

Miguel Ballester

Publicación
A - 69

**UN "FILTRO" PARA
ONDAS GRAVITATORIAS
EN
PREDICCIÓN NUMÉRICA**



INM

A 69

**Servicio Meteorológico Nacional
Madrid - 1976**

AEMET-BIBLIOTECA



1006621

R-8.973
CB-1006621

Sig INM A-69
31396

Ministerio del Aire
Subsecretaría de Aviación Civil
SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

Publicación A - 69

UN "FILTRO" PARA ONDAS GRAVITATORIAS EN PREDICCIÓN NUMÉRICA

por

Miguel Ballester

Meteorólogo

Doctor en Ciencias Físicas

Director del Instituto Nacional de Meteorología

Instituto Nacional de Meteorología

Sección de Publicaciones

Madrid - 1976

Ministerio del Aire
Subsecretaría de Aviación Civil
SERVICIO METEOROLÓGICO NACIONAL

Publicación A-69

UN "FILTRO" PARA ONDAS GRAVITATORIAS EN PREDICCIÓN NUMÉRICA

por

Miguel Ballester

Meteorólogo

Doctor en Ciencias Físicas

Director del Instituto Nacional de Meteorología

Depósito Legal: M. 25.772-1976
I. S. B. N. 84-500-1467-0
Paseo General Primo de Rivera, 27 - Madrid-5

UN "FILTRO" PARA ONDAS GRAVITATORIAS EN PREDICCIÓN NUMÉRICA

RESUMEN

Al revisar la línea seguida por Charney para demostrar que la aproximación geostrofica "filtra" las ondas espurias de inercia/gravedad encontramos que, siguiendo un razonamiento paralelo, es posible descubrir que este mismo efecto puede conseguirse aplicando una hipótesis de advección térmica, reconocida en ciertos modelos atmosféricos.

SUMMARY

The line of thought followed by Charney to show that the geostrophic balance is a condition to filter out inertial gravity waves is revised. We find that, close to this method, it is possible to discover that the same filtering is achieved through a broad application of a principle of thickness changes, included in the advective model.

UN FILTRO PARA ONDAS GRAVITATORIAS EN PREDICCIÓN NUMÉRICA

RESUMEN

Al revisar la línea seguida por Charney para demostrar que la conservación geométrica "falsa" las ondas gravitatorias de largo período se comportan como ondas gravitatorias en un sistema de referencia en rotación, se propone un método para filtrar las ondas gravitatorias de largo período en un modelo atmosférico.

SUMMARY

The line of thought followed by Charney to show that the geostrophic balance is a condition to filter out inertial gravity waves is revised. We find that since to this method it is possible to discover that the same filtering is achieved through a broad application of a criterion of thickness change, included in the primitive model.

PRELIMINAR

Esta breve contribución es consecuencia de una laguna advertida en la preparación de clases de “Meteorología Dinámica” que damos en el Instituto Nacional de Meteorología y del curso monográfico de Facultad (Doctorado) que desarrollamos en la Cátedra de “Física del Aire” de la Universidad Complutense. El “Resumen” adjunto da idea precisa de la sencillez del caso.

Por ser la idea de “filtro” de ondas cortas (“ruido”) anterior a la introducción sistemática del método numérico en nuestra Dinámica, hemos querido referirnos en el título a la condición numérica de la predicción; en el entendido de que es dicho método el responsable de la aparición de la “inestabilidad de cálculo” y, por tanto, de la amplificación indebida de aquellas ondas. Queremos, pues, hacer la distinción semántica de que su carácter “espurio” es adquirido a posteriori de su condición original, de hecho “legítima” aunque embarazosa, en el mundo de la Naturaleza.

Las ecuaciones generales de la Hidrodinámica son aplicables a un vasto muestrario de movimientos superpuestos, en forma de modos simples de un espectro de Fourier, ofreciendo longitudes específicas de onda no necesariamente meteorológicas. Las consecuencias pueden ser graves y al tomar conciencia del hecho despiértase una inquietud en el campo investigador. La Hidrodinámica aplicada brinda el precedente de que empirismos y peculiaridades del régimen fluido servían no sólo para acabar el modelado sino para simplificar y resolver sus problemas internos. (Por ejemplo, la Aerodinámica lo hizo introduciendo condiciones plausibles de incompresibilidad, homogeneidad, contorno, capa límite). Es así como el arreglo aparece, digamos, sin salir de casa. Una simbiosis entre el campo de las hipótesis y el de la experiencia definen condicionamientos del medio natural que pueden aprovecharse para extraer vías propias de solución —una especie de cuadro de autodefensa.

Las ondas sonoras se extirpan en virtud de la condición hidrostática; la idea se ve venir por intuición, más luego es demostrable analíticamente; y es bien re-

cibida por ser premisa en el establecimiento del referencial mixto (x, y, p, t,) al que se ajusta el despliegue analítico de nuestra Dinámica. El equilibrio geostrófico es aceptable en régimen de base; si su capacidad de "filtración" comenzaba a adivinarsse desde posturas tomadas a priori (Charney (3)) su demostración analítica posterior (Charney (4)) sería colofón en feliz hallazgo de lo que se buscaba.

Nuestra contribución presente sigue la andadura de tales "redescubrimientos", para desembocar en una condición clave del modelo advectivo.

I

HIPOTESIS GEOSTROFICA

El camino seguido por Charney para demostrar que la condición geostrófica “filtra” las ondas de inercia-gravedad involucradas en un modelo que contiene ondas de Rossby (con objeto de preservar estas últimas de toda superposición espúria) es, en líneas generales, el siguiente.

Aplicando el método de perturbaciones a las ecuaciones diferenciales que representan el modelo, con el fin de linealizarlas, se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right)^* u' - fv' + g \frac{\partial h'}{\partial x} &= 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial v'}{\partial x} + \beta v' + f \frac{\partial u'}{\partial x} &= 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right)^{**} h' - \frac{fU}{g} v' + H \frac{\partial u'}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

donde se ha supuesto que el régimen básico o estacionario está constituido exclusivamente por una corriente geostrófica zonal

$$U = - \frac{g}{f} \frac{dH}{dy}$$

siendo H una cota media, función de una sola variable. Todas las perturbaciones se consideran independientes de la latitud — esto es, las ondas tienen “extensión lateral infinita”.

Aparecen deliberadamente marcados con asteriscos unos operadores que más tarde precisaremos identificar.

Los símbolos expresan

- (') perturbaciones
- u proyección de la velocidad sobre un paralelo
- v proyección de la velocidad sobre un meridiano
- h espesor del estrato atmosférico
- f parámetro de Coriolis ($2\Omega \sin\phi$)
- β parámetro de Rossby ($\partial f/\partial y$)
- g aceleración de la gravedad.

La primera ecuación es la del movimiento proyectado sobre el eje x; la segunda es la ecuación de vorticidad, donde esta magnitud ha quedado reducida a $\partial v'/\partial x$ por ser nulas tanto la derivada $\partial u'/\partial y$ como la corriente básica meridiana; la tercera es la ecuación de continuidad integrada para un espesor definido en el modelo.

Dado el carácter lineal del sistema, sus soluciones son formas armónicas simples de un espectro ondulatorio, funciones sólo de las variables (x, t). Queda así convertido el problema de resolución de ecuaciones entre derivadas parciales en el de resolución de un sistema homogéneo de ecuaciones algebraicas, cuyas incógnitas son $\partial u'/\partial x$, v' , $\partial h'/\partial x$. Llamando μ al número de onda y c a la velocidad de fase, la condición

$$\begin{vmatrix} (U-c)^* & -f & g \\ f & \beta-\mu^2(U-c) & 0 \\ H & -fU/g & (U-c)** \end{vmatrix} = 0$$

se remite a la aproximación de raíces de una ecuación de tercer grado en (U-c).

Como es obvio, una de tales raíces corresponde a la propagación lenta, a escala de valores sinópticos, de una onda larga de Rossby. Las otras dos raíces corresponden a la propagación de ondas cortas de inercia/gravedad

$$(U-c)^* (U-c)** = gH + f^2/u^2$$

El método a seguir para filtrarlas radica en la supresión del término identificable por el paréntesis señalado con un asterisco; lo que conduce a la conclusión

$$fv' + g \frac{\partial h'}{\partial x} = 0$$

que viene a ser casualmente la condición, restringida a las perturbaciones, de equilibrio geostrófico. Luego resta sólo extender esta "filosofía" al caso general, no lineal.

II

HIPOTESIS ADVECTIVA

Pese a que el método ha sido duramente criticado por Thompson (7) (10) tachándolo de medida exagerada e innecesaria, la verdad es que la filtración de Charney no ha sido desechada y subsisten hoy numerosos modelos geostróficos filtrados. Mas no parece haberse nadie percatado de que igualmente válida sería la medida de suprimir el término identificable por el paréntesis que señalamos con dos asteriscos; tal vez porque la obra original deja oscura esta posibilidad en las demostraciones analíticas o porque, como veremos en seguida, la interpretación física no es tan inmediata.

Retrocediendo, pues, al sistema original de ecuaciones diferenciales, esto significaría reconocer una de las dos siguientes posibilidades:

$$a) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) h' = 0$$

$$b) \quad -fUv'/g + H \frac{\partial u'}{\partial x} = 0$$

Esta última condición seguramente ha debido influir negativamente en el ánimo de los investigadores haciéndoles desistir de cualquier interpretación inmediata, razón por la cual nos explicamos la falta de atención al caso. Mas, la primera condición nos parece sin ninguna duda portadora de un sentido físico patente, que sorprende cómo ha podido escapar al análisis detenido.

Representa nada menos, en el lenguaje físico matemático “no perturbado” (esto es, no lineal), la traducción de un principio admisible en Dinámica

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \vec{V} \cdot \nabla h$$

que se interpreta como portavoz del hecho de que “las variaciones locales de espesor se deben, en ciertas condiciones, a un proceso de advección”.

Evidentemente la hipótesis es discutible y no exenta de discriminación. Intrínsecamente puede parecer incompatible con el enunciado formal de la ecuación de continuidad, si no se imponen limitaciones. Mas se encuentra sancionada favorablemente entre los supuestos de la moderna dinámica y avalada por las primeras figuras que lo utilizaron: Rossby (11), Bjerknes y Holmboe (12), Sutcliffe (13). Luego, el modelo atmosférico conocido como “advectivo”, dado a conocer por Charney, Fjortoft y von Neumann (6), Fjortoft (14), Charney (15), Sutcliffe (16) y Eliassen (17), que representó históricamente una importante transición entre el modelo barotrópico-equivalente (primero en orden cronológico) y los subsiguientes baroclinos, reconoce este fenómeno implícito en aquella fórmula y lo incluye analíticamente en su sistema de ecuaciones diferenciales bajo la expresión

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{g}{f} J(z, h) = 0$$

donde el símbolo J representa el determinante jacobiano de las funciones $z(x, y, t)$, $h(x, y, t)$.

De la misma manera, pues, que la aproximación geostrófica fue admitida en su momento por representar un comportamiento aceptable de la naturaleza atmosférica, cuya aplicación en la práctica debía hacerse cuidadosamente y no de una manera drástica (piénsese que de aplicar “ab initio” el balance geostrófico quedaría fuera del esquema la propia ecuación de vorticidad, cuya procedencia estriba esencialmente en los términos de inercia en las ecuaciones de movimiento, arrastrando, ya sin carta de naturaleza, a las mismas ondas largas de Rossby), asimismo la aproximación advectiva puede dosificarse adecuadamente para hacerla compatible con las premisas del esquema y su reconocimiento representa postura reconciliada frente al diseño de modelos atmosféricos.

El modelo advectivo contiene ondas estables y ondas inestables, separada su génesis por un umbral de transición dependiente de una longitud de onda crítica. El modelo barotrópico no contiene las inestables, lo que le sitúa en inferioridad como instrumento pronosticador. Claro que, adversamente, la ciclogénesis se dispara exageradamente hacia las altas frecuencias del espectro produciendo una “catástrofe ultra-violeta” (sic); lo cual parece indicar que el problema de resolver las ecuaciones mediante un análisis de Fourier no tiene sentido en esa banda. Aun admitiendo que la “inestabilidad es un error introducido por el supuesto advectivo, no legítimo para ondas extremadamente cortas”, lo cierto es que el “modelo advectivo es más realista que el barotrópico” (Eliassen, 17).

Recientemente, el último texto aparecido sobre prognosis numérica (Haltiner, 18) incluye un modelo biparamétrico integrado (al que no llama advectivo) en que una de las ecuaciones es

$$\frac{\partial h}{\partial t} + k \bar{V} \cdot \nabla h = 0$$

que viene a ser la hipótesis advectiva afectada de un coeficiente k , cuyo valor oscila entre 0,5 y 0,75 “a determinar empíricamente con objeto de conseguir el máximo de acierto en el pronóstico... variable según el tipo de advección...”, asegurando que esta “aproximación ha sido utilizada en predicciones operativas con un buen grado de éxito”.

La hipótesis advectiva que propugnamos puede entrar, por consiguiente, en la familia de condicionamientos en la que se encuentran las reconocidas aproximaciones geostrófica, hidrostática, solenoidal, portadoras del efecto de filtración.

BIBLIOGRAFIA

Antecedentes del problema se encuentran dispersos en el ambiente del decenio que inicia Rossby con sus ideas sobre la existencia y comportamiento de ondas largas planetarias y la hegemonía del papel que desempeña la vorticidad en el campo cinemático (su solución en el “plano β ” es un hallazgo lineal, y por consiguiente armónico, traído sin necesidad de aplicar el método de perturbaciones).

(1) C. G. ROSSBY: *Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacement of the semi-permanent centers of action*. Jour. Marine Res. 2, 1939.

(2) C. G. ROSSBY Y OTROS: *Planetary flow patterns in the atmosphere*. Quar. Jour. Roy. Met. Soc. 66, supl. 1940.

Charney lanza un precedente (3) a su tesis geostrófica un año antes de su célebre publicación (4), con lo cual resulta extraño que esta última sea la preferente y sistemáticamente citada, siendo así que señala cómo en la primera encontró “que el uso de la aproximación geostrófica sobre ciertos términos de las ecuaciones de movimiento produce precisamente el efecto de filtrar las soluciones ondulatorias meteorológicamente insignificantes”.

(3) C. G. CHARNEY: *The Dynamics of Long Waves in a baroclinic westerly current*. Jour. Met. 4, 1947.

(4) C. G. CHARNEY: *On the scale of atmospheric motions*. Geofys. Publikasjoner, Oslo, 17, 1948.

Su aplicación a la ecuación de vorticidad, base del modelo barotrópico, aparecerá luego (5) y a continuación un primer ensayo de resolución por métodos numéricos (6) que, por cierto, contiene una descripción del modelo advectivo.

(5) C. G. CHARNEY: *On a physical basis for numerical prediction of large-scale motion in the atmosphere*. Jour. Met. 6, 1949.

(6) C. G. CHARNEY, R. FJORTOFT, J. von NEUMANN: *Numerical integration of the barotropic vorticity equation*. Tellus, 2, 1950.

La demostración analítica del filtro geostrófico queda muy bien sintetizada en el texto de

(7) P. D. THOMPSON: *Numerical Weather Analysis and Prediction*. MacMillan Co., New York 1961.

reproducida en su contribución al Seminario de Moscú:

(8) O. M. M.: *Lectures on Numerical Short-Range Weather Prediction*. WMO Regional Training Seminar. Hydrometeoizdat. Leningrado, 1969.

También ofrece una demostración análoga la obra de Haltiner (1971) reseñada en (18). Desvíase de esta línea para seguir un camino más breve el tratado de

(9) A. WIIN-NIELSEN: *Dynamic Meteorology*. Compendium of Meteorology, O. M. M. n.º 364, 1973.

Aparecerá una severa crítica a la tesis geostrófica acusándola de contraer una condición suficiente mas no absolutamente necesaria, esto es, abusiva, junto con el desarrollo de la auténtica condición necesaria y suficiente para la filtración, en el trabajo:

(10) P. D. THOMPSON: *A theory of large-scale disturbances in non-geostrophic flow*. Jour. Met. 13, 1956.

reproducida en su obra citada (7). Según esto, dicha condición radica en suprimir la variación individual de divergencia en la ecuación del mismo nombre, que deja así de ser una ecuación de pronóstico para convertirse en la conocida ecuación de "balance". Este método se incorporará en seguida a los modelos que descansan sobre el sistema llamado de "ecuaciones primitivas".

La HIPOTESIS ADVECTIVA tienen sus precedentes históricos en la obra de

(11) C. G. ROSSBY: *Kinematic and hydrostatic properties of certain long waves in the westerlies*. University of Chicago, Dept. of Meteorology. Misc. Reports n.º 5, 1942.

y es utilizada en la antología de

(12) J. BJERKNES, J. HOLMBOE: *On the theory of cyclones*. Jour. Meteo. vol. 1, n.º 1, 1944.

quedando inequívocamente implicada en el trabajo magistral de

(13) R. C. SUTCLIFFE: *A contribution to the problem of development*. Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 73, 1947.

EL MODELO ADVECTIVO queda descrito en forma conveniente o apta para la integración numérica en el trabajo conjunto de Charney, Fjortoft y von Neumann indicado en (6), y en los siguientes artículos aparecidos en el "Compendium of Meteorology" de la American Meteorological Society:

(14) R. FJORTOFT: *Stability properties of large-scale atmospheric disturbances*. Comp. Met. A. M. S., 1951.

(15) J. G. CHARNEY: *Dinamic forecasting by numerical process*. Comp. Met., A. M. S., 1951.

Aparece un desarrollo simultáneo en

(16) R. C. SUTCLIFFE: *The quasi-geostrophic advective wave in a baroclinic zonal current*. Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 77, 1951.

y una reconsideración ejemplar de

(17) A. ELIASSEN: *Simplified dynamic models of the atmosphere designed for the purpose of numerical weather prediction*. Tellus, 4, 1952.

donde se insiste en la "posibilidad de que el MODELO ADVECTIVO responda de los efectos de baroclinidad y transformación de energía potencial en cinética, sin necesidad de introducir complicados esquemas tridimensionales".

Con cierta perplejidad advertimos que el texto más moderno sobre predicción numérica

(18) G. J. HALTINER: «*Numerical Weather Prediction*». John Willey & Sons Inc. 1971.

contiene, sin mencionar su origen, la misma hipótesis adscrita a un modelo baroclino de "fácil solución por métodos numéricos en ordenadores digitales"; el modelo es biparamétrico bastando así la presencia de una ecuación de vorticidad térmica y la HIPOTESIS ADVECTIVA para resolverlo.

INDICE

	<i>Páginas</i>
	<hr/>
Resumen	1
Preliminar	2
I. Hipótesis geostrófica	7
II. Hipótesis advectiva	9
Bibliografía	12

I N D I C E

Índice

1	Introducción
2	Objetivos
3	1. Marco teórico
4	2. Metodología
5	3. Resultados
6	4. Conclusiones
7	5. Bibliografía

