)	24.1	19.8	0.202	0.019	0.591	0.049	0.595	0.596	-0.060	0.002
2661 León	21.7	19.1	0.241	0.025	0.630	0.035	0.636	0.639	-0.040	0.010
2867 Salamanca Matacán	27.3	27.2	0.242	0.025	0.721	0.040	0.724	0.725	-0.040	0.010
3013 Molina de Aragón	29.7	30.7	0.228	0.022	0.695	0.027	0.699	0.700	-0.029	0.005
3195 Madrid Retiro	25.7	26.2	0.240	0.025	0.683	0.040	0.687	0.688	-0.043	0.010
3196 Cuatro Vientos Madrid	25.3	25.7	0.222	0.021	0.609	0.008	0.609	0.609	0.008	0.001
3200 Getafe base aérea	23.9	25.4	0.241	0.025	0.658	0.024	0.662	0.664	-0.026	0.003
3259 Toledo	25.5	25.1	0.236	0.024	0.705	0.017	0.707	0.707	-0.018	0.006
3469 Cáceres	31.5	32.7	0.244	0.025	0.658	0.023	0.660	0.660	-0.025	0.014
4121 Ciudad Real	24.2	24.3	0.260	0.030	0.741	0.062	0.749	0.750	-0.063	0.010
4245 Guadalupe (Cáceres)	27.5	19.6	0.188	0.017	0.627	0.040	0.630	0.631	-0.045	0.009
4452 Talavera (Badajoz)	31.8	32.9	0.256	0.027	0.630	0.007	0.632	0.632	-0.008	0.009
4478 Badajoz	28.5	30.7	0.198	0.017	0.628	0.007	0.628	0.629	0.008	0.002
4605 Huelva	36.8	42.2	0.227	0.022	0.621	0.010	0.621	0.622	0.010	0.007
5530 Granada	20.6	20.4	0.234	0.024	0.694	0.028	0.696	0.696	-0.028	0.005
5911 Grazalema	43.5	38.9	0.183	0.015	0.442	0.003	0.441	0.440	0.004	0.007
6000A Melilla	35.5	37.2	0.255	0.027	0.573	0.019	0.570	0.570	0.023	0.011
6006 Algeciras	31.6	34.6	0.190	0.016	0.601	0.035	0.602	0.602	-0.040	0.003
6024 Pan. Guadarranque	33.4	32.2	0.238	0.024	0.474	0.006	0.476	0.476	-0.009	0.010
6120 Pan. Guadalhorce (Ma)	32.1	29.6	0.284	0.033	0.583	0.029	0.589	0.591	-0.038	0.015
6172 Málaga 'jardín observ.'	42.3	46.9	0.275	0.032	0.523	0.043	0.530	0.531	-0.062	0.006
6325O Almería	29.0	32.5	0.301	0.038	0.689	0.024	0.693	0.694	-0.026	0.007
7031 San Javier	41.5	44.5	0.291	0.035	0.654	0.007	0.653	0.653	0.007	0.004
7228 Alcantarilla (Murcia)	41.3	44.6	0.266	0.029	0.676	0.018	0.678	0.678	-0.020	0.001
8025 Alicante	50.4	55.7	0.275	0.032	0.606	0.006	0.608	0.608	-0.007	0.002
8175 Albacete	39.1	38.6	0.277	0.032	0.760	0.037	0.765	0.765	-0.036	0.002
8416 València	54.6	51.9	0.255	0.028	0.545	0.015	0.543	0.541	0.019	0.006
8500A Castelló	60.1	71.4	0.262	0.028	0.602	0.004	0.602	0.602	-0.005	0.001
9121 Haro (La Rioja)	21.3	21.9	0.272	0.031	0.674	0.012	0.674	0.673	-0.013	0.009
9148 Logroño	28.3	29.6	0.240	0.025	0.712	0.035	0.717	0.719	-0.035	0.009
9171 Cabreja (Navarra)	24.3	21.2	0.225	0.022	0.723	0.027	0.725	0.726	-0.026	0.004
9434 Zaragoza aeropuerto	28.0	28.4	0.263	0.029	0.623	0.008	0.624	0.625	-0.008	0.011
9443 Pan. Mezalocha (Zar.)	30.1	29.5	0.244	0.026	0.666	0.024	0.670	0.671	-0.026	0.004
9771 Lleida	40.1	43.7	0.248	0.026	0.764	0.037	0.768	0.770	-0.035	0.007
9898 Huesca Monflorite	21.2	19.1	0.262	0.030	0.730	0.051	0.738	0.740	-0.053	0.011
9980 Tortosa (Tarragona)	56.4	67.4	0.225	0.022	0.602	0.018	0.604	0.605	-0.021	0.004
9981A Tortosa Roquetas	53.6	58.4	0.243	0.025	0.573	0.015	0.571	0.571	0.018	0.015
B228 Palma ciudad	33.2	37.5	0.215	0.021	0.728	0.020	0.729	0.729	-0.019	0.002
C447A Tenerife N. Rodeos	28.3	25.2	0.200	0.018	0.562	0.005	0.562	0.561	0.005	0.009
C449C Sta. Cruz de Tenerife	29.4	29.9	0.288	0.035	0.586	0.013	0.585	0.586	0.016	0.003
Media	33.9	31.7	0.239	0.025	0.633	0.023	0.634	0.635	-0.018	0.931
Desviación típica	11.0	10.2	0.027	0.005	0.072	0.015	0.073	0.074	0.025	0.116

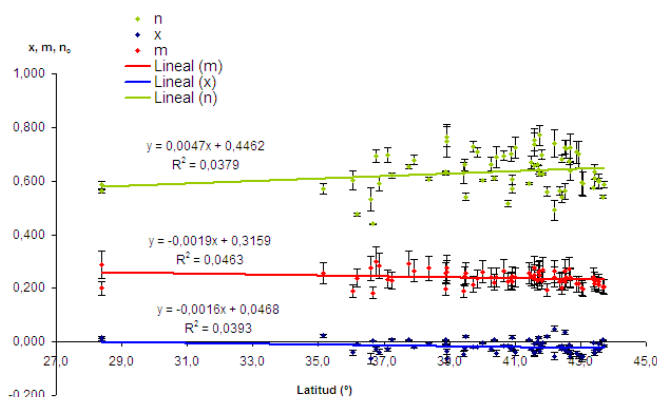


Figura B3. Comparació entre els índexs adimensionals de la corba IDF-IMM, en funció de la latitud.

pràcticament nul·la. Amb això deduïm que m és una constant, almenys per al territori considerat, i que la variabilitat observada és probablement soroll condicionat a les dades (veure Figura B1, Figura B2 i Figura B3).

x = Exponent de la variabilitat de n respecte dels períodes de retorn. En aquest cas també existeix una petita variació respecte del clima, però en qualsevol cas x és proper a 0, per la qual cosa el podem menysprear (veure Figura B1, Figura B2 i Figura B3).

Referències

- AEMET, 2003: CURVAS de intensidad - duración - frecuencia [Archivo de ordenador]: Estructura temporal de la precipitación, AEMET, Madrid, 1 disco compacto; 12 cm. D. L. M. 53200-03. ISBN 84-8320-258-1.
- Chow, V. T., 1962: Hydrologic determination of waterway areas for drainage structures in small drainage basins, *Engrg. Experimental Station, Univ. of Illinois, Urbana, Ill, Illinois, bulletin No. 462*.
- Etoh, T., Murota, A., i Nakanishi, M., 1986: SQRT-Exponential Type Distribution of Maximum, Hydrologic Frequency Modelling, V. P. Shing (ed.), Reidel Pub. Com. U.S.A., Louisiana State University, proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, 14-17 May 1986, pp. 253-264.
- Ferrer, F. J., 1996: El modelo de función de distribución SQRT-ET max en el análisis regional de máximos hidrológicos : aplicación a lluvias diarias, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
- Ghahraman, B. i Hoss Eini, S. M., 2005: *A new investigation on the performance of rainfall IDF models*, *Iran J Sci Technol Trans B-Eng*, **29**.
- Moncho, R., 2008: *Análisis de la intensidad de precipitación. Método de la intensidad contigua*, RAM3, **Enero**.
- M.O.P.U., 1990: Unidades hidrogeológicas de la España peninsular e Islas Baleares, Informaciones y estudios n° 52. Servicio Geológico, Madrid.

NASA, 2008: *Global Temperature Trends: 2007 Summation, DATASETS & IMAGES in GISS Surface Temperature Analysis*.

NOAA, 2008: *Climate of 2007 Annual Report*, National Climatic Data Center, **15 January**.

Pereyra-Díaz, D., Pérez-Sesma, J. A. A., i Gómez-Romero, L., 2004: *Ecuaciones que estiman las curvas Intensidad-Duración-Período de retorno de la lluvia*, *GEOS*, **24**, 46–56.

Remenieras, G., 1970: *L'Hydrologie de L'ingénieur*. Collection du Recherches et D'essais de Chatou, Water Affair Publication, Ministry of Energy, 1, 383, translated to Persian by: H. Sedghi.

Sherman, C., 1931: *Frequency and intensity of excessive rainfall at Boston, Massachusetts*, *Transactions, American Society of Civil Engineers*, **95**, 951–960.

Témez, J., 1978: *Cálculo Hidrometeorológico de caudales máximos en pequeñas cuencas naturales*, Dirección General de Carreteras, Madrid, p. 111.