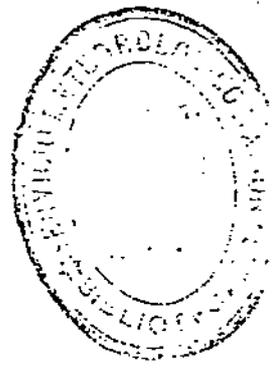


Re 664

M. 11.33=6



MINISTERIO DEL AIRE
DIRECCION GENERAL DE PROTECCION DE VUELO



SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

Publicaciones
Serie B (Textos) n.º 4

A P U N T E S
DE
TERMODINAMICA DE LA ATMOSFERA

por
FRANCISCO MORAN SAMANIEGO
Meteorólogo, encargado de la asignatura en la Universidad Central,
Comandante asimilado del Ejército del Aire

S. M. N.

SECCION DE AEROLOGIA
MADRID - 1944

BATAÑO 35 34

PROLOGO

Cada vez es mayor en España el número de personas que emprenden estudios superiores de Meteorología, y tropiezan con la dificultad de que en castellano no hay más que textos elementales. Este libro es un primer esfuerzo para remediar esa falta.

En él hemos procurado construir con rigor la parte teórica de la Termodinámica del Aire; en cambio las aplicaciones meteorológicas de la teoría están expuestas a veces con una sencillez casi esquemática. Se ha procedido así, no sólo por el carácter teórico de la disciplina, sino porque es cosa probada que los principiantes siguen sin dificultad el estudio matemático de los sencillos procesos ideales, pero se desconciertan ante la complejidad de los fenómenos atmosféricos, si no se les ofrecen depurados de complicaciones accesorias.

Un libro que sólo hablase de Termodinámica de la Atmósfera, dando por sabido lo demás, sería incomprendible para los lectores noveles; por eso nosotros, para mayor claridad, incluimos sin escrúpulo en nuestra obra algunas cuestiones dinámicas y energéticas.

La amplitud con que exponemos la Meteorología coloidal (capítulo VII), aunque desusada hasta ahora, no debe parecer excesiva. Probablemente estas cuestiones no tardarán en adquirir, por sí solas, tanto desarrollo como todo el resto de la asignatura.

Por último, recordamos a los lectores la difícil época en que hemos escrito esta obra, en plena parálisis de la vida científica internacional; y sin disponer, acaso, de algunas monografías extranjeras importantes. Sea esto un motivo más para que todos sean indulgentes con nuestras faltas.

FE DE ERRATAS

(Al numerar los renglones, cada fórmula se cuenta como una línea)

Págs.	Lin.	DICE	DEBE DECIR
26	2	de hablar	hablar
61	17	$\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 + y^2}} = \text{arc. sen } h \frac{y}{a}$	$\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = \text{arc. sen } \frac{y}{a}$
71		Sustitúyase por c_p la c que figura en algunas fórmulas.	
72	9	$\dots = \frac{\gamma' - \alpha'}{p' \cdot s'}$	$\dots = \frac{\gamma - \alpha'}{p' \cdot s'}$
75	5	troposfera	tropopausa
84		Sustitúyase por c_p la c de la última fórmula de la página.	
118	17	$c \frac{p}{p - e} (t - t') = \dots$	$c_p \frac{p}{p - e} (t - t') = \dots$
149	10	$e_3 \approx \frac{m_1 e_1 + m_2 e_2}{m_1 + m_2}$	$e_3 \approx \frac{\mu_1 e_1 + \mu_2 e_2}{\mu_1 + \mu_2}$
150	2	$h_3 = \frac{e_3}{E_3}$	$h_3 = 100 \frac{e_3}{E_3}$
150		Sustitúyase por $M_1 + M_2$ el denominador $M_1 + M_3$ del primer exponente de la fórmula (108).	
164	1	$-\frac{\partial \ln p}{c_p \partial t}$	$= \frac{R}{c_p} \frac{\partial \ln p}{\partial t}$
203	15	es menester	es suficiente
223	8	este	esta
225	-5	estratosféricas	troposféricas
282	7	hasta	hasta
284	17	0,90	90
300	-6	ecuación	función
300	-3	exponencial	potencial
310	7	exactamente	casi exactamente
316	-7	(fig. 94)	(fig. 95)
322	3	U	I

BIBLIOGRAFIA

Consignamos sólo aquí los principales tratados, con algunas notas críticas. Una relación de las monografías que se han tenido en cuenta al escribir esta obra sería larga, y de poco provecho para los principiantes.

Obras españolas

A. DUPERIER.—*Estudio termodinámico de la condensación por convección*. An. de la Sociedad Española de Meteorología, 1927. Es lo mejor sobre Termodinámica de la Atmósfera que hay en castellano, y supera a todo lo extranjero sobre el mismo tema.

Algunas nociones de Termodinámica de la Atmósfera se hallan también en las excelentes obras elementales de Lorente y Pita, a saber:

LORENTE.—*Meteorología*. 3.^a edición (Labor), 1945.

PITA.—*Cursillo de Meteorología*. Servicio Meteorológico, 1939.

PITA Y LORENTE.—*Meteorología Aeronáutica*. Madrid, 1942.

Obras en alemán

A. WEGENER.—*Thermodynamik der Atmosphäre*. Leipzig, 1911. Obra insuperable por el certero y original enfoque de los problemas, y por el atractivo de su lectura. Lástima que sea tan antigua, y que las nuevas ediciones, modificadas por K. Wegener (*Physik der Atmosphäre*, 1935), no resulten recomendables.

EXNER.—*Dynamische Meteorologie*. Viena, 1925. Magnífica obra, aunque trata con poca extensión la Termodinámica.

KOSCHMIEDER.—*Dynamische Meteorologie*. Leipzig, 1941. Precisamente lo mejor de esta obra es la parte de Termodinámica, muy puesta al día en esta 2.^a edición, y acompañada de unas explicaciones muy completas y rigurosas de Termodinámica general.

STÜVE.—Berlín, 1937. Es lástima que la obra póstuma de este gran maestro no sirva para los principiantes; pero los encargados de completarla y publicarla no han estado a la altura de su misión.

ERTEL.—*Methoden und Probleme der dyn. Meteorologie*. Aunque brevísima, muy bien la Termodinámica, especialmente en politropos, problemas de labilidad, criterios dinámicos de equilibrio, etc., etc.

CHROMOW.—*Synoptische Wetteranalyse* (Traducido del ruso). Viena, 1940. Muy bien la parte de Termodinámica, con una excelente exposición del uso de los diagramas.

RAETHJEN.—*Statik und Thermodynamik der Atmosphäre*. Berlín, 1942. Seguramente la mejor obra para principiantes, por su forma elemental, que no la priva de ser admirablemente moderna y completa.

Obras en inglés

HUMPHREYS.—*Physics of the Air*.—New York, 1929. Muy bien la Termodinámica, pero mezclada con otras cuestiones, sin constituir cuerpo aparte.

N. SHAW.—*The Physical processes of weather*, tomo III. Cambridge, 1930. Muy instructivo y original, aunque, para principiantes, algo desordenado y difuso.

BRUNT.—*Physical and Dynamical Meteorology*. Cambridge, 1941. Muy bien la Termodinámica de la Atmósfera. De Termodinámica general hay algún razonamiento no correcto del todo.

G. F. TAYLOR.—*Aeronautical Meteorology*. Londres, 1939. Lleva una bonita, aunque breve, introducción termodinámica, de carácter muy práctico y moderno, y con muchas demostraciones gráficas. Muy bien las nieblas y los engelamientos.

PETTERSEN.—*Weather Analysis and Forecasting*. New York, 1940. Esta gran obra empieza con una excelente introducción termodinámica, notable sobre todo en las especialidades del autor, como inestabilidad convectiva, selectiva y condicional, nieblas, etc.

Introduction to Meteorology. New York, 1941. Tiene cuatro capítulos de Termodinámica, muy modernos dentro de su elementabilidad.

Obra italiana

EREDIA.—*Lezioni di Meteorologia e di Aerologia*. Roma, 1941. Bien y bastante completa la Termodinámica, con una breve exposición de los dos principios; pero mezclada con cuestiones de dinámica, aparatos, técnica de sondeos, etc.

Capítulo I

BREVE REPASO DE LAS NOCIONES INDISPENSABLES DE TERMODINAMICA

I.—PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

1. **El calor no es una substancia.**—Es preciso guardarse de considerar el calor como una especie de *fluido indestructible que se conserva* como almacenado en los cuerpos que lo han absorbido, como el agua en los recipientes. Esta equivocada concepción ha retrasado no poco el progreso de la Termodinámica en el pasado siglo, y sigue aún induciendo a errores a los que, todavía hoy, no saben librarse de ella.

Si el calor se conservase, no podría aparecer calor en un cuerpo sin haber desaparecido de otro. Pues bien, es un hecho familiar que *el trabajo produce calor*: por ejemplo, en una rueda que roza con su freno aparece calor que no ha sido tomado de cuerpo ninguno. Por otra parte, también es sabido que el calor puede desaparecer, con producción de trabajo.

2. **El calor es una forma de la energía: Primer principio de la Termodinámica.**—La posibilidad de producir calor gastando trabajo y de producir trabajo consumiendo calor, nos induce a sospechar que uno y otro no son más que *formas distintas de la energía*. Si tal interpretación es exacta quedará explicado que no se cumpla *el principio de conservación del calor* como materia; pero en cambio *habrá de cumplirse inexcusablemente, siempre que aparezca o desaparezca calor, el principio de conservación de la energía*, es decir:

Es posible crear o destruir calor; pero por cada caloría que aparezca (o desaparezca) habrá de desaparecer (o aparecer) siem-

pre una cantidad fija J de ergios, ya sea en forma de energía mecánica, ya en forma de energía eléctrica, química, etc. Esto es lo que afirma siempre, el primer principio de la Termodinámica, el cual, aunque admite diversos enunciados, no es otra cosa que el principio de conservación de la energía, aplicado al calor como nueva forma energética.

3. **Aplicación a transformaciones cíclicas.**—Llamamos transformaciones cíclicas o ciclos a aquellas evoluciones al cabo de las cuales la substancia que las ha experimentado se encuentra de nuevo en el estado inicial. Consideraremos precisamente ciclos en que no intervengan otras manifestaciones de la energía que el calor Q absorbido por la substancia y el trabajo mecánico \mathcal{T} ejecutado por la misma durante el ciclo.

Pues bien, el principio de conservación de la energía exige que en tales ciclos sea siempre $Q = \mathcal{T}$; pues si fuese $Q < \mathcal{T}$; como al final de la transformación cíclica todo queda, por definición, igual que estaba, repitiéndola una y otra vez llegaríamos a sacar de la nada cuanto trabajo quisiéramos, realizando así el quimérico *móvil perpetuo de primera especie o máquina de crear trabajo*. Y si fuese $Q > \mathcal{T}$, repitiendo indefinidamente la operación aniquilaríamos cuanta energía quisiésemos.

Se nos ofrece, ahora, un procedimiento experimental muy sencillo para comprobar la igualdad de Q y \mathcal{T} en las transformaciones cíclicas y, por tanto, la certeza del primer principio. Consistirá en medir en ciclos realizados por diversas substancias y en las más variadas condiciones, la cantidad \mathcal{T} en ergios y la Q en calorías y ver si la razón de ambos números es constante como el primer principio exige, ya que en cada caso, por ser Q y \mathcal{T} energías equivalentes, dicha razón representa la constante que hemos designado en § 2 por J , o sea lo que, muy propiamente, se llama el *equivalente mecánico de la caloría*.

Pues bien, se comprueba efectivamente que, dentro de los errores de cada experimento, siempre resulta

$$J \equiv \frac{\mathcal{T} \text{ en ergios}}{Q \text{ en calorías}} = 4,186 \times 10^7$$

lo cual, además de confirmar el primer principio, nos enseña que cada caloría equivale precisamente a 4,186 julios. No menos im-

portante es el cociente recíproco A , $\left(A \equiv \frac{1}{J} = \frac{Q \text{ en calorías}}{\mathcal{T} \text{ en ergios}} \right)$ que representa el valor en calorías de cada ergio o equivalente calórico del trabajo; numéricamente es $A = 2,389 \times 10^{-8}$ calorías por ergio.

En adelante, para ahorrarnos de introducir en las fórmulas los coeficientes de reducción J y A , siempre se entenderá que el calor Q comunicado a la substancia que evoluciona y el trabajo \mathcal{T} rendido por ella están expresados ambos en calorías o ambos en ergios.

4. Aplicación a transformaciones cualesquiera. Energía interna.

En las transformaciones *abiertas* o no cíclicas, encontramos, en general, que $Q \neq \mathcal{T}$; mas como la energía $Q - \mathcal{T}$ no puede perderse, el primer principio nos obliga a admitir que ha sido absorbida por la substancia que se transforma, pasando a aumentar cierta reserva de energía que guardan todos los cuerpos en su interior y que por eso se llama *energía interna*. Es decir, que designando por U la energía interna, *en toda transformación se verifica*

$$\Delta U = Q - \mathcal{T} \quad (1)$$

que viene a ser el enunciado analítico del primer principio.

5. *La energía interna, función de estado.*—Aplicando (1) a una transformación cíclica, como en ellas $Q = \mathcal{T}$, resulta $\Delta U = 0$. Es decir: la substancia regresa siempre a un estado cualquiera con la misma energía interna con que partió de él. Dicho de otro modo: *a cada estado de una substancia le corresponde una cantidad invariable de energía interna.*

$$U = U(x, y, \dots) \quad (2)$$

siendo x, y, \dots , un sistema cualquiera de variables que definan por completo el estado de la substancia.

Al pasar el cuerpo del estado x_1, y_1, \dots , al x_2, y_2, \dots , su energía interna pasa de $U_1 = U(x_1, y_1, \dots)$ a $U_2 = U(x_2, y_2, \dots)$; luego aumenta en $U_2 - U_1$, sea cualquiera la serie de los estados intermedios, o *camino de evolución*. Si consideramos la transformación como compuesta de infinitas transformaciones elementales, esto se expresará analíticamente escribiendo

$$\int_1^2 (\delta Q - \delta \mathcal{T}) \equiv \int_1^2 \delta Q - \int_1^2 \delta \mathcal{T} = U(x_2, y_2, \dots) - U(x_1, y_1, \dots) \quad (3)$$

es decir, que la integral depende sólo de sus límites y no del camino de integración. O bien que

$$\delta Q - \delta \mathcal{T} = dU$$

es una diferencial exacta.

6. **Trabajo de dilatación.**—Aunque el trabajo \mathcal{T} rendido por la substancia en una transformación puede comprender energías mecánicas de todas las especies, incluso potenciales y cinéticas, nosotros consideramos sólo el caso en que \mathcal{T} se reduce al trabajo ejercido por el cuerpo al dilatarse, venciendo la presión p' que el medio ambiente ejerce sobre él. Entonces se tendrá:

$$\mathcal{T} = \iiint p' ds \cdot dn = \iiint p' dV \quad (4)$$

en que dn es el camino recorrido por el elemento ds de superficie en el sentido de su normal exterior respecto al cuerpo y $ds \cdot dn = dV$ representa por tanto el volumen elemental barrido por ds .

Por lo general (aunque no siempre en la atmósfera) p' es constante en cada momento, o sea en cada estado de la substancia, para todos los puntos de su superficie. Entonces, como V es variable de estado, \mathcal{T} se reduce a la integral simple

$$\mathcal{T} = \int p' dV = \int p'(x, y, \dots, V) dV \quad (4')$$

Como p' depende no sólo de V , sino también de las otras variables x, y, \dots , de estado, salta a la vista que \mathcal{T} no es independiente del camino de dilatación. Por tanto, $\delta \mathcal{T} = p' dV$ no es diferencial exacta. Tampoco puede serlo, pues, $\delta Q = \delta \mathcal{T} + dU$, ya que resulta de añadir a $\delta \mathcal{T}$ la diferencial exacta dU .

No existe, por consiguiente, una función $Q(x, y, \dots)$, que nos dé el contenido de calor de un cuerpo en cada estado. Esto confirma en lenguaje matemático que *no tiene sentido hablar del calor que contiene un cuerpo. Los cuerpos no contienen calor; lo que ocurre es que cambian unos con otros energía en forma de calor.* Por tanto, el símbolo δQ jamás debe interpretarse como *incremento de la cantidad de calor* Q de una substancia, sino como *calor que se le comunica en una transformación elemental* y que inmediatamente la substancia transforma, en parte en trabajo mecánico, y en parte en energía interna.

7. **Diagramas termodinámicos. Diagrama de Clapeyron.**—En general, bastan dos variables de estado cualesquiera, independientes entre sí, para definir por completo el estado de una substancia homogénea. Tomando estas variables como coordenadas de un sistema rectangular, a cada estado le corresponderá un punto, que podrá servirnos para representarlo gráficamente, y cada camino de evolución, o sea cada sucesión de estados intermedios por los que la substancia puede pasar del estado inicial al estado final, vendrá representado por una curva continua. Estos sistemas rectangulares en que las coordenadas representan un par de varia-

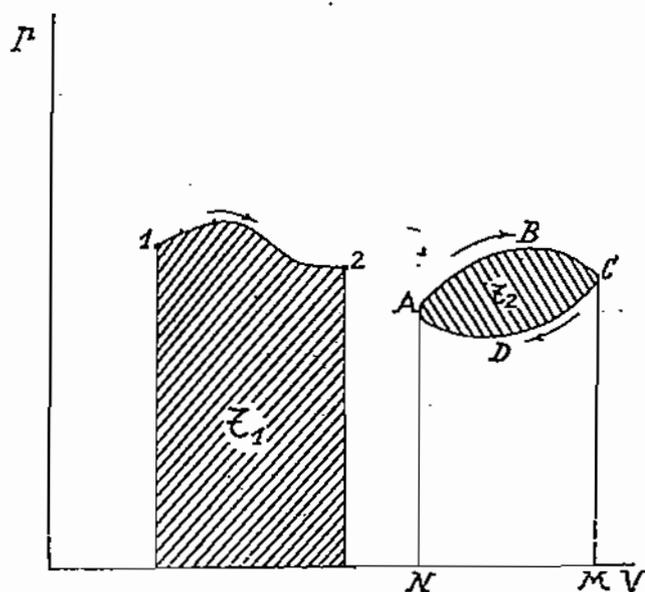


Figura 1

Diagrama de Clapeyron

bles de estado independientes, reciben el nombre de *diagramas termodinámicos*.

Uno de los más importantes es el *diagrama de Clapeyron*, en que las ordenadas representan presiones y las abscisas volúmenes (fig. 1).

8. **Dilataciones reversibles.**—Son aquellos cambios de volumen en que la presión exterior p' es igual a la presión p ejercida por el cuerpo. Desde luego, se comprende que esto no ocurrirá nunca en una dilatación *real*, pues es precisamente la diferencia entre ambas presiones p y p' la que determina la dilatación, cuando $p' < p$, y la contracción (dilatación negativa) en caso contrario. Las dilataciones reversibles son, pues, evoluciones límites ideales. Sin

embargo, nosotros razonaremos sobre ellas, a condición de aplicar los resultados únicamente a aquellas dilataciones reales en que la diferencia entre p y p' sea tan pequeña que no produzca efecto sensible en el trabajo de dilatación.

Sea, pues, $p = p'$; entonces el trabajo de dilatación de (V_1, p_1) a (V_2, p_2) , valdrá:

$$\mathcal{T} \equiv \int_1^2 p' \cdot dV = \int_1^2 p \cdot dV \quad (5)$$

en que la integral ha de tomarse a lo largo de la *línea de evolución*. En el diagrama de Clapeyron \mathcal{T} estará representado, pues, por el área \mathcal{T}_1 de la figura 1.

Si la transformación reversible es cíclica, la línea de evolución será cerrada y el trabajo ejercido en la transformación resulta igual a la diferencia entre las áreas ABCMN y ADCMN de la figura 1, o sea al área \mathcal{T}_2 , que tiene por contorno el camino de evolución, tomada con signo + o con signo —, según que en la transformación dicho contorno se recorra en el sentido de las agujas del reloj, o en sentido contrario.

Estas transformaciones en que $p = p'$ constan de una sucesión de estados de equilibrio, de modo que no hay inconveniente en suponerlas realizadas en sentido contrario. Además, el conjunto de la evolución directa con la de sentido opuesto está representado en el diagrama de Clapeyron por dos líneas coincidentes, que no encierran área ninguna, lo cual quiere decir que en cada transformación reversible elemental el calor absorbido δQ y el trabajo realizado $\delta \mathcal{T}$ son iguales y de signo contrario que en la transformación reversible opuesta, cosa que no ocurre, como veremos, cuando $p \neq p'$. Precisamente porque cuando $p = p'$, las transformaciones pueden ser invertidas *en todos sus efectos*, es por lo que se llaman *transformaciones reversibles*.

Para toda dilatación reversible, la expresión diferencial del primer principio es:

$$dU = \delta Q - \delta \mathcal{T} = \delta Q - p dV$$

o bien

$$\delta Q = dU + p dV \quad (6)$$

II.—SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

9. **Necesidad de un criterio de evolución.**—El primer principio nada nos dice acerca del sentido espontáneo de evolución de las substancias. Según él, a partir de un estado cualquiera, tan posible es una evolución como otra de sentido opuesto, con tal de que en ambas se cumpla con exactitud el balance energético expresado por la fórmula (1). Es decir, que con arreglo al primer principio sería posible, p. e., que la mitad de un cuerpo se calentase de un modo espontáneo, con tal que la otra mitad le cediese, enfriándose, el calor preciso; o también que un gas se contrajese de un modo espontáneo para dejar espacios varios en su seno.

Ahora bien, con tanta seguridad como que no puede crearse ni destruirse energía, sabemos nosotros que jamás ocurrirá ninguna de esas dos evoluciones; que por lo contrario, siempre se producirán las opuestas: que si entre dos partes de un cuerpo existe diferencia de temperatura, esa diferencia se nivelará espontáneamente; y que si en el seno de un gas hay espacios vacíos, el gas se dilatará hasta colmarlos. No nos falta, pues, a nosotros cierto caudal de experiencia subconsciente acerca del sentido de las evoluciones naturales. Lo que es menester es que formulemos estos conocimientos experimentales en un *principio* que los abarque todos, y que sea de fácil aplicación, incluso a casos menos obvios que los anteriores.

10. **Segundo principio. Imposibilidad del móvil perpetuo de segunda especie.**—Vamos a ver que todos estos casos de imposibilidad patente están comprendidos en el siguiente enunciado concreto: *es imposible construir una máquina de funcionamiento cíclico que no haga más que tomar calor de una sola fuente térmica y transformarlo en trabajo*. Este artefacto ideal se llama *móvil perpetuo de segunda especie*, porque si nos fuese dado construirlo, extrayendo calor de cualquiera de las fuentes inagotables de la naturaleza, por ejemplo del mar, produciríamos cuanto trabajo quisiéramos; tendríamos *un movimiento continuo*, aunque sin contradicción con el principio de conservación de la energía.

Nuestras máquinas térmicas necesitan, por lo menos, dos fuentes de calor a distinta temperatura. Funcionan tomando el calor

Q_1 de la fuente más caliente ; transformando de este calor la fracción RQ_1 (en que R es lo llamado *rendimiento*) en trabajo, y cediendo el calor restante, $Q_2 = (1-R)Q_1$, a la fuente más fría. No son, pues, móviles perpetuos de segunda especie, pues además de convertir calor en trabajo *hacen otra cosa*: transportan calor de la fuente cálida a la fría. Mas si fuese posible devolver este calor a la fuente cálida, *sin otras consecuencias*, la máquina quedaría convertida en un móvil perpetuo de segunda especie. Véase cómo, a partir de la imposibilidad del móvil de segunda especie, se demuestra que es imposible que pase calor de lo frío a lo caliente, sin que concurren efectos mecánicos.

Demostremos ahora, a partir del mismo postulado, que tampoco es posible la contracción espontánea de un gas. Mientras el gas trabaja en empujar un émbolo, devolvámosle la energía que gasta en su trabajo, en forma de calor tomado de una sola fuente. Si luego el gas, espontáneamente, es decir, sin que nosotros lo empujásemos, pudiera dejar vacío el espacio en que se mueve el émbolo, a nosotros no nos costaría trabajo alguno volver el émbolo al punto de partida, con lo cual quedaría todo dispuesto para repetir la *conversión en trabajo de calor extraído de una sola fuente*.

Pues bien, a este postulado de la imposibilidad del móvil perpetuo de segunda especie lo llamaremos nosotros *segundo principio de la Termodinámica*. Lo elevamos a la categoría de principio no precisamente porque resume nuestras experiencias inmediatas sobre el sentido de evolución de los cuerpos ; sino más bien porque, como veremos en seguida, lleva en sí una insospechada multitud de consecuencias cualitativas y *cuantitativas* de la mayor importancia. Ellas permiten además otras tantas comprobaciones experimentales del principio ; porque, es claro, que bastaría que uno sólo de estos corolarios resultase desmentido por la experiencia para que el segundo principio cayese por su base ; mas entonces tampoco sería vana nuestra labor, pues habríamos encontrado un modo de construir el móvil perpetuo de segunda especie.

11. **Máquina y bomba térmica de Carnot.**— Con dos fuentes de calor se construye una *máquina térmica reversible* del siguiente modo: 1.º Una substancia cualquiera trabaja al dilatarse en contacto con la fuente cálida, manteniéndose a la misma temperatura t_1 que ella, mediante la absorción del calor Q_1 . 2.º Después trabaja dilatándose, sin absorber ni desprender calor (o sea

adiabáticamente) hasta alcanzar la temperatura t_2 de la fuente fría. 3.º En contacto con ella se contrae manteniéndose siempre a la misma temperatura t_2 , mediante la cesión del calor Q_2 . Por último se contrae adiabáticamente hasta ponerse de nuevo a la temperatura t_1 de la fuente cálida, precisamente en el momento en que vuelve al estado inicial. Todas estas dilataciones y contracciones se efectúan en perfecto equilibrio de presión con el medio exterior. La figura 2 representa en el diagrama de Clapeyron el ciclo que acabamos de describir, llamado *ciclo de Carnot*. Las líneas AB y CD son las isothermas t_1 y t_2 correspondientes a las temperaturas de la fuente cálida y de la fría. Las líneas BC y DA repre-

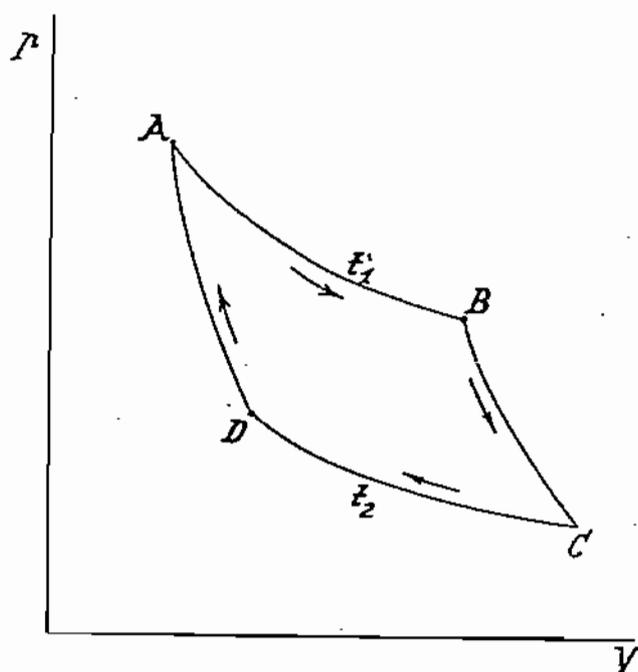


Figura 2
Ciclo de Carnot

sentan las transformaciones adiabáticas que el cuerpo experimenta al pasar de una fuente a la otra.

El calor transformado en trabajo en cada ciclo es el $Q_1 - Q_2$ y el rendimiento vale

$$R = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Esta máquina, llamada de Carnot, es *reversible*, porque según hemos visto en -8-, gracias a la constante igualdad de presiones con lo exterior, si el ciclo se describe en sentido inverso los calores absorbidos y los trabajos realizados a lo largo de cada lí-

nea, cambian sólo de signo: las adiabáticas, siguen, pues, siendo adiabáticas; y en la isoterma BA la substancia le cede a la fuente cálida el calor Q_1 , y en la isoterma DC toma de la fuente fría el calor Q_2 . La máquina de Carnot así invertida funciona, pues, como una *bomba térmica*, que eleva el calor Q_2 de la temperatura fría a la caliente; pero lo eleva merced al consumo de un trabajo $Q_1 - Q_2$, cuyo equivalente térmico va a parar también a la fuente cálida.

12. **Rendimiento de la máquina de Carnot.**— Así como ciertos ignorantes pretenden realizar el movimiento continuo combinando un salto de agua, con una bomba, movida por él, que eleve el agua de nuevo, podría alguno intentar conseguirlo, asociando una máquina térmica (reversible o no) de rendimiento $R = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$,

con una bomba de Carnot, alimentada por las mismas fuentes térmicas, que robase de nuevo a la fuente fría el calor Q_2 recibido por ella de la fuente cálida. De este modo obtendríamos una *máquina sin fuente fría*, que transformaría en trabajo el calor desprendido *en total* por la fuente única o cálida. Este calor valdrá $Q_1 - Q'_1$, llamando Q'_1 al calor que la bomba devuelve a la fuente cálida. Ahora bien, si fuera $Q_1 - Q'_1 > 0$, la máquina convertiría *efectivamente* calor en trabajo y sería un móvil perpetuo de segunda especie. Luego, por fuerza $Q_1 \leq Q'_1$; es decir, llamando $R_v = 1 - \frac{Q_2}{Q'_1}$ al rendimiento de la máquina reversible de Carnot inversa de la bomba, se tendrá:

$$Q_1 \equiv \frac{Q_2}{1 - R} \leq \frac{Q_2}{1 - R_v} \equiv Q'_1; \quad \text{de donde} \quad R \leq R_v \quad (7)$$

Por tanto: *entre dos temperaturas determinadas, ninguna máquina térmica funciona con mayor rendimiento que una máquina de Carnot. Así, pues, todas las máquinas de Carnot funcionan con el mismo rendimiento, que es función sólo de las temperaturas t_1 y t_2 de las dos fuentes, y no, en modo alguno, de la substancia que evoluciona.*

13. **Escala termodinámica de temperatura.**— Para deducir del segundo principio consecuencias cuantitativas, es menester enunciarlo en forma analítica, sustituyéndolo por la proposición mate-

mática equivalente llamada *teorema de la entropía*, que enunciaremos en el núm. 14.

Sea para las variables de estado x, y

$$(\delta Q)_r \equiv A(x, y) dx + B(x, y) dy = 0 \quad (8)$$

la ecuación diferencial de las adiabáticas reversibles de un determinado cuerpo, y $D(x, y)$ un denominador integrante de la misma. Entonces, por definición, se tiene:

$$\frac{(\delta Q)_r}{D} = dF \quad (8')$$

en que

$$F(x, y) = \text{constante}$$

es la integral de (8), o sea la ecuación finita del haz de adiabáticas reversibles.

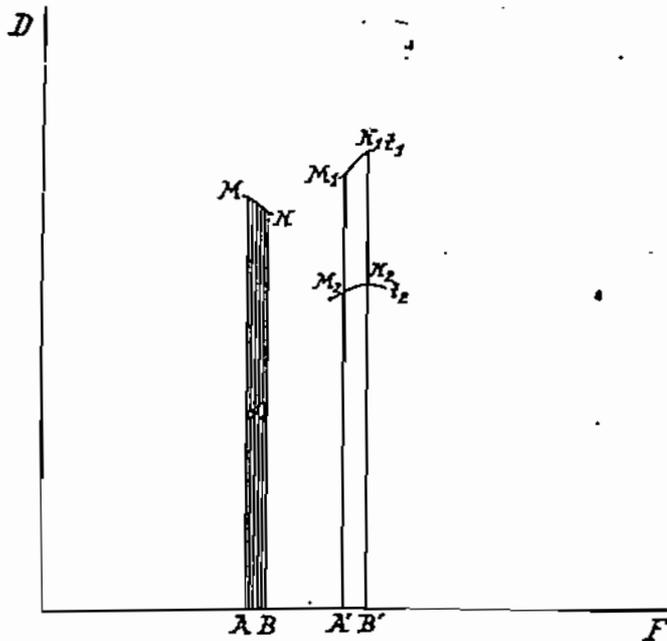


Figura 3
Diagrama D, F

Tomemos como coordenadas de un sistema rectangular las funciones de estado D y F . En este diagrama termodinámico las adiabáticas reversibles $F = \text{const}$ son rectas paralelas al eje de ordenadas. El área comprendida entre el arco MN que representa una evolución *elemental reversible*, las adiabáticas extremas MA y NB y el eje de abscisas (fig. 3), vale, según (8')

$$D \cdot dF = (\delta Q)_r$$

luego es igual al calor absorbido en la evolución. Del mismo modo vienen representados por áreas los calores absorbidos durante las evoluciones *reversibles finitas*.

Si M_1N_1 es la isoterma t_1 y M_2N_2 la isoterma t_2 , el trapecio $M_1N_1N_2M_2$ representa un ciclo de Carnot elemental, cuyo rendimiento R_v vendrá dado por

$$R_v = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{M_2 A'}{M_1 A'} = 1 - \frac{D(F_{A'}, t_2)}{D(F_{A'}, t_1)}$$

Pero R_v , y por tanto, $1 - R_v$, ha de ser independiente de F y función sólo de t_1 y t_2 , luego

$$1 - R_v = \frac{D(F_1, t_2)}{D(F_1, t_1)} = f(t_2, t_1)$$

lo cual nos dice que

$$1 - R_v = \frac{\varphi(t_2)}{\varphi(t_1)} \quad (9)$$

Así, pues, D habrá de ser de tal forma que F_1 desaparezca al dividir $D(F_1, t_2)$ por $D(F_1, t_1)$; es decir, de la forma:

$$D = \varphi(t) \cdot G(F) \quad (9')$$

de donde, sustituyendo en (8') resulta la fundamental ecuación

$$\frac{(\delta Q)_r}{\varphi(t)} = G(F) \cdot dF \quad (10)$$

que prueba que $\varphi(t)$ es también denominador integrante de la (8), ya que el segundo miembro de (10) es, evidentemente, diferencial exacta.

Nótese que así como la ecuación (8) y, por tanto, el denominador integrante suyo D , de que podemos partir, serán distintos para cada substancia, en cambio la función $\varphi(t)$ a que iremos a parar será *la misma para todas*, salvo un factor constante que queda arbitrario en la definición de φ . En efecto, $\frac{\varphi(t_2)}{\varphi(t_1)} = 1 - R_v$ tiene que

ser independiente de la substancia que recorre el ciclo; por consiguiente:

Existe una función $\varphi(t)$ de la temperatura, la misma para todas las substancias, que es denominador integrante de δQ para las evoluciones reversibles.

Adoptar esta función $\varphi(t)$ como escala de temperatura tiene la ventaja de que para graduarla lo mismo nos sirven unos cuerpos que otros, mientras que la graduación de otras escalas (por ejemplo, la de la escala provisional t que nos haya servido hasta ahora para comparar las temperaturas) depende del modo de variar con la temperatura propiedades convencionales de cuerpos arbitrarios (volumen del mercurio, presión de un volumen constante de hidrógeno, etc.).

El termómetro definido por $\frac{\varphi(t_2)}{\varphi(t_1)} = 1 - R$, sólo nos da el cociente entre dos temperaturas. Para obtener valores absolutos de cada una hay que elegir una unidad de diferencia de temperaturas. Escogemos el grado centígrado, que es la centésima parte de la diferencia entre la temperatura de ebullición y la de fusión del agua a una atmósfera. La escala así definida se llama *escala termodinámica o de Kelvin*. Es la única que se emplea en Meteorología teórica. Designaremos por T la temperatura medida con ella.

14. Teorema de la entropía para evoluciones reversibles. Diagrama T, S . — Hemos visto que la temperatura termodinámica T es una determinación particular de la función φ ; por tanto:

La expresión $\frac{\delta Q}{T}$ es diferencial exacta para las transformaciones reversibles de una substancia cualquiera. La función de las variables de estado x, y de la cual es diferencial $\frac{\delta Q}{T}$ en los procesos reversibles, se llama la entropía y se designa por S . Es decir, que

$$\frac{(\delta Q)_r}{T} \equiv \frac{dU + p dv}{T} = dS \quad (10')$$

por tanto,

$$S(x_2, y_2) - S(x_1, y_1) = \int_1^2 \frac{(\delta Q)_r}{T} \equiv \int_1^2 \frac{dU + p dv}{T}$$

en que la integral ha de tomarse a lo largo de un camino reversible cualquiera. En particular, para todo ciclo se tiene

$$\oint \frac{(\delta Q)_r}{T} = 0 \quad (10'')$$

El párrafo anterior enuncia el *teorema de la entropía para las evoluciones reversibles*. Por otra parte, si llevamos sobre un sistema rectangular las coordenadas T y S , la fórmula (10'), que es un caso particular de la (8'), nos dice que en este diagrama termodinámico, como en el D, F , las áreas comprendidas entre la curva que representa una evolución reversible, el eje de las abscisas y las adiabáticas extremas son iguales a los calores absorbidos en la evolución. Si ésta es cíclica, fácilmente se ve que el calor absorbido es igual al área que tiene por contorno la curva representativa del ciclo, tomada con signo $+$ si dicho contorno se recorre en el sentido de las agujas del reloj. Como el calor absorbido en un ciclo es siempre igual al trabajo ejecutado, resulta (fig. 4):

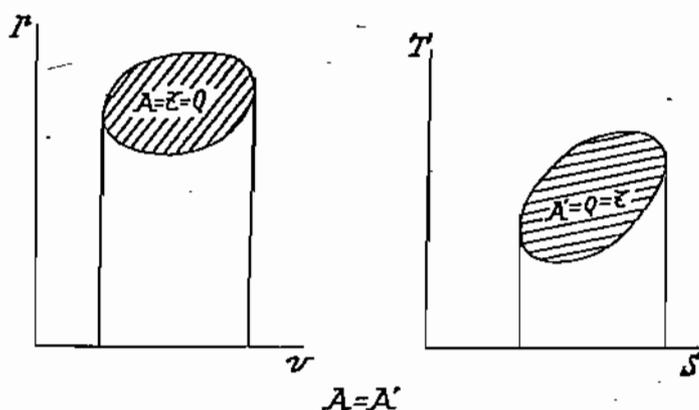


Figura 4

Diagrama T, S y teorema de conservación de las áreas

Las áreas encerradas en el diagrama p, V , y en el T, S , por las curvas que representan en uno y en otro el mismo ciclo reversible, son iguales. Este es el llamado *teorema de conservación de las áreas*. Muchas veces se refieren las transformaciones a la unidad de masa, y entonces las abscisas serán volúmenes específicos en un sistema y entropías específicas en el otro.

Naturalmente, el teorema de conservación de las áreas es cumplido, no sólo por el diagrama T, S , sino, en general, por todos los D, F . Pero el T, S , llamado *diagrama entrópico*, es, con mucho, el más importante, porque la función T , que le sirve de ordenada, es común para todos los cuerpos, y además porque en él las isotermas son rectas paralelas al eje de abscisas.

15. **Variación de S en transformaciones irreversibles. El segundo principio como criterio de evolución.**—Si invertir una transformación se redujese a hacer recorrer a la substancia los mismos estados

en orden inverso, todas las transformaciones serían reversibles. Pero para que la transformación quede realmente invertida, es preciso, además, que, como vimos en -8-, al invertir el orden de sucesión de los estados, cada transformación elemental vaya acompañada de los mismos δQ y $\delta \tau$, sólo que cambiados de signo. Es decir: el conjunto de una transformación y de su *inversa*, ni desprende calor, ni realiza trabajo. Si esta condición no se cumple, no llamaremos *inversa* a la transformación de sentido contrario, sino sólo *opuesta*. Las transformaciones que tienen transformación inversa se llaman *reversibles*; las que sólo tienen transformaciones opuestas, pero ninguna *inversa*, se llaman *irreversibles*.

En este sentido hemos visto que son *reversibles* las transformaciones del ciclo de Carnot, por cuanto se reducen a cambios de volumen en equilibrio de presión con lo exterior y a cambio de calor en equilibrio de temperatura con las fuentes térmicas.

En cambio, las variaciones de volumen en que $p' \neq p$, no son reversibles. Para realizarlas en orden contrario por vía reversible, habrá que hacer que la presión exterior se modifique, igualándose a la interior. El trabajo total entre la transformación directa y la opuesta reversible:

$$\int p' dV - \int p dV = \int (p' - p) dV$$

es siempre negativo. En efecto, $p' - p$ y dV tienen signos opuestos, pues si $p' - p > 0$, la transformación irreversible es una contracción, luego $dV < 0$; y si $p' - p < 0$, la transformación irreversible es una dilatación, luego $dV > 0$.

Tampoco es reversible el paso directo de calor de una temperatura a otra más baja, sin intervención de energías mecánicas. Si queremos invertirlo por vía reversible, ya hemos demostrado -11- que la *bomba térmica* nos convierte al mismo tiempo trabajo en calor. Luego también en este caso el conjunto de ambas transformaciones absorbe trabajo y desprende, por tanto, calor ($Q < 0$).

Fácilmente se ve que el conjunto de una transformación irreversible con otra opuesta, *también irreversible*, desprende aún más calor que cuando la opuesta es reversible. Por tanto, tampoco por vía irreversible hay manera de invertir estas transformaciones, lo cual justifica su denominación.

En toda transformación irreversible es $\frac{(\delta Q)_{ir}}{T} < dS$. En efecto, asociando la transformación a la reversible opuesta, en cada ca-

mino elemental la suma de los dos calores absorbidos es negativa, luego

$$\int_1^2 \frac{(\delta Q)_{ir}}{T} + \int_2^1 \frac{(\delta Q)_r}{T} = \int_1^2 \frac{(\delta Q)_{ir}}{T} - (S_2 - S_1) < 0 \quad (11)$$

Este es el llamado *teorema de la entropía para las transformaciones irreversibles*.

Por ser S función de estado, en todo ciclo es $\Delta S = 0$. Si el ciclo tiene partes irreversibles será, por tanto, $\oint \frac{(\delta Q)_{ir}}{T} < 0$. Aplican-

do esto al ciclo de una máquina de dos fuentes de funcionamiento *irreversible*, se ve con facilidad que su rendimiento es *menor que el de la máquina de Carnot*. Pero ya sabíamos que mayor no puede ser -12- y tampoco podía esperarse que fuese igual, dada la destrucción de trabajo que se precisa, como hemos visto, para compensar las transformaciones irreversibles.

En las transformaciones adiabáticas, por definición, es $\delta Q = 0$ en cada elemento; por tanto:

Las adiabáticas reversibles son isentrópicas. En las adiabáticas irreversibles la entropía aumenta.

Ahora bien, las transformaciones espontáneas son todas irreversibles. Si no hubiese desequilibrio de presiones o de temperaturas, no tendría por qué verificarse la transformación. Por tanto, *en las transformaciones adiabáticas naturales crece la entropía*.

Un sistema aislado no puede evolucionar más que adiabáticamente. Luego en todo sistema aislado en evolución, la entropía aumenta. Si dentro de las posibilidades de evolución de un sistema aislado la entropía tiene el mayor valor que puede alcanzar, el sistema está en equilibrio estable. También cuando el máximo de entropía es relativo, hay equilibrio estable. Por último, en los mínimos relativos, por ser en ellos la entropía *estacionaria*, habrá también equilibrio, aunque, desde luego, inestable.

16. El segundo principio como medio de deducir ecuaciones termodinámicas.—En cuanto se admite el segundo principio, salta a la vista que los coeficientes característicos de cada substancia no pueden ser independientes entre sí. Con un cuerpo cuyos coeficientes de dilatación y cuyos calores específicos pudiesen elegirse a voluntad, sería bien fácil construir el móvil perpetuo de segunda

especie. En Meteorología como en las demás ciencias, la aplicación más importante del segundo principio consiste en descubrir estas relaciones cuantitativas que impone. Para lograrlo hay tres caminos:

A) *Igualación de derivadas cruzadas.*—Consiste en expresar que

$$\frac{(\delta Q)_r}{T} \equiv \frac{A}{T} dx + \frac{B}{T} dy$$

es diferencial exacta, escribiendo

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{T} \right)_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{B}{T} \right)_y \quad (12)$$

para cualquier par de variables x e y tal que $(\delta Q)_r = Adx + Bdy$. Este es el procedimiento más clásico. Nosotros lo aplicaremos rara vez por lo abstruso y lo poco instructivo. Véase la aplicación al establecer la ecuación (19).

B) *Iguación de las variaciones de entropía entre dos estados, por dos caminos reversibles fáciles.*—Es procedimiento que proporciona demostraciones muy breves y de clara significación física. Lo emplearemos con frecuencia. Véase 44.

C) *Igualación de las áreas encerradas en los diagramas T, S y p, V por el mismo ciclo reversible.*—Este procedimiento gráfico, sobre cuya sencillez y universal eficacia hemos llamado nosotros la atención, es el que emplearemos con más frecuencia.

III.—ENTALPIA

17. Se llama entalpía la función de estado

$$W = U + pV \quad (13)$$

En toda transformación elemental el incremento de entalpía vale, por unidad de masa:

$$dW = dU + p dv + v dp$$

Si la transformación es reversible se tiene

$$dW = \delta Q + v dp \quad (14)$$

Si además es isobárica

$$dW = \delta Q \quad (14')$$

válida también para transformaciones finitas en la forma

$$W_2 - W_1 = Q \quad (14'')$$

es decir:

En toda transformación reversible isobárica el incremento de entalpía es igual al calor comunicado Q.

Si la transformación es irreversible, sólo sabemos que las ecuaciones (14) y (14') se transforman en las desigualdades

$$\begin{aligned} dW &> \delta Q + v dp \\ dW &> \delta Q \end{aligned}$$

La entalpía es una función de uso creciente en la Meteorología. Además, expresando que su incremento es nulo a lo largo de ciclos elegidos convenientemente, se deducen con suma facilidad ciertas fórmulas termodinámicas, difíciles de obtener por otros caminos.

IV.—GASES PERFECTOS

18. **Estado de Avogadro.**—Cuanto más se alejan los gases de las condiciones en que pasan a líquidos, más se aproximan a un estado ideal, que se llama *estado de Avogadro*, definido por las tres propiedades siguientes:

1.ª *Ley de Boyle-Mariotte.*—Para cada gas el producto de la presión p por el volumen específico v , depende sólo de la temperatura.

$$p \cdot v = f(t) \quad (15)$$

2.ª *Ley de Gay Lussac.*—Las funciones $f(t)$ definidas por (15) son distintas para cada gas, pero no independientes entre sí. La ley de Gay Lussac nos dice que todas ellas resultan de multiplicar una función de la temperatura $\theta(t)$, universal para todos los gases, por una constante R , característica de cada gas. Es decir, que todo gas en el estado de Avogadro tiene por ecuación de estado

$$p \cdot v = R \cdot \theta(t) \quad (16)$$

Ahora bien, de esta función $\theta(t)$ de la temperatura podemos servirnos (como de cualquiera otra) para definir una escala termométrica, la cual, por ser la misma para todos los gases, recibe el nombre de *escala absoluta de los gases* o *escala de Avogadro*. Más concretamente: llamamos temperaturas absolutas a los valores que toma la función $\theta(t)$, una vez adoptada como unidad de diferencia de temperaturas, la misma que en -13-, es decir, el llamado *grado centígrado*.

Para medir temperaturas absolutas por medio de un gas cualquiera, en vez de hacer variar al mismo tiempo p y v , conviene mantener constante p y medir los volúmenes, que serán proporcionales a las temperaturas, o, mejor aún, mantener constante v y tomar las temperaturas proporcionales a las presiones que resulten. Para pasar de estos valores *proporcionales* a los valores *absolutos* de las temperaturas se introduce en las proporciones la condición que define el grado: $\theta_e - \theta_f = 100$, en que θ_e es la temperatura de ebullición y θ_f la de fusión del agua a una atmósfera.

Determinemos, p. e., la temperatura de fusión del hielo θ_f : en virtud de la proporcionalidad de las θ a los v , a presión constante, se tiene:

$$\frac{\theta_e - \theta_f}{\theta_f} \equiv \frac{100}{\theta_f} = \frac{v_e - v_f}{v_f} \equiv 100 \alpha \quad (17)$$

designando por α el coeficiente de dilatación relativa del gas. De (17) resulta:

$$\theta_f = \frac{1}{\alpha} \quad (17')$$

por tanto:

a) *Todos los gases tienen el mismo coeficiente α* . Midiendo v_e y v_f se obtiene $\alpha = \frac{1}{273,2}$, luego:

b) La temperatura absoluta de fusión del hielo es $\theta_f = 273,2$.

Suele enunciarse la ley de Gay Lussac diciendo que *el coeficiente de dilatación relativa isobárica es independiente de la temperatura y del gas*; pero de la temperatura es claro que tiene que serlo, ya que nuestros termómetros están precisamente graduados conforme a la dilatación de los gases. Lo nuevo de esta ley, su verdadero contenido, consiste en afirmar que *todos los gases, empleados como termómetros de dilatación, nos dan la misma escala de temperaturas*.

3.^a *Ley de Joule.*—La energía interna U de los gases sólo depende de su temperatura; es decir, para valores cualesquiera de t , v_1 y v_2

$$U(t, v_1) = U(t, v_2) \quad (18)$$

Esta ley, como las dos anteriores, es empírica. Hay dos modos de deducirla de la experiencia, a saber:

a) Un experimento de Joule enseña que si un gas se dilata adiabáticamente para llenar espacios vacíos cualesquiera, la temperatura del gas no varía. En este caso $Q=0$, por ser adiabática la transformación y $\mathcal{T}=0$, por ser nula la presión exterior; de modo que $\Delta U = U(t, v_2) - U(t, v_1) = 0$ (18).

b) La poca exactitud del experimento anterior nos induce a dar de la ley de Joule una demostración experimental indirecta, basada en el segundo principio. Sabemos que, según él, es diferencial exacta

$$\frac{(\delta Q)_r}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T} dv$$

Por tanto, si se cumple la ley de Joule como

$$\frac{dU}{T} \quad \text{ha de ser función sólo de } T.$$

$$\frac{p}{T} \quad \text{habrá de ser sólo función de } v. \text{ Es decir:}$$

La condición necesaria y suficiente para que una substancia cumpla la ley de Joule es que su ecuación de estado tenga la forma:

$$p = T \cdot \psi(v) \quad (19)$$

La ecuación de los gases de Avogadro es (16)

$$p = \theta \cdot \frac{R}{v} = \theta \psi(v)$$

Ahora bien, experimentos mucho más precisos que el de Joule prueban que la escala θ de Avogadro coincide exactamente con la escala termodinámica de temperatura T , luego los gases de Avogadro satisfacen a la condición (19) y, por consiguiente, cumplen la ley de Joule.

En adelante escribiremos siempre la ecuación de estado de los gases en la forma $p \cdot v = R \cdot T$ (16').

Merced al segundo principio de la termodinámica, las leyes que definen el estado de Avogadro pueden reducirse a dos: La de Joule y la de Boyle Mariotte. En efecto, identificando los valores que dan para p la ecuación (19) y la ecuación (15), resulta:

$$T \cdot \psi(v) \equiv f(t) \cdot \frac{1}{v}$$

es decir, que $f(t)$ ha de ser proporcional a la temperatura termodinámica T ; luego la ecuación de estado de los gases es $p \cdot v = RT$, y, por tanto, los termómetros de cualquier gas a presión o a volumen constante marcan temperaturas termodinámicas; o, lo que es lo mismo, el coeficiente α de dilatación isobárica relativa, referido a temperaturas termodinámicas, es independiente de la temperatura y del gas.

Si se postulan las tres leyes de los gases, como hemos hecho nosotros para respetar la tradición, se puede demostrar que la escala θ es idéntica a la T y hasta, sin postular el 2.º principio, se puede establecer para los gases de Avogadro su expresión analítica; pues de

$$U = U(\theta) \quad (\text{Joule})$$

resulta

$$\frac{(\delta Q)_r}{\theta} \equiv \frac{dU}{\theta} + \frac{p}{\theta} dv = \frac{U'(\theta) \cdot d\theta}{\theta} + \frac{p}{\theta} dv$$

y poniendo en ella $\frac{p}{\theta} = \frac{R}{v}$ (Boyle y G. Lussac), queda

$$\frac{(\delta Q)_r}{\theta} = \frac{U'(\theta)}{\theta} d\theta + R \frac{dv}{v}$$

luego $\frac{(\delta Q)_r}{\theta}$ es diferencial exacta.

19. Ley de Avogadro; significación de R .—Según la ecuación de estado (16'), las densidades de los gases a una presión y temperaturas fijas, p_1, T_1 son inversamente proporcionales a las constantes R . Ahora bien, según la ley de Avogadro, en las condiciones p_1, T_1 todos los gases tienen el mismo número de moléculas por cm^3 , luego las densidades serán proporcionales a las masas moleculares m . Por consiguiente, las R serán inversamente proporcionales a las m ; o bien $R = \frac{R'}{m}$, en que R' es constante para los gases todos.

La ecuación (16') se dice referida a la unidad de masa porque relaciona la p, V y T de la masa unidad. Para la masa M , poniendo $v = \frac{V_M}{M}$, resulta:

$$p V_M = MRT$$

y para la masa m de un mol

$$p V_m = R' T \quad (20)$$

La constante R tiene la dimensión de un trabajo o calor por gramo y por grado, o bien del cuadrado de una velocidad por grado.

20. Mezclas gaseosas. Ley de Dalton.—En una mezcla de gases una vez establecida la temperatura común T , cada gas se comporta como si no existiesen los otros. Es decir, cada gas llena todo el volumen V y ejerce, como si se hallase solo, la presión

$$p_i = \frac{T}{V} \cdot M_i R_i$$

en que R_i es la constante del gas referida a la unidad de masa y M_i la masa de él que figura en la mezcla. La presión total p de la mezcla se compone de estas presiones p_i parciales, luego

$$p = \Sigma p_i = \frac{T}{V} \cdot \Sigma M_i \cdot R_i \quad (21)$$

que tiene la forma de la ecuación de estado (16') de un gas cuya constante R fuera

$$R = \frac{\Sigma M_i \cdot R_i}{\Sigma M_i} \quad (22)$$

Es decir: *una mezcla de gases de Avogadro es un gas de Avogadro cuya constante R se compone de las R_i de los ingredientes, con arreglo a la ley aritmética de mezclas.*

La ley de Boyle se deduce de la de Dalton. En efecto, reducir a la mitad el volumen específico de un gas, o sea, duplicar su densidad, es mezclarlo consigo mismo introduciendo en cada volumen otro tanto de lo que antes había; por lo cual, si la temperatura no ha variado, la presión tiene que duplicarse.

21. Calor específico c_v y energía interna de los gases de Avogadro. Gases perfectos.—Se llama calor específico c de una sustancia en una cierta transformación elemental el cociente $c = \frac{\delta Q}{dT}$, en que δQ está referido a la masa unidad. Cada sustancia puede pre-

sentar infinitos calores específicos, según la evolución que efectúe; no tiene, por tanto, sentido de hablar del calor específico de una substancia, si no se fijan las condiciones de evolución, diciendo, por ejemplo, calor específico a volumen constante, calor específico a presión constante, calor específico de un vapor saturante, etcétera.

Los sólidos y líquidos, por su escasa dilatibilidad, puede decirse que siempre evolucionan a volumen constante; por eso no hay gran inconveniente en atribuirles en primera aproximación un solo calor específico c .

El calor específico a volumen constante c_v de un cuerpo valdrá:

$$c_v = \frac{(\delta Q)_{v=\text{const}}}{dT} = \frac{(dU + p' dv)_{v=\text{const}}}{dT} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v \quad (23)$$

Si se trata de un gas de Avogadro

$$c_v = \frac{dU}{dT} \quad (23')$$

luego el calor específico c_v de los gases de Avogadro no puede ser función más que de la temperatura.

Ahora bien, enseñan los experimentos que c_v en unos gases no varía nada con T , y en otros varía muy poco. Por ejemplo, en el aire vale c_v en cal/grad 0,1719 a 0° C. y 0,1726 a 100° C. Nosotros llamaremos *perfectos* a los gases de Avogadro que tienen constante el calor específico c_v . Al aire, para facilitar los cálculos, podemos considerarlo como gas perfecto.

En los gases de Avogadro la energía interna vale

$$U = U_0 + \int_{T_0}^{T_1} c_v dT$$

y en los gases perfectos

$$U = U_0 + c_v (T - T_0) \quad (24)$$

Como se ve, la Termodinámica no nos permite determinar la energía interna (ni tampoco la entropía), sino la variación de las mismas entre dos estados. Sin embargo, la *teoría cinética de la materia* deduce que la temperatura es proporcional a la energía cinética del movimiento molecular, y que los gases perfectos no tie-

nen otra energía U que la cinética. Luego para $T=0$ es $U=0$, y por tanto, *para los gases perfectos*

$$U = c_v T \quad (24)$$

No hay gases perfectos. Ya el estado de Avogadro es un límite ideal que no alcanza gas ninguno. Mas al tender al estado de Avogadro, algunos gases (los monoatómicos) tienden a la constancia de c_v y otros no. Por eso en el grupo ideal de los gases de Avogadro se ha definido el subgrupo de los gases perfectos.

22. Evoluciones de los gases de Avogadro y perfectos:

A) *Ecuaciones diferenciales.*—El calor $(\delta Q)_r$ comunicado al gas en una evolución elemental reversible es, según (23'),

$$(\delta Q)_r = dU + p dv = c_v dT + p dv \quad (25)$$

Esta fórmula nos dice que el gas emplea una parte $c_v \cdot dT$ del calor recibido en aumentar su temperatura; y el resto $p dv$ en el trabajo de expansión. Pero entiéndase que este balance de energías sólo es aplicable cuando la energía interna no varía más que al variar la temperatura, es decir, cuando se cumple la ley de Joule.

En la fusión de 1 g. de hielo se gastan 80 calorías, eso que no hay aumento de temperatura y que el trabajo contra lo exterior es negativo, como que no hay dilatación, sino contracción. Véase cómo es inadmisibles atribuir al balance anterior una validez absoluta y aplicarlo a *demonstrar la fórmula (25)*, como hacen algunos tratadistas de nuestra especialidad, según los cuales sería aplicable dicha fórmula a toda clase de sustancias.

Para introducir en (25) en vez de dv , la dp , que es directamente asequible a nuestras medidas, pongamos en ella

$$p dv = R dT - v dp$$

que resulta de diferenciar la ecuación de estado; obtendremos:

$$(\delta Q)_r = (c_v + R) dT - v dp \quad (25')$$

pero según (21), el calor específico a presión constante c_p del gas es

$$c_p = \frac{(\delta Q)_p}{dT} = \frac{[(c_v + R) dT - v dp]_p}{dT} = c_v + R \quad (26)$$

luego (25') puede escribirse

$$(\delta Q)_r = c_p dT - v dp \quad (27)$$

La ecuación (26) demuestra que también c_p depende sólo de T en los gases de Avogadro y es constante en los gases perfectos. Dicha ecuación importantísima, puesta en forma $c_p - c_v = R$ se llama fórmula de Mayer.

B) *Ecuaciones finitas de evolución.*—Para obtenerlas basta integrar las (25) y (27). Esto se consigue dividiendo por T , con lo cual toman la forma

$$dS \equiv \frac{(\delta Q)_r}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv \equiv c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (28)$$

$$dS \equiv \frac{(\delta Q)_r}{T} = c_p \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp \equiv c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (29)$$

cuyos segundos miembros tienen las variables separadas.

Las cuadraturas son inmediatas para los gases perfectos, pues considerando constantes c_v y c_p resulta:

$$S - S_0 = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{v}{v_0} \quad (28')$$

$$S - S_0 = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0} \quad (29')$$

Caso particular importantísimo son las evoluciones adiabáticas reversibles. Sus ecuaciones diferenciales son las (25) y (27), igualando $(\delta Q)_r$ a 0:

$$\left. \begin{array}{l} c_v dT + p dv = 0 \quad (28'') \\ c_p dT - v dp = 0 \quad (29'') \end{array} \right\} \text{ o bien } \begin{cases} c_v \frac{dT}{T} = -R \frac{dv}{v} & (28''') \\ c_p \frac{dT}{T} = R \frac{dp}{p} & (29''') \end{cases}$$

En el caso de gases perfectos las fórmulas finitas de las adiabáticas son:

$$(30) \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{-\frac{R}{c_v}} \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (31)$$

Para obtener la variación adiabática de p con v , igualamos los segundos miembros de (30) y (31)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{-\frac{c_p}{c_v}} \quad (32)$$

Las ecuaciones (30), (31) y (32) admiten las siguientes formas invariantes, obtenidas pasando a los segundos miembros los valores iniciales de las variables:

$$T v^{\frac{R}{c_v}} = \text{inv.} \quad (30'); \quad T p^{-\frac{R}{c_p}} = \text{inv.} \quad (31'); \quad p v^{\frac{c_p}{c_v}} = \text{inv.} \quad (32')$$

C) *Entalpia de los gases perfectos.*—Para los gases de Avogadro la entalpia $W = U + pv$ es función sólo de la temperatura, ya que tanto U como pv dependen sólo de la temperatura.

En particular, para los gases perfectos la entalpia vale precisamente:

$$W = U + pv = c_v T + RT = c_p T \quad (33)$$

V. EL AIRE COMO GAS PERFECTO

23. *Ecuación de estado del aire seco.*—Si separamos del aire natural el vapor de agua que contiene, queda una mezcla gaseosa que llamaremos *aire seco*, o *aire puro*, cuya composición se mantiene casi exactamente constante en la atmósfera hasta alturas de unos 16 kilómetros. Prescindiendo, pues, de insignificantes variaciones, que no modifican apreciablemente la densidad de la mezcla, convendremos en atribuir al *aire puro* la siguiente composición fija:

755,5	gramos de	Nitrógeno	}	Por kilogramo de aire seco.	
231,4	»	»	Oxígeno		
y 13,1	»	»	Argo		

Entiéndase bien que la anterior fórmula no es el resultado de un análisis preciso del aire, ni siquiera un promedio de diferentes análisis, sino, sencillamente, una *definición convencional simplificada del aire seco*. Por eso, en ella se ha prescindido en absoluto de ciertas impurezas que siempre acompañan al aire natural desecado, tales como el anhídrido carbónico, los indicios de hidrógeno, helio, xeno, neo y cripto, y una inmensa multitud de corpúsculos flotantes de la más variada naturaleza. También es de notar que aunque estos elementos de que se ha hecho abstracción no influyen en la ecuación de estado de la mezcla, algunos de ellos, como el anhídrido carbónico y ciertos corpúsculos higroscópicos, desempeñan en la atmósfera importantísimos papeles, por su influjo en los fenómenos de radiación y de condensación.

En las capas altas de la atmósfera la composición del *aire seco* varía notablemente con la altura, en forma poco conocida aún, llegando a hacerse radicalmente distinta de la indicada en el anterior cuadro. Pero esto ocurre ya muy por cima de la zona en que se desarrollan los fenómenos que por ahora nos proponemos estudiar.

Como se vé, los gases que componen el aire seco se encuentran en la atmósfera a presiones y temperaturas tan alejadas de sus condiciones críticas, que no hay inconveniente en considerarlos como gases perfectos. Por consiguiente, *el aire seco se comportará como gas perfecto*. La constante R de su ecuación de estado $p v = R T$, la calcularemos teniendo en cuenta que a la temperatura de $273,2^\circ$ y a la presión de 760 mm. de mercurio normal, o sea de $1.013.226 \text{ din/cm}^2$, un cm^3 de aire pesa $0,001293$ gramos. Resulta:

$$R = \frac{p}{\rho \cdot T} = \frac{1 \cdot 013.226 \text{ din/cm}^2}{0,001293 \times 273,2 \text{ grad} \cdot \text{g/cm}^3} = 2,868 \times 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}^2 \text{ grad}}$$

En algún tratado de Meteorología se intenta aplicarle al aire la ecuación de estado de van de Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = R T \quad (34)$$

Pero esto, además de ser de todo punto innecesario dentro de la aproximación de los cálculos y medidas meteorológicas actuales, tiene el inconveniente de que nos obligaría a renunciar a las sencillas fórmulas energéticas que se deducen de la ley de Joule, ya que los gases de van der Waals no cumplen dicha ley, como se advierte despejando p en la fórmula y comprobando que no resulta de la forma $T \cdot \psi(v)$. (Véase fórmula (19)).

Más adelante haremos ver que ni siquiera en el caso del vapor de agua atmosférico está justificado el uso de la fórmula de van der Waals.

En la atmósfera, el aire puro evoluciona siempre mezclado con vapor de agua; pero este ingrediente entra también en proporción tan escasa, que mientras no comienza su condensación, y fuera de su especial capacidad para absorber ciertas radiaciones solares y terrestres, su influjo en la evolución termodinámica del aire se limita a modificarla muy ligeramente. Por eso, nosotros, al estudiar en el siguiente capítulo las evoluciones del aire que no van acompañadas de condensación, se las atribuiremos en primera aproximación al *aire seco*, sin perjuicio de introducir, más adelante, las pequeñas correcciones debidas a la presencia del vapor de agua.

Capítulo II

EVOLUCIONES DEL AIRE SECO

I. LA ESTABILIDAD DE ESTRATIFICACION EN EL AIRE SECO

24. **Enfriamiento del aire por elevación.**—Una masa de aire que sube en el seno de la atmósfera va alcanzando capas sometidas a presiones cada vez más débiles. Al entrar en equilibrio de presión con ellas, el aire ascendente se dilata y, por lo tanto, trabaja, y a consecuencia de este trabajo se enfría *en general*. Decimos en *general* porque ese enfriamiento, que mediremos por el índice $-\frac{dT}{dz}$,

será tanto menor cuanto más calor absorba el aire durante su ascenso. Por eso, cuando el aire sube *saturado de vapor de agua*, que va condensándose y cediéndole el calor latente de vaporización, se enfría, como es sabido, menos que cuando sube *seco*, sin recibir calor ninguno. Y aún hay un caso, importante en Meteorología, en que *el aire sube sin enfriarse nada*, que es al atravesar la llamada *zona del granizo*.

25. **Elevación adiabática.**—Cuando el aire sube alejado de la saturación y no con demasiada lentitud, puede suponerse con aproximación grande que *no absorbe ni desprende calor ninguno*; pues, por una parte, su mala conductividad se opone a que cambie calor con las masas que lo rodean, y, por otra, su escaso poder de absorción para las radiaciones que suelen cruzar la atmósfera no permite que se beneficie tampoco de ellas. Resulta, pues, de interés fundamental el cálculo del índice o coeficiente de enfriamiento por elevación adiabática, el cual se designará por γ' .

$$\gamma' = - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{\text{adiab}}$$

y suele llamarse sencillamente *enfriamiento adiabático del aire seco*.

Para determinar γ' partiremos de la fórmula de evolución adiabática

$$c_p dT = v dp$$

y puesto que el aire que sube se mantiene siempre a la misma presión que el medio exterior, sustituimos en esa fórmula la variación de presión en el aire ascendente dp , por la variación de presión en el ambiente, dada por la fórmula barométrica

$$dp = -g \rho' dz$$

en la cual dz es el aumento de altura y ρ' la densidad del medio exterior. Resulta:

$$c_p dT = -g v \rho' dz \quad (35)$$

Supongamos, en primer lugar, que el aire que sube tiene la misma densidad que el ambiente, es decir, que $\rho = \rho'$. Con ello (35) se convertirá en

$$-c_p dT = g v \rho dz = g dz$$

de donde, llamando γ al valor que toma γ' para $\rho = \rho'$.

$$-\frac{dT}{dz} = \gamma = \frac{g}{c_p} \quad (36)$$

Resulta que el coeficiente γ tiene la notable propiedad de no depender del estado del aire. Dado lo poco que varía g , casi puede considerarse a γ como constante, y hechos los cálculos, resulta igual a un grado de enfriamiento por cada 102 metros de elevación. Este importantísimo coeficiente γ suele llamarse *gradiente adiabático del aire seco*.

Un índice de enfriamiento adiabático independiente del todo del valor de g se consigue sustituyendo el coeficiente $\gamma = -\frac{dT}{dz}$, que mide el enfriamiento en grados por metro geométrico de elevación, por el coeficiente $\Gamma = -\frac{dT}{dH}$, que lo mide en grados por metro dinámico. Como la elevación en unidades dinámicas dH está ligada a la elevación en

unidades geométricas dz por la relación $10 dH = g dz$ (g ha de expresarse en m/seg^2), resulta:

$$-\frac{dT}{dH} \equiv \Gamma = -\frac{10}{g} \frac{dT}{dz} = \frac{10}{g} \gamma = \frac{10}{c_p}$$

luego Γ es independiente de g . Pero, además, su valor es más fácil de recordar y de introducir en los cálculos que el de γ ; pues Γ vale casi exactamente 1° de enfriamiento por cada 100 metros dinámicos de elevación.

No hay que olvidar que el anterior cálculo de γ se funda en la hipótesis de que la densidad del aire que sube es igual a la del aire ambiente. Para que eso suceda, como las presiones de ambos siempre se suponen iguales, habrán de ser también iguales las temperaturas. Esta identidad inicial de estado del aire que sube con el de alrededor se da, desde luego, cuando la masa elevada se ha tomado del ambiente mismo, como, por ejemplo, cuando una masa de aire se separa ligeramente del nivel que ocupa, para explorar la llamada *estabilidad de la estratificación*.

* Mas en el caso de que la densidad ρ y la temperatura T del aire que sube sean distintas de las ρ' y T' del aire ambiente, la fórmula (35), en virtud de la igualdad de presiones, nos da:

$$-c_p dT = g \frac{\rho}{\rho'} dz = g \frac{T}{T'} dz$$

y, por tanto,

$$\gamma' = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \frac{T}{T'} = \gamma \frac{T}{T'} \quad (37)$$

luego, entonces, el coeficiente γ' de enfriamiento ya no vale γ ni tiene siempre el mismo valor, sino que depende de la relación entre la temperatura de la masa que sube y la temperatura ambiente. Esto ocurre desde luego en el caso interesantísimo de los ascensos espontáneos del aire, ya que el aire sólo sube espontáneamente cuando su temperatura es más alta que la del aire de alrededor ($T > T'$).

Olvidando que el enfriamiento por elevación adiabática depende de $\frac{T}{T'}$, calculan algunos el descenso de temperatura experimentado por el aire ascendente, multiplicando por γ la distancia vertical salvada; pero es claro que ello les conduce a veces a resultados numéricos poco exactos, y aun a fórmulas falsas.

26. Estabilidad de la estratificación del aire.—Ni aun en el caso de que inicialmente sea $T = T'$, puede calcularse el enfriamiento del aire ascendente multiplicando por γ la altura ganada; pues aunque haya identidad de temperatura con el ambiente en el nivel de partida, no la habrá, en general, a otros niveles. En efecto, la temperatura T' del aire ambiente varía también con la altura, y no hay razón para que varíe *lo mismo* que la temperatura T del aire que sube; así que el ascenso engendrará pronto diferencias entre T y T' que nos interesa determinar.

La temperatura ambiente T' suele descender con la altura; pues bien, al coeficiente de descenso $-\frac{\partial T'}{\partial z}$, lo designaremos siempre por α , $\left(\alpha = -\frac{\partial T'}{\partial z}\right)$ y lo llamaremos *enfriamiento geométrico*, o *gradiente vertical de temperatura*, para distinguirlo del enfriamiento individual o substancial $-\frac{dT}{dz}$ del aire que sube.

Lo correcto sería llamar gradiente vertical de temperatura al *ascendente* vertical de T' , $\frac{\partial T'}{\partial z} = -\alpha$; pero nosotros, por brevedad de lenguaje, seguiremos la costumbre, más generalizada, de llamar gradiente al *descendente* α de T' ; es decir, que consideraremos *positivo el gradiente* cuando la temperatura *descienda con la altura* y negativo en caso contrario.

Sea $T_0 = T'_0$ la temperatura de una partícula de aire que empieza a subir en equilibrio térmico con el aire exterior. A la altura δz la temperatura de la partícula será, $T_{\delta z} = T_0 - \gamma \delta z$, y la del aire exterior $T'_{\delta z} = T_0 - \alpha \delta z$; luego la diferencia de temperatura $T' - T$ engendrada por el ascenso δz vale

$$(T' - T)_{\delta z} = (\gamma - \alpha) \cdot \delta z \quad (38)$$

Si $\alpha < \gamma$ esta fórmula nos dice que $(T' - T)_{\delta z}$ es del mismo signo que δz ; así, pues, si la partícula de aire *sube* ($\delta z > 0$), se encontrará *rodeada de aire más caliente y, por tanto, menos denso que ella y tenderá a bajar de nuevo*; y si *baja* se encontrará *rodeada de aire más frío, o sea más denso, y tenderá a subir otra vez*. A esta tendencia que tiene el aire cuando es $\alpha < \gamma$ a regresar al nivel de partida, cuando se le separa de él verticalmente, en cualquier

sentido, es a lo que se llama *estabilidad de la estratificación*, ya que ella se opone a que se altere el orden vertical en que están dispuestas las capas de aire.

En cambio, si es $\alpha > \gamma$, (38) nos dice que $(T' - T)_{\delta z}$ es de signo contrario al de δz . Es decir, que si el aire *sube*, se encontrará rodeado de aire más frío y denso que él y tenderá a seguir subiendo; y si *baja* se encontrará rodeado de aire más caliente y ligero y tenderá a seguir bajando. Por eso cuando es $\alpha > \gamma$ se dice que hay *estratificación inestable*, ya que entonces el aire, separado verticalmente de su nivel, en cualquier sentido, tiende a alejarse de él más todavía.

Por último, si $\alpha = \gamma$, no hay estabilidad ni inestabilidad; toda partícula separada de su nivel en cualquier sentido, alcanza, según (38), el nuevo nivel a la temperatura ambiente, y no tiende a subir ni a bajar. Entonces se dice que hay *estratificación indiferente*.

Evitamos de intento las expresiones habituales *estabilidad e inestabilidad* del equilibrio, porque si la discusión anterior sólo fuese aplicable a casos de equilibrio, de poco serviría tratándose de la atmósfera, que casi siempre está en movimiento. En realidad todo lo dicho es válido para la atmósfera agitada, pues la hipótesis del equilibrio sólo se introduce al poner $\delta p = -g \delta z$; pero esta ecuación se cumple aunque haya movimiento, con tal que sean nulas, o que puedan despreciarse en relación con g , las aceleraciones verticales, incluso las de Coriolis; cosa que se verifica con suma aproximación en las condiciones corrientes.

Algunos autores de los que refieren esta discusión al *aire en equilibrio* afirman que si el descenso de T' con z fuese tan grande que contrarrestase con creces el efecto enrarecedor de la disminución de p con z , de modo que *la densidad del aire*, en lugar de disminuir, *llegase a crecer con la altura*, el equilibrio sería *más que inestable: sería imposible*; porque, arguyen, en cuanto la densidad creciese con la altura, las capas superiores, más pesadas, descenderían espontáneamente hasta colocarse debajo de las inferiores, más ligeras. Pero es claro que con tal que la superficie de separación fuese perfectamente horizontal, una capa de aire podría hallarse en equilibrio con otra menos densa situada debajo, sin que jamás se produjese de un modo espontáneo la subversión. En efecto, para que las masas superiores descendiesen, sería preciso, por continuidad, que al mismo tiempo subiesen las inferiores; mas, en virtud de la simetría de la situación inicial, no se concibe que por ciertos puntos hubiese de comenzar precisamente el ascenso de las masas pesadas, y por otros, en nada distintos a ellos, el ascenso de las ligeras.

27. *Curvas de estado del aire.*—Hemos visto que la *estabilidad de la estratificación* depende al cabo del coeficiente α de disminu-

ción geométrica de la temperatura con la altura. Es, pues, importantísimo determinar *la distribución vertical de la temperatura en el ambiente*, lo cual se consigue por medio de los *sondeos aerológicos*.

Los resultados de un sondeo se representan gráficamente por líneas que nos dan la variación de la temperatura con la presión, o la de cualquiera de las dos variables con la altura. A estas líneas se las llama *curvas de estado* porque nos marcan los *estados simultáneos de las distintas masas de una columna de aire*. No hay que confundir las curvas de estado con las *curvas de evolución*, que, como sabemos, representan *los estados que toma sucesivamente una misma masa de aire*.

Para evitar confusiones, dibujaremos siempre *de puntos las líneas de estado, y llenas las líneas de evolución*. Así, por ejemplo, en la figura 5, ABCDE es la curva de estado que da la distribución vertical de la temperatura, y los segmentos paralelos BB' y DD' representan las evoluciones adiabáticas de las partículas B y D al elevarlas sobre su nivel.

Además, se tiene:

$$\gamma = - \frac{dT}{dz} = \cot \eta, \quad \alpha = - \frac{\partial \eta'}{\partial z} = \cot \epsilon$$

luego en el punto D hay estabilidad, pues $\epsilon > \eta$; y en efecto, se ve que la partícula elevada está más fría que el aire a la misma altura, pues la línea de evolución DD' queda a la izquierda de la de estado DE. En cambio en B es $\epsilon < \eta$, luego hay inestabilidad; y en efecto, la línea de evolución BB' de la partícula ascendente queda a la derecha de la línea de estado BC, lo cual significa que la partícula elevada subiría más caliente que el aire de alrededor.

Por término medio la temperatura ambiente baja en la troposfera $0,6^\circ \text{C}$. por hectómetro de elevación ($\alpha = 0,6^\circ/100 \text{ m.}$); mas los sondeos registran valores muy variables de α , según los casos; desde valores *negativos*, hasta valores mayores que γ , o sea *gradientes superadiabáticos*. Las capas de aire en que $\alpha < 0$, es decir, en que *la temperatura aumenta con la altura*, se llaman *inversiones térmicas*, o simplemente *inversiones*, porque en ellas se invierte el sentido normal de variación de T con z. En la figura 5 los segmentos AB y CD representan inversiones.

La inversión AB se llama *inversión de tierra*, porque empieza en el suelo mismo. Se registran inversiones de tierra en la mayor

parte de los sondeos matutinos, sobre todo en invierno; y son debidas a que la radiación nocturna del suelo enfría mucho la capa de aire que está en contacto con él, y en cambio apenas influye en la temperatura de las capas superiores.

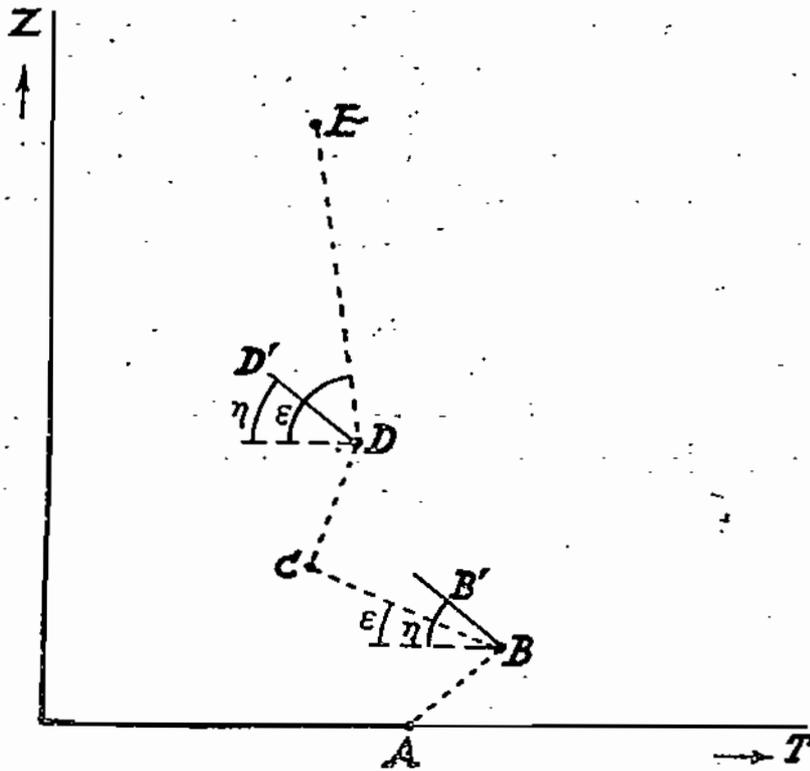


Figura 5

Gráfica de un sondeo de temperatura

ABCDE, línea de estado. BB' y DD', líneas de evolución adiabática. BC, capa inestable. DE, capa estable. AB y CD, inversiones

II. CONSECUENCIAS FUNDAMENTALES DEL FENOMENO DE LA ESTABILIDAD

28. **Improbabilidad de los gradientes superadiabáticos.**—Hemos visto que cuando es inestable la estratificación, basta una pequeña agitación vertical para provocar movimientos acelerados que la destruyen. Ahora bien, en la atmósfera siempre hay agitación vertical, al menos la debida a la turbulencia de los vientos horizontales. Por eso es de esperar que los gradientes superadiabáticos (o sea los mayores que γ) desaparezcan rápidamente, y rara vez haya ocasión de registrarlos.

La experiencia demuestra, en efecto, que casi siempre los gradientes superadiabáticos están limitados a las bajas capas de la atmósfera, donde frecuentemente el aire descansa, o se mueve

con lentitud, sobre un suelo muy recalentado por fuerte insolación. Entonces las capas inferiores de aire se calientan por influjo del suelo mucho más que las superiores y, por tanto, se producen gradientes superadiabáticos, sin que la agitación atmosférica, estorbada por la presencia del suelo mismo, alcance a destruirlos. Pero fuera de estas condiciones, en que las causas que regeneran los gradientes superadiabáticos son más activas que las que tienden a hacerlos desaparecer, estos gradientes son tan excepcionales que cuando se les registra en altas capas de la atmósfera casi siempre se les atribuye a errores de observación.

29. Preponderancia de los movimientos horizontales en la atmósfera.—Como la estratificación es casi siempre estable en la atmósfera, las masas aéreas no pueden moverse en dirección vertical sin ser rechazadas hacia el nivel de partida. *La atmósfera tiende, pues, al movimiento horizontal.*

Estos impulsos hidrostáticos que se oponen a que el aire cambie de nivel hacen el oficio de fuerzas de ligadura que sujetan cada masa a moverse en su plano horizontal. Si no fuese por ellas no tendría sentido hablar de *corrientes horizontales sin rozamiento* en la atmósfera; con lo cual, uno de los capítulos de más importancia práctica de la Dinámica atmosférica (viento geostrófico y ciclostrófico, círculos de inercia, etc.) quedaría reducido a una abstracción teórica sin aplicaciones a la realidad, pues junto al suelo el rozamiento no puede despreciarse, y lejos de él no habría motivo para que el viento fuese horizontal.

La misma gravitación de Coriolis, como quiera que actúa en el plano del paralelo geográfico, bastaría para sacar de su nivel a toda corriente inicialmente horizontal.

30. Impenetrabilidad de las inversiones.—Una capa en que la temperatura crece con la altura ($\alpha < 0$) necesariamente ha de oponer grandísima resistencia a los movimientos verticales. Es frecuente, en efecto, observar que la corriente ascendente que está dando origen a una nube, se extiende en sentido horizontal al llegar a cierta altura, con lo cual la nube, en lugar de seguir creciendo en espesor, toma aspecto de yunque; es que a esa altura la corriente ascendente ha encontrado una inversión que le ha opuesto un obstáculo infranqueable. Cuando la corriente ascendente no llega a saturarse, es decir, cuando no se forma nube, no es posible obser-

var a simple vista cómo se extiende horizontalmente al llegar a la inversión; pero con ayuda de los instrumentos de medida se comprueba que el nivel inferior de una inversión suele presentar una gran riqueza en vapor de agua y en corpúsculos de polvo; uno y otros son arrastrados por corrientes ascendentes desde las capas inferiores, y no pudiendo franquear la capa de inversión se acumulan en su base.

Del mismo modo muchas veces los aerostatos se detienen en su ascenso al llegar a una inversión, porque aunque flotan en el aire situado debajo de ella, ya no flotan en cambio en el aire, más caliente, situado encima. También a las cometas y aun a los aviones les resulta a veces difícil el superar una capa de inversión. De algún globo libre se cuenta que al descender ha rebotado repetidas veces contra una capa de nubes—coincidentes sin duda con una inversión—como podría rebotar contra un suelo.

Las inversiones se comportan, pues, como verdaderos tabiques que separan entre sí las capas atmosféricas, impidiendo que se mezclen y canalizando las corrientes de aire. Por eso han sido comparadas con los tabiques y paredes de los tubos de la máquina térmica atmosférica. Pero conviene entender que no son muros rígidos, sino paredes flexibles y como elásticas, que se deforman en movimientos de oleaje, de la misma naturaleza y aspecto que los que agitan la superficie del mar.

31. **Comportamiento de las masas frías y de las masas calientes.** *Másas frías* son las que están a más baja temperatura que el suelo sobre el que se encuentran. Proceden en general de latitudes más altas y como vienen calentándose, sobre todo por debajo, el gradiente α es en ellas muy grande, y por tanto, muy pequeña la estabilidad, por lo cual se desarrollan fácilmente en su seno las corrientes verticales, lo mismo las de convección que las de turbulencia. Estas corrientes verticales reparten en un gran espesor el vapor de agua y el polvo procedentes del suelo, e impiden que tales impurezas se acumulen en las capas bajas y las enturbien. *La visibilidad es, pues, muy buena en las masas frías.* Además, las nubes y precipitaciones típicas de estas masas son las determinadas por fuertes corrientes ascendentes; es decir, *cúmulos espesos, cúmulo-nimbos, chaparrones y chubascos de inestabilidad y tormentas.* Por el contrario, las masas calientes, que son las que por proceder de más bajas latitudes corren por suelos más fríos que ellas, se

enfrian mucho más por abajo que por arriba y adquieren un gradiente de temperatura muy pequeño y aun con frecuencia negativo; sobre todo en las capas inferiores (inversión de tierra). En estas masas están muy estorbadas las corrientes verticales de convección y de turbulencia. Por eso las partículas de polvo y la humedad procedentes de tierra se acumulan en las capas bajas, determinando *mala visibilidad*. Las nubes e hidrometeoros *de las masas calientes* son los característicos del enfriamiento directo por radiación hacia el suelo: *nieblas, nubes estratiformes y lloviznas, o lluvias de régimen regular y continuo*.

En primavera el aire, aunque no haya venido de latitudes más altas, se comporta como *masa aérea fría*, pues en esa estación el suelo está calentándose por insolación mucho más de prisa que el aire. De aquí la *transparencia atmosférica* característica de dicha época del año, y los proverbiales *chaparrones de abril y tormentas de mayo*. En otoño, en cambio, el aire se encuentra sobre un suelo que se enfría por radiación más rápidamente que él. De ahí las *nieblas otoñales* y el carácter, en general apacible, del tiempo en otoño.

32. Influjo del gradiente α en la oscilación térmica diurna.— Cuanto menor sea la estabilidad, tanto más lentamente subirá durante el día la temperatura del aire en las capas inferiores. En efecto, si la estratificación es poco estable, al calentarse por insolación el suelo se desarrollan mucho las corrientes verticales, que distribuyen el calor en grandes espesores de aire e impiden que se acumule en las capas bajas. Por eso en las *masas frías*, que, como hemos dicho, presentan fuertes gradientes verticales, la temperatura máxima nunca alcanza grandes valores, por mucho que caliente el sol. En cambio cuando al amanecer existe la llamada *inversión de tierra*, el obstáculo que esta inversión opone a las corrientes verticales inmoviliza junto al suelo a la capa inferior de aire y permite que su temperatura crezca muy rápidamente durante el día. Claro que cuando, en virtud de este efecto, la inversión de tierra llegue a ser sustituida por una capa de sedimentación indiferente, volverán a producirse las corrientes verticales y la temperatura de la capa inferior ya no podrá seguir subiendo, sino con gran lentitud. Por consiguiente:

a) La temperatura máxima apenas excederá del valor A' obtenido (fig. 6) trazando la adiabática BA' que pasa por el extremo

superior B de la inversión de tierra. Esto permite, si se conoce la línea ABC de variación T con z al amanecer, fijar un límite superior aproximado de la temperatura máxima.

b) La probabilidad de que sea alcanzado ese límite, es decir, de que el equilibrio llegue a ser inestable hasta la parte superior de la inversión, será tanto menor cuanto más separadas queden las líneas AB y A'B, y dependerá también del calentamiento solar que corresponda a la época del año y a la nubosidad existente.

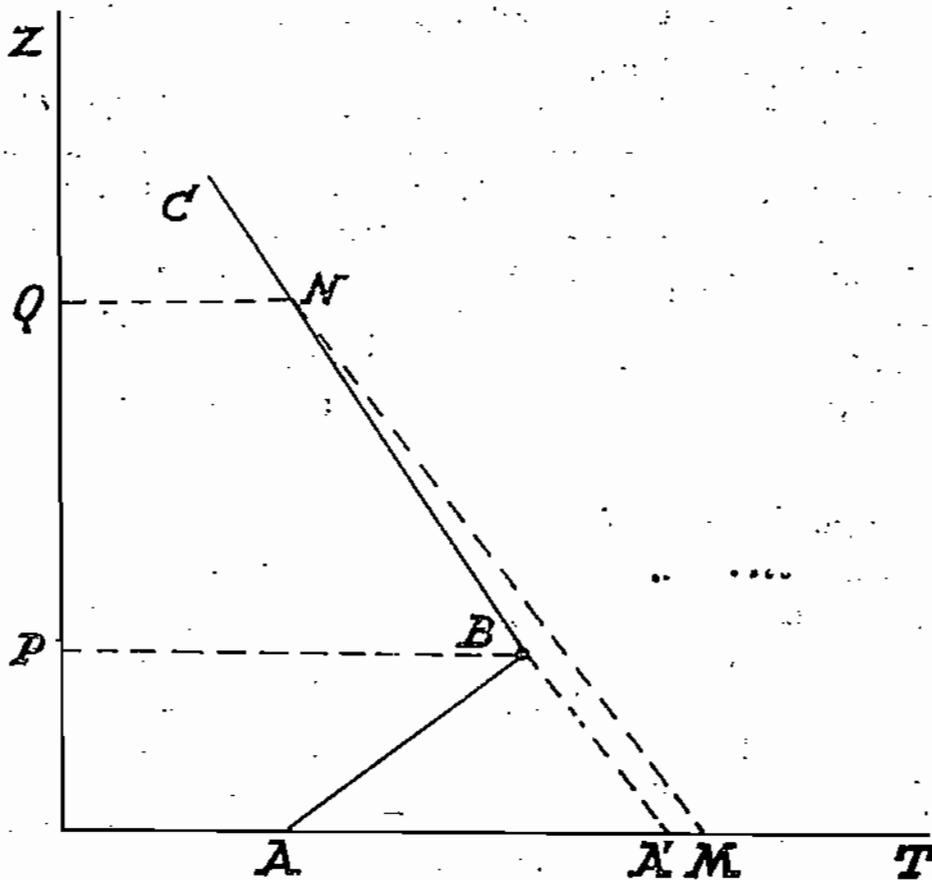


Figura 6

Influjo de la inversión de tierra en el máximo de temperatura ABC, curva del sondeo matutino. M, máximo de temperatura. BA' y NM, adiabáticas

c) Recíprocamente, si no disponemos de sondeo matutino la curva del termógrafo nos permitirá reconocer si en el curso del día ha sido o no destruída por la insolación la inversión matutina de tierra. En el primer caso la temperatura habrá subido rápidamente, hasta alcanzar un cierto valor (el correspondiente al punto A'), y a partir de él la subida de la temperatura será muy lenta; es decir, el termograma presentará un máximo muy tendido. En cambio conoceremos que la inversión no ha llegado a desaparecer, en que la

temperatura habrá subido rápidamente hasta su máximo valor (máximo agudo del termograma).

La figura 6 pone también de manifiesto en qué enorme espesor PQ de aire tiene que repartirse el calor, en cuanto la temperatura excede del valor A', para alcanzar el M, ligeramente más alto.

33. Enfriamiento adiabático en flúidos cualesquiera.—Para calcularlo vamos a deducir la relación que liga, en toda sustancia, el calor específico c_p , con el calor específico c_r , es decir, con el valor que toma el calor específico cuando, en lugar de mantenerse constante la presión, lo que se conserva constante es otra función de estado $f(p, v)$:

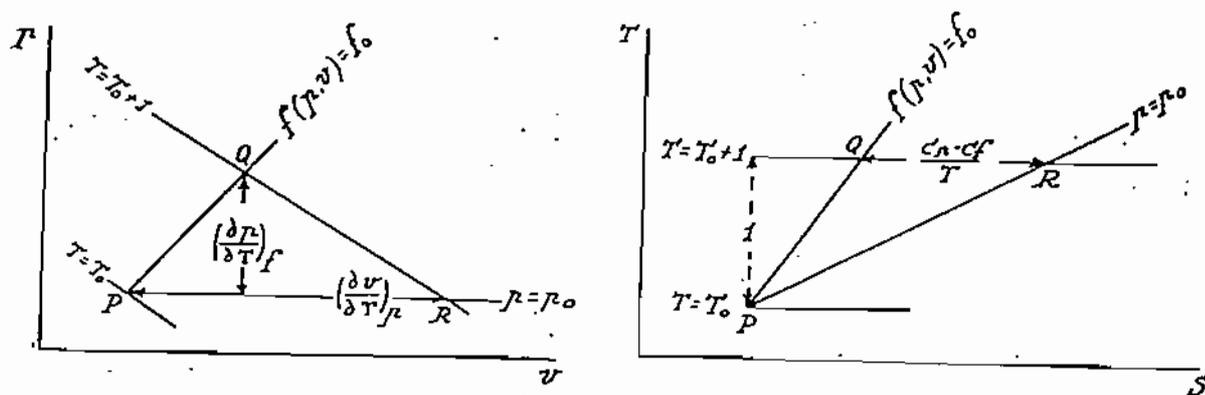


Figura 7.—Relación entre c_r y c_p

La figura 7 representa en los diagramas p, v y T, S el ciclo PQR cerrado por la línea $f(p, v) = f_0$ y la isobara $p = p_0$ (que se cortan en el punto P de temperatura T_0) y la isoterma $T = T_0 + 1$. Las áreas de ambos triángulos han de ser iguales (—14—); por tanto, teniendo en cuenta los valores, marcados en la figura, de las bases y alturas de los triángulos resulta:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_r = \frac{c_p - c_r}{T}$$

o sea

$$c_r = c_p - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_r \quad (39)$$

de donde, multiplicando por dT , y teniendo en cuenta la definición de calor específico:

$$c_r dT \equiv \delta Q = c_p dT - T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot dp \quad (39, a)$$

Para una evolución adiabática ($\delta Q = 0$) resulta

$$c_p dT - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp = 0 \quad (39, b)$$

De esta fórmula, análoga a la (29'') de los gases, se obtiene el valor de $\gamma = - \frac{dT}{dz}$ operando como entonces. La fórmula barométrica nos da, poniendo $\rho' = \rho$

$$-c_p dT = T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \rho g dz$$

de donde, para todo fluido

$$- \frac{dT}{dz} = \gamma = \frac{g}{c_p} T \rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (40)$$

Naturalmente de esta fórmula resulta, como caso particular, la (36) de los gases perfectos; pues para ellos es

$$T \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = T \cdot \rho \cdot \frac{R}{p} = 1$$

Para fluidos cualesquiera, (40) pone de manifiesto que el gradiente adiabático γ es función de estado. Además hasta puede resultar negativo, ya que hay cuerpos, como el agua, que tienen negativo en ciertas condiciones el coeficiente de dilatación a presión constante.

III. ENFRIAMIENTO DEL AIRE EN ELEVACIONES FINITAS

34. Caso de gradiente α constante. Nivel de equilibrio.—El coeficiente γ' de enfriamiento adiabático del aire por elevación, dado por la fórmula $\gamma' = \frac{T}{T'} \cdot \gamma$ (37), sólo sirve para calcular el descenso

de temperatura para elevaciones infinitesimales. Para calcular, ahora, el enfriamiento correspondiente a elevaciones finitas cualesquiera, es decir, para determinar la temperatura del aire ascendente como función de la altura, hay que integrar la ecuación (37), lo cual no es posible sino a condición de que se conozca T' en función de z . Físicamente, tal imposibilidad significa, que el enfriamiento del

aire que sube no depende sólo de la altura alcanzada, sino del descenso de presión experimentado, o sea del peso de la columna ambiente superada, el cual no puede medirse sin conocer el estado del aire en todos los puntos de la misma.

Un caso sencillísimo es aquel en que la temperatura ambiente T' es una función lineal de la altura $T' = T'_0 - \alpha z$, donde la constante α representa, como de costumbre, el gradiente vertical. Si en la ecuación (37) ponemos, pues,

$$dz = - \frac{dT'}{\alpha}$$

quedará transformada en la

$$- \frac{dT}{T} = \gamma \cdot \frac{dz}{T'} = - \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{dT'}{T'}$$

cuya integral es

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{T'}{T'_0} \right)^{\frac{\gamma}{\alpha}} = \left(1 - \frac{\alpha z}{T'_0} \right)^{\frac{\gamma}{\alpha}} \quad (41)$$

que también admite la forma invariante

$$T \cdot T'^{-\frac{\gamma}{\alpha}} = T_0 \cdot T'_0^{-\frac{\gamma}{\alpha}} \quad (41, a)$$

Tabulando esta fórmula (41) se comprueba que el procedimiento de calcular el descenso de temperatura por elevación, multiplicando por γ la altura alcanzada, sin tener en cuenta las condiciones del ambiente, conduce a errores muy grandes. Así, por ejemplo, si hacemos subir hasta 10 Km. por encima de su nivel una masa de aire, a través de una columna en que $\alpha = 0,5^\circ/100 \text{ m.}$, el enfriamiento adiabático será de 91° y no de 100° . Esta disminución del enfriamiento se explica, en virtud de la fórmula (37), teniendo en cuenta que el aire sube más frío que el ambiente, en el caso considerado.

La ecuación (41) permite expresar γ' en función de z ; pues despejando en ella T y derivando respecto a z resulta

$$\gamma' = - \frac{dT}{dz} = \gamma \cdot \frac{T_0}{T'_0} \cdot \left(1 - \frac{\alpha z}{T'_0} \right)^{\frac{\gamma}{\alpha} - 1} \quad (42)$$

Lo mismo se obtiene poniendo, por medio de (41), $\frac{T}{T'}$ en función de z , y multiplicándolo por γ .

Veamos cómo varía con la altura este coeficiente γ' de enfriamiento:

Si $\alpha > 0$, la fracción base $\frac{T'}{T_0}$ decrece con z ; luego la potencia crecerá con z si el exponente es negativo ($\alpha > \gamma$), y decrecerá si es positivo ($\alpha < \gamma$). . . .

Si $\alpha < 0$ (ascenso a través de una inversión), tenemos una base creciente, elevada a un exponente negativo; luego también en este caso de $\alpha < \gamma$ es decreciente la potencia.

En resumen: *el coeficiente de enfriamiento γ' crece con la altura cuando la estratificación es inestable; disminuye cuando es estable; y cuando $\alpha = \gamma$ (estratificación indiferente), γ' se mantiene constantemente igual a su valor inicial $\gamma \cdot \frac{T_0}{T'_0}$.*

Como veremos en seguida estos resultados, así como otros que siguen acerca de la accesibilidad del nivel de equilibrio, siguen siendo válidos aunque α varíe con z , con tal que se mantenga siempre menor o siempre mayor que γ .

Se llama *temperatura de equilibrio* T_e a la alcanzada por la masa en movimiento vertical, en el instante en que llega a estar en equilibrio térmico con el ambiente. Para determinar T_e en el caso de α constante, pondremos en (41) $T = T' = T_e$, y despejaremos T_e . O bien expresaremos que, para $T'_0 - \alpha z = T_e$, el coeficiente de γ en (42) ha de valer 1, ya que ese coeficiente es siempre igual a $\frac{T}{T'}$. Resulta:

$$T_e = \left(\frac{T_0^\gamma}{T_0^\alpha} \right)^{\frac{1}{\gamma - \alpha}} \quad (43)$$

Esta fórmula nos dice que, salvo en el caso de $\alpha = \gamma$, la temperatura de equilibrio *siempre existe*. Lo que puede suceder es que la masa móvil no pueda alcanzarla si sigue el sentido espontáneo de su movimiento. Si, por ejemplo, el aire móvil parte más caliente que el de alrededor ($T_e > T'_0$), y la estratificación es inestable, el enfriamiento γ' , cuyo valor inicial es ya mayor que γ , crece, según hemos visto, con la altura; luego no podrá igualarse con γ , si el aire sube, ni por tanto llegará a ser $T = T'$; es decir, la temperatura de equilibrio T_e no puede ser entonces alcanzada, si el aire *caliente* se mueve

de un modo espontáneo, es decir, *subiendo*. Lo mismo resulta para $T_0 < T'_0$ y $\alpha > \gamma$; la masa *fría* no puede alcanzar la temperatura de equilibrio, *si baja* como le corresponde. En cambio si $\alpha < \gamma$, por el mismo razonamiento se llega a la conclusión contraria, tanto para el aire frío como para el aire caliente. Por tanto:

En toda columna con sedimentación inestable, cualquier masa abandonada a temperatura distinta de la del ambiente se moverá sin alcanzar nunca el equilibrio térmico con él. En cambio si la estratificación es estable, cualquier masa alcanzará la temperatura de equilibrio, con tal que la columna ambiente tenga suficiente espesor. (Véase en la fórmula (44) el desplazamiento z_0 preciso.)

Si la sedimentación es indiferente ($\alpha = \gamma$), la ecuación (41) toma la forma

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T'}{T'_0}$$

y nunca se hará $T = T'$, sino cuando ya sea $T_0 = T'_0$, luego: *no existe temperatura de equilibrio en las columnas de sedimentación indiferente, para las masas que parten más calientes o más frías que el aire exterior. En cambio las masas que parten a la temperatura ambiente se encontrarán en equilibrio térmico en todos los puntos de su recorrido.*

La altura z_0 a que se alcanza la temperatura T_0 de equilibrio, se llama nivel de equilibrio. Viene dada por

$$z_0 = \frac{T'_0 - T_0}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \left[T'_0 - \left(\frac{T'_0}{T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma - \alpha}} \right] \quad (44)$$

De la discusión relativa a T_0 se deduce que z_0 es positivo para las masas calientes y negativo para las frías, cuando la sedimentación es estable; y lo contrario cuando la sedimentación es inestable. Lo mismo puede deducirse directamente de (44).

No es correcto definir z_0 como altura que alcanzará una masa de temperatura inicial T_0 en el seno de la columna de temperatura $T'_0 - \alpha z$; pues, en general, el aire no se detiene al llegar a la altura z_0 , sino que la rebasa, en virtud de la velocidad adquirida.

En el caso de $\alpha = 0$ (ambiente isoterma) se hacen infinitos los

exponentes de las fórmulas (41) a (44); las cuales, sin embargo, pueden aplicarse poniendo

$$\frac{T}{T_0} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\alpha z}{T_0'}\right)^{\frac{\gamma}{\alpha}} = e^{\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{-\alpha z}{T_0'}\right)} = e^{-\frac{\gamma z}{T_0'}} \quad (41, b)$$

Procediendo análogamente con la (42), o bien derivando la (41 b), resulta

$$\gamma' = -\frac{dT}{dz} = \gamma \cdot \frac{T_0}{T_0'} e^{-\frac{\gamma z}{T_0'}} \quad (42, a)$$

que prueba que también en este caso de estabilidad, el coeficiente γ' decrece al crecer z .

La temperatura de equilibrio T_e ha de ser, en este caso de isoterminia, la temperatura T_0' constante del ambiente. La altura z_e a que la partícula móvil la alcanza se obtiene despejando z en (41 b), después de poner en ella $T = T_0'$. Resulta

$$\frac{T_0'}{T_0} = e^{-\frac{\gamma z_e}{T_0'}}$$

$$z_e = \frac{T_0'}{\gamma} \cdot \ln \frac{T_0}{T_0'} \quad (44, a)$$

El lector puede comprobar, que no ménos fácil que adaptar al caso $\alpha=0$ las fórmulas generales (41), (42) y (44) es deducir directamente las (41 b), (42 a) y (44 a), especiales para este caso.

35. Caso de gradiente α variable; accesibilidad del nivel de equilibrio.—Si el gradiente α no es constante, sino función de la altura, fallan todas las fórmulas anteriores; pero las consecuencias más importantes de su discusión subsisten, como vamos a ver, con tal que α se mantenga en todos los puntos superior, o en todos los puntos inferior a γ ; es decir, con tal que en la columna ambiente la estratificación sea uniformemente estable, o uniformemente inestable.

Estudiemos, en primer lugar, la variación de γ' con z . Según

(37), basta determinar el signo de $\frac{d}{dz} \frac{T}{T'}$. Al calcular esta derivada hay que tener en cuenta que

$$\frac{dT}{dz} = -\gamma \frac{T}{T'}; \quad \frac{dT'}{dz} = -\alpha;$$

resulta

$$\frac{d}{dz} \frac{T}{T'} = \frac{-\gamma T + \alpha T}{T'^2} = \frac{T}{T'^2} (\alpha - \gamma) \quad (45)$$

luego la derivada es del mismo signo que $(\alpha - \gamma)$. Por tanto:

a) *También en el caso de α variable el coeficiente γ' de enfriamiento por elevación adiabática disminuye o crece con z , según que la estratificación sea estable o inestable.*

Ahora bien, precisamente apoyándonos en que éste era el modo de variar γ' con z , para α constante, es como nosotros hemos demostrado la inaccesibilidad del nivel de equilibrio en el caso de $\alpha > \gamma$, por un razonamiento en que ya no hacíamos uso de la constancia de α ; luego:

b) *También en las columnas inestables de α variable es imposible que alcancen su nivel de equilibrio las masas abandonadas a temperatura distinta de la ambiente.*

En cambio para columnas uniformemente estables el mismo razonamiento sólo nos asegura que T' se aproxima constantemente a su valor de equilibrio T_0 ; pero sin permitirnos afirmar que lo alcanzará, ni siquiera que lo tendrá por límite cuando la columna sea infinitamente espesa; pues ahora ya no vale la fórmula (44).

IV. MOVIMIENTO VERTICAL DE BURBUJAS DE AIRE

36. **Aceleración de cuerpos sumergidos.**—Una masa de densidad ρ sumergida en un fluido de densidad ρ' experimenta, por unidad de volumen, la fuerza vertical ascendente $-g(\rho' - \rho)$, diferencia entre el empuje de Arquímedes $g\rho'$ y su peso $g\rho$. Como dicha resultante se ejerce sobre la masa ρ , produce la aceleración:

$$\ddot{z} = g \frac{\rho' - \rho}{\rho}$$

Si se trata de aire a la temperatura T , sumergido en aire a la temperatura T' , será, en virtud de la igualdad de presiones:

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{T}{T'}$$

luego

$$\ddot{z} = g \frac{T - T'}{T'} \quad (46)$$

37. Medida de la estabilidad.—Si en un punto de la atmósfera en que la temperatura es T y el gradiente térmico α , tomamos una masa de aire y la separamos δz de su nivel, quedará sometida a la aceleración (recuérdese (38), pág. 35):

$$\ddot{z} = g \frac{T - T'}{T'} = g \frac{(\alpha - \gamma) \delta z}{T - \alpha \delta z} \simeq g \frac{\alpha - \gamma}{T} \cdot \delta z \quad (47)$$

El coeficiente $g \frac{\alpha - \gamma}{T}$ representa la aceleración experimentada por la partícula para el desplazamiento $\delta z = 1$, en el sentido de dicho desplazamiento. Tomado con signo contrario, significará, pues, la aceleración, o fuerza por unidad de masa, con que el aire separado de su nivel la unidad de longitud, es rechazado de nuevo hacia él. Es decir, que $g \frac{\gamma - \alpha}{T}$ nos mide la intensidad con que la atmósfera reacciona contra los movimientos verticales. Por eso se le toma como índice de la estabilidad. Le designaremos por η , es decir, que

$$\eta = g \frac{\gamma - \alpha}{T} \quad (48)$$

Naturalmente η es positivo para estratificaciones estables, negativo para estratificaciones inestables y nulo para estratificaciones indiferentes.

38. Movimiento vertical, sin rozamiento, cerca del nivel de equilibrio.—Vamos a estudiar los movimientos que ejecutan las masas aisladas de aire, bajo el influjo de las anteriores fuerzas. Despreciamos aquí la acción del rozamiento, lo cual se justifica—como vamos a ver—por la suma lentitud de los movimientos; pero sólo durante los primeros segundos. En este análisis se hace preciso

distinguir dos casos, según que la partícula se mueva o no en las proximidades de su nivel de equilibrio.

En el primer caso tomaremos como origen dicho nivel y como la coordenada z suponemos que se mantiene suficientemente pequeña, se tendrá (47):

$$\ddot{z} = g \frac{\alpha - \gamma}{\Gamma_e} z = -\eta_e z \quad (49)$$

pero advertamos que debido a la pequeñez de α y de γ en la atmósfera, esta ecuación es aceptable hasta para las distancias z del orden de algunos hectómetros.

Si $\alpha < \gamma$ (estratificación estable) el movimiento será *armónico*. La solución general de (49) la obtenemos sumando las soluciones particulares

$$z = a \cdot \text{sen } t \sqrt{\eta_e} \quad \text{y} \quad z = b \cdot \text{cos } t \sqrt{\eta_e}.$$

Será, pues,

$$z = a \cdot \text{sen } t \sqrt{\eta_e} + b \cdot \text{cos } t \sqrt{\eta_e} \quad (50)$$

y para determinar las constantes a y b basta, por ejemplo, conocer el valor z_1 de z y el \dot{z}_1 de la velocidad, en un cierto instante t_1 y resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} z_1 &= a \text{sen } t_1 \sqrt{\eta_e} + b \text{cos } t_1 \sqrt{\eta_e} \\ \dot{z}_1 &= a \sqrt{\eta_e} \cdot \text{cos } t_1 \sqrt{\eta_e} - b \sqrt{\eta_e} \cdot \text{sen } t_1 \sqrt{\eta_e} \end{aligned}$$

Si los valores conocidos son los iniciales z_0 y \dot{z}_0 , o, lo que es igual, si tomamos como origen de tiempos el instante t_1 , el sistema se reduce al

$$z_0 = b; \quad \dot{z}_0 = a \sqrt{\eta_e}$$

y la solución (50), introducidas las constantes, toma la forma

$$z = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{\eta_e}} \text{sen } t \sqrt{\eta_e} + z_0 \text{cos } t \sqrt{\eta_e} \quad (50, a)$$

Si la estratificación es inestable ($\alpha > \gamma$), la ecuación (49) tiene positivo el coeficiente ($-\eta_e$). Soluciones particulares son ahora

$$a \text{senh } t \sqrt{-\eta_e}, \quad b \text{cos h } t \sqrt{-\eta_e}$$

luego la solución general, en función de las condiciones iniciales z_0 y \dot{z}_0 , es

$$z = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{-\eta_0}} \sinh t \sqrt{-\eta_0} + z_0 \cosh t \sqrt{-\eta_0} \quad (50, b)$$

que ya no representa oscilaciones armónicas, sino un movimiento en que la elongación z termina por crecer ilimitadamente. Por tanto, la ecuación (50 b), a diferencia de la (50 a); jamás es aceptable para cualquier valor de t ; sino sólo para los que dan a z valores suficientemente pequeños.

Sirviéndonos, pues; de la fórmula (50 a) o de la (50 b), según que haya o no estabilidad, vamos a estudiar los casos más importantes de movimientos verticales atmosféricos.

Aunque estos estudios pertenecen más bien a la Dinámica que a la Termodinámica de la atmósfera, los incluimos aquí por la suma facilidad con que se deducen estas fórmulas de movimiento, y porque resultan indispensables para comprender los fenómenos de convección.

39. Oscilaciones verticales en atmósfera estable.—Sean cualesquiera la elongación y la velocidad inicial, las oscilaciones representadas por la fórmula (50 a) tienen por período

$$\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{\eta_0}} \quad (51)$$

Estas oscilaciones resultan, pues, más rápidas, cuanto más grande sea η , lo cual era de presumir; pues cuanto mayor sea la estabilidad, más pronto debe invertirse el sentido de los movimientos verticales. De todas las maneras los períodos resultan bastante largos, como se verá en el adjunto cuadro de Linke.

Gradiente α en grad./100 m.	0,9	0,5	0,0	-1,0	-2,0	-10,0
Periodo τ en segundos	1050	748	332	236	194	100

Estos números confirman que la resistencia de una capa estable al movimiento vertical no es rígida, sino elástica; semejante a la que opondría una membrana horizontal, tanto más tensa cuanto mayor sea la estabilidad.

Imagen aún más clara del poder estabilizador de las inversiones y pequeños gradientes, obtenemos haciendo en (50 a) $z_0 = 0$; pues la ecuación resultante

$$z = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{\eta_c}} \cdot \text{sen } t \sqrt{\eta_c} \quad (52)$$

representa el movimiento de una masa expulsada de su nivel de equilibrio con la velocidad \dot{z}_0 ; y, por tanto, la semiamplitud a de la oscilación

$$a = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{\eta_c}}$$

es la distancia máxima a que se consigue separar una masa de su nivel de equilibrio, por medio de la velocidad de proyección \dot{z}_0 . Como a es proporcional a \dot{z}_0 , bastará dar un cuadro de valores de a para una velocidad de proyección de 1 m/s.

Gradiente α en grad./100 m.	0,75	0,5	0,0	-2,0
Máxima elongación en m.	112	78	56	33

Si hacemos en (50 a) $\dot{z}_0 = 0$, la ecuación se reduce a la

$$z = z_0 \cos t \sqrt{\eta_c} \quad (53)$$

que representa el movimiento de una masa abandonada sin velocidad a la distancia z_0 de su nivel de equilibrio.

Sin mover la masa, se la puede separar de su nivel de equilibrio aumentando su temperatura en ΔT ; pero este caso, que es el de mayor importancia, no puede ser calculado por la fórmula (53) más que cuando ΔT sea sumamente pequeño; pues, según (38), tenemos aproximadamente

$$z_0 \approx \frac{\Delta T}{\alpha - \gamma}$$

y para $\alpha = 0,5^\circ/100$ m, vale z_0 unos 200 m por cada grado que importe ΔT ; y para estabilidades aún menores se hace z_0 todavía mayor; por lo cual, a pocos grados que valga ΔT , la fórmula (53) resulta inaplicable.

En todo caso, no cabe duda de que los movimientos pendulares representados por las ecuaciones anteriores se dan realmente en la atmósfera; pues cuando una masa caliente sube, es claro que no se detendrá al llegar a su nivel de equilibrio; sino que, en virtud de la velocidad adquirida, seguirá ascendiendo, a pesar de que, a partir de él, ya se encuentra más fría que las masas circundantes. Estos alternativos ascensos y descensos del aire (si bien complicados en su mecanismo por el fenómeno de la condensación) se ponen a veces de manifiesto en los *cúmulos*, los cuales presentan partes de aspecto compacto y densa corporeidad, por donde el aire está subiendo, al mismo nivel que otras de apariencia lacia y esponjosa, donde está bajando. Según Linke, ciertas nubes de relieve, de forma sinusoidal, resultan de la composición de una corriente horizontal con las oscilaciones verticales que se producen en el seno de ella, cuando choca con el relieve; por tanto, si se conoce la velocidad horizontal, de la distancia entre dos crestas de onda puede deducirse el período de oscilación, lo cual permite calcular *grosso modo* la estabilidad, y por tanto el gradiente α .

En realidad estas nubes onduladas de obstáculo, como la llamada de Moazagotl, tienen un mecanismo más complejo, y su estudio no puede abordarse sin recurrir a la ecuación de continuidad.

En virtud de lo dicho, aunque los *cúmulos* se producen por elevación de aire caldeado junto al suelo, no debe producirnos extrañeza el hecho demostrado de que muchos de ellos estén más fríos que el aire de alrededor. Por el contrario, cuando un cúmulo detiene su crecimiento vertical es claro que, al menos su parte superior, tiene que estar más fría que el aire que la rodea; y también es posible que lo esté hasta la base misma del cúmulo, pues dicha nube no constituye la totalidad del surtidor ascendente, sino sólo la parte superior del mismo, que es la que se hace visible, por quedar encima del nivel de condensación.

Advirtamos que no es ésta la única posible explicación de la baja temperatura que se mide en los *cúmulos*. Parece que también puede ser debida a un brusco descenso del *error de sobrepresión* del termómetro, producido por el brusco salto de humedad; o bien a corrientes frías, descendentes, localizadas en las márgenes de la nube; o a efectos de radiación.

40. **Caso de inestabilidad.—Convección mecánica.**—Poniendo $\dot{z}_0 = 0$ en la fórmula (50 b), obtenemos la ecuación

$$z = z_0 \cosh t \sqrt{-\eta_0} \quad (53, a)$$

que nos sirve para estudiar en los primeros segundos el movimiento de una masa abandonada en reposo a la distancia z_0 de su nivel de equilibrio. Mas como a nosotros lo que nos interesa son los espacios z' recorridos por la masa desde el punto en que se la abandonó, y no sus distancias z al nivel de equilibrio, aplicaremos la fórmula

$$z' = z_0 [\cosh t \sqrt{-\eta_0} - 1] \quad (53, b)$$

El cálculo numérico de este caso es de gran interés, porque nos da idea de la rapidez con que las agitaciones verticales de origen casual (turbulencia, choque del viento con obstáculos, etc.) pueden acentuarse en virtud de la inestabilidad, hasta producir grandes subversiones. El problema fué estudiado por Exner que dió para resolverlo la fórmula

$$z' = \frac{A}{2B} \cdot \frac{(e^{t\sqrt{B}} - 1)^2}{e^{t\sqrt{B}}} \quad (54)$$

en que

$$A = g \frac{T_0 - T'_0}{T'_0} \quad \text{y} \quad B = g \frac{T_0(\alpha - \gamma)}{T'^0_0}$$

siendo T_0 la temperatura de la masa y T'_0 la del ambiente, ambas en el punto en que aquélla se abandona en reposo. Esta complicada fórmula la obtendremos nosotros, en forma más cómoda para el cálculo, al estudiar los problemas que la hacen necesaria. Para el caso que nos ocupa basta la (53 b). En efecto, aplicando ambas al ejemplo estudiado por Exner ($T_0 = 300^\circ$, $z_0 = 10$ m, $\alpha = 1,5^\circ/100$ m) se obtienen los resultados:

t en seg.	1	10	50	100	200	240
z' (53 b)	0,83 mm	81,9 mm	2,11 m	9,35 m	54,9 m	97,8 m
z' (54)	0,83 mm	81,9 mm	2,11 m	9,35 m	54,9 m	97,9 m
z' (E)	0,83 mm	83,7 mm	2,15 m	9,54 m	65,4 m	»

Como se ve, los espacios calculados por la fórmula (53 b) (fila z' (53 b)) no llegan a discrepar en 0,1 m de los obtenidos de la fórmula (54) (fila z' (54)), hasta el segundo 240, a partir del cual ya no es lícito prescindir del rozamiento.

Los números de la última fila ($z'(E)$) son los dados por Exner, y sus diferencias con los otros se deberán al uso de constantes distintas y acaso a algún error numérico, bien explicable calculando con la complicada fórmula (54).

Es sorprendente la lentitud con que el movimiento se desarrolla en estos primeros minutos, no obstante el exagerado valor atribuido a α . Para gradientes superadiabáticos menores, la lentitud es aún mayor. Por ejemplo, para $\alpha = 1,1^\circ/100$ m:

t en seg.	1	10	50	100	200
z'	0,2 mm	16,4 mm	418 mm	1,68 m	7,28 m

La extraordinaria lentitud de estos movimientos hace de todo punto inadmisibile la hipótesis de que son adiabáticos. Especialmente cuando las masas que los ejecutan son pequeñas, es seguro que tendrán tiempo de ponerse en equilibrio de temperatura con el aire exterior, a través de las superficies de contacto con él, relativamente muy extensas. Así se explica lo frecuentemente que existen en la atmósfera equilibrios inestables, sin que, a pesar de ello, se produzcan tormentas, ni otros fenómenos considerables de subversión.

Sólo cuando las masas afectadas son muy grandes, pueden conservar, a pesar de las pérdidas de calor de los primeros minutos, el suficiente exceso de temperatura sobre el ambiente para alcanzar la fase rápidamente acelerada del movimiento, en la que éste se desarrolla, a pesar de los rozamientos, con enorme pujanza, sobre todo cuando sobreviene la condensación, que deja libre, para alimentar el movimiento, la energía latente del vapor de agua. Así se explica la existencia, revelada por observaciones, de velocidades ascendentes de 17 m/s, y acaso hasta de 30 m/s.

En suma, la teoría nos induce a esperar que existan en la atmósfera dos órdenes de movimientos de agitación mecánica vertical, o movimientos de *convección mecánica*, esencialmente distintos en intensidad y en efectos meteorológicos: los ejecutados por

las partículas pequeñas, los cuales nunca alcanzan velocidades excesivas, ni se traducen en verdaderas subversiones atmosféricas, sino que su misión meteorológica se reduce a destruir o mermar los gradientes superadiabáticos, transportando calor de los bajos a los altos niveles; y los ejecutados por grandes masas, los cuales alcanzan velocidades enormes y afectan a grandes espesores atmosféricos, constituyendo los verdaderos fenómenos de subversión o alteración del orden vertical de las capas. Estas dos clases de convección mecánica se observan, en efecto, en la atmósfera. A la primera se la llama *convección menuda* y también *convección desordenada*, por estar constituida por un sinnúmero de filetes ascendentes entremezclados sin orden alguno con filetes descendentes. A la segunda se la llama *convección en grande* o *convección ordenada*. La causa del paso de la convección habitual menuda a la convección en grande, es decir, el mecanismo que en condiciones excepcionales *ordena* las corrientes verticales de la convección menuda, hasta constituir con ellas un sistema orgánico de grandes corrientes, capaz de realizar la subversión, no se conoce bien todavía, a pesar de lo mucho que se ha trabajado para el esclarecimiento de este problema, que es fundamental en la teoría de las tormentas.

41. **Movimiento vertical lejos del nivel de equilibrio.**—Para estudiar de un modo aproximado el movimiento en un trayecto vertical muy alejado del nivel de equilibrio, y para el cual ya no valga la aproximación $\ddot{z} = -\eta_0 z$, lo más sencillo es tomar como origen un punto cualquiera de dicho trayecto y poner

$$\ddot{z} \simeq \ddot{z}_{(z=0)} + z \cdot \left(\frac{d\ddot{z}}{dz} \right)_{(z=0)}$$

desarrollo válido, como antes, sólo para valores pequeños de z . Mas, según (46) y (45)

$$\frac{d\ddot{z}}{dz} = g \frac{T}{T^2} \cdot (\alpha - \gamma)$$

luego la ecuación diferencial aproximada será

$$\ddot{z} = A + Bz$$

en que A y B son las constantes

$$A = g \frac{T_0 - T'_0}{T'_0}; \quad B = g \frac{T_0 (\alpha - \gamma)}{T_0'^2}$$

Para integrarla, la escribimos en la forma

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(z + \frac{A}{B} \right) = B \left(z + \frac{A}{B} \right)$$

Por su identidad formal con la (49), esta ecuación tendrá por soluciones:

a) Si $B > 0$, o sea, si $\alpha > \gamma$ (inestabilidad)

$$z + \frac{A}{B} = \frac{\left[\frac{d}{dt} \left(z + \frac{A}{B} \right) \right]_{t=0}}{\sqrt{B}} \cdot \operatorname{sen} h t \sqrt{B} + \left(z + \frac{A}{B} \right)_{t=0} \cdot \cos h t \sqrt{B}$$

o sea,

$$z = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{B}} \operatorname{sen} h t \sqrt{B} + \left(z_0 + \frac{A}{B} \right) \cos h t \sqrt{B} - \frac{A}{B} \quad (55)$$

b) Si $B < 0$ (estabilidad)

$$z = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{-B}} \operatorname{sen} t \sqrt{-B} + \left(z_0 + \frac{A}{B} \right) \cos t \sqrt{-B} - \frac{A}{B} \quad (56)$$

42. Movimiento de burbujas caldeadas.—Las ecuaciones (55) y (56) nos servirán para estudiar cómo se mueve una masa de aire abandonada, sin velocidad, en un medio notablemente más frío que ella, caso al cual no eran aplicables las ecuaciones anteriores, por motivos que quedaron expuestos. Como el movimiento de estas *burbujas de aire caliente* es de singular importancia cuando la atmósfera es inestable, nos limitaremos a considerar este caso. Poniendo, pues, en (55) $z_0 = \dot{z}_0 = 0$, es decir, tomando como origen el punto de que parte *sin velocidad* la burbuja, queda

$$z = \frac{A}{B} (\cos h t \sqrt{B} - 1) \quad (55, a)$$

fórmula equivalente a la (54) de Exner, pero que se presta mejor al cálculo. He aquí los espacios recorridos por una burbuja de tem-

peratura $T=300^{\circ}$, para $\alpha=1,5^{\circ}/100$ m. y diversos valores de $T-T'$:

t en seg	1	5	10	20	30
$T-T'=3^{\circ}$, $z=$	0,05 m m	1,26 m	5,04 m	20,4 m	46,2 m
$T-T'=5^{\circ}$, $z=$	0,08 m m	2,11 m	8,4 m	34,0 m	77,0 m
$T-T'=10^{\circ}$, z	0,17 m m	4,23 m	16,9 m	68,1 m	154,1 m

Estos números, nunca obtenidos antes, que nosotros sepamos, no son, sin embargo, menos interesantes que los deducidos de la fórmula (53, b); pues si aquéllos nos daban idea de la rapidez de la convección dinámica, éstos nos enseñan lo mismo respecto a la convección térmica. Como se ve, ésta comienza por ascensos más lentos aún que los de la convección dinámica, pero que crecen en rapidez mucho más de prisa. Por tanto, la subida de masas pequeñas será también aquí difícilmente adiabática en los primeros segundos, mucho más habida cuenta del relativamente grande exceso inicial de temperatura, que llevan las masas sobre el aire exterior. Por tanto, lo dicho acerca de la dificultad de provocar subversiones importantes por agitación turbulenta de pequeñas masas, puede repetirse cuando no es la agitación, sino el calentamiento, lo que determina la subida de pequeñas burbujas.

En cambio, si las masas caldeadas son grandes, de modo que su superficie de contacto con el aire exterior resulte relativamente pequeña, la pérdida de calor no bastará para impedir que la masa ascendente venza la premiosa fase inicial del movimiento y lo prosiga con creciente pujanza. Por eso las condiciones topográficas más favorables a la formación de grandes corrientes ascendentes son aquellas que contribuyen a que una gran masa de aire adquiera temperaturas muy superiores a las de alrededor; por ejemplo, un erial, cuyo suelo se caldeará mucho, rodeado de bosques o pantanos, en que el terreno conservará relativa frescura; o también el aire caldeado por contacto con un cerro, en contraste con el aire libre, mucho más frío a igualdad de nivel, etc. Por eso, para estudiar la formación de las *tormentas de calor*, no basta tener en cuenta las zonas de máxima insolación, sino que es también indispensable buscar los sitios en que se almacena aire fresco en canti-

dad suficiente para atacar al aire caldeado y desplazarle hacia arriba en grandes masas.

Las desigualdades de calentamiento por insolación debidas a heterogeneidades menudas del terreno no influyen en la *convección en grande*. En cambio, activan mucho la *convección menuda*, aunque tampoco hay que creer que son indispensables para producirla, pues también se observa convección menuda sobre la superficie del mar, no obstante la uniformidad de su temperatura. Para fomentar la convección menuda basta, pues, un calentamiento por debajo, aunque sea uniforme; es decir, que el influjo térmico puede limitarse a producir gradientes grandes en la capa inferior, que aceleren las corrientes verticales debidas a la turbulencia de las horizontales. Por eso en los continentes la convección menuda es máxima a las horas de calor; mientras que en el mar, cuya superficie no experimenta variación diurna de temperatura, las convecciones activas se producen sólo en el seno de las masas llamadas *frías*, es decir, de las que están a menor temperatura que él.

43. Fórmulas exactas de los movimientos verticales.—Se nos podría preguntar por qué hemos recurrido en estos estudios a ecuaciones diferenciales aproximadas, siendo así que la exacta

$$\ddot{z} = g \left(\frac{T}{T'} - 1 \right) = g \left[\frac{T_0}{T'_0} \left(1 - \frac{\alpha z}{T'_0} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - 1 \right]$$

por ser de la forma $\ddot{z} = f(z)$ se reduce a cuadraturas por el clásico procedimiento

$$\ddot{z} \equiv \frac{d\dot{z}}{dt} \equiv \frac{d\dot{z}}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} \equiv \frac{1}{2} \frac{d\dot{z}^2}{dz} = f(z)$$

de donde

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{C_1 + 2 \int f(z) dz}$$

y finalmente

$$t = C_2 + \int \frac{dz}{\sqrt{C_1 + 2 \int f(z) dz}} \quad (57)$$

pero fácilmente se ve que, si bien la cuadratura subradical es inmediata,

$$\int f(z) dz = C - g \left[\frac{T_0}{T'} \left(1 - \frac{\alpha z}{T'_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} + z \right]$$

en cambio la otra

$$t = C_2 + \int \frac{dz}{\sqrt{C_1 - 2g \left[\frac{T_0}{\gamma} \left(1 - \frac{\alpha z}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\alpha}} + z \right]}} \quad (57, a)$$

habría de obtenerse por procedimientos mecánicos.

Un caso en que la determinación exacta del movimiento es muy sencilla es el de la estratificación indiferente $\alpha = \gamma$; pues entonces, según hemos visto, es $\frac{T}{T'} = \frac{T_0}{T'_0}$; luego el movimiento resulta uniformemente acelerado, de aceleración

$$\ddot{z} = g \left(\frac{T_0}{T'_0} - 1 \right)$$

Por tanto

$$z = \frac{1}{2} g \left(\frac{T_0}{T'_0} - 1 \right) t^2 \quad (58)$$

suponiendo que en el momento inicial la masa de temperatura T_0 es abandonada en reposo en el origen, donde reina la temperatura T'_0 .

Otros casos de integración exacta se obtendrían atribuyendo valores adecuados al exponente $\frac{\gamma}{\alpha}$. Poniendo, por ejemplo, en (57 a) $\frac{\gamma}{\alpha} = 2$, que es un valor bien verosímil, la cuadratura puede reducirse, por una sencilla sustitución, al tipo elemental

$$\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 + y^2}} = \text{arc. sen } h \frac{y}{a}$$

Pero sería inútil tabular estas fórmulas, pues sólo nos darían resultados diferentes de los ya obtenidos, si pretendiésemos aplicarlas a valores de t para los que ya no valiese despreciar el rozamiento.

Además, enseña la Hidrodinámica que, en estas traslaciones de masas aisladas, la movilidad del medio ocasiona una disipación de energía, en virtud de la cual la inercia de las masas errantes parece aumentar en una proporción que depende de su forma. Así, pues, *aun en los primeros momentos, todas nuestras fórmulas dan velocidades excesivas, y sólo pueden servirnos para deducir el orden de magnitud de los movimientos, que, como vamos a ver, no se modifica por estos errores.*

En efecto, si las burbujas son esféricas su inercia parece aumentada en la mitad, y la ecuación (49) se convierte en la

$$\ddot{z} = g \frac{\rho' - \rho}{\frac{3}{2}\rho} \simeq -\frac{2}{3} \eta_c z \quad (49, a)$$

Y, por ejemplo el período, si $\eta > 0$, valdrá

$$\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{3}\eta_e}} \quad (51, a)$$

que sólo difiere de los ya calculados en un 18 por 100. Así se comprende que los períodos medidos por observación de globos equilibrados valgan de tres a diez minutos, en buena concordancia con los deducidos de la fórmula (51).

V. LA TEMPERATURA POTENCIAL

+ 44. **Temperatura potencial: su relación con la entropía.**— Recibe el nombre de *temperatura potencial* la temperatura θ que toma un fluido cuando se le lleva por la vía adiabática reversible a una presión convencional de referencia P.

1) *La temperatura potencial θ es función sólo de la entropía específica S, y función precisamente creciente.* En efecto, sea un fluido en el estado

$$p, T, \theta(p, T), S(p, T).$$

Pasemos *reversible y adiabáticamente*, es decir, *isentrópicamente*, a la presión de referencia P; como T se convierte, por definición, en θ y S no varía, resulta el nuevo estado

$$(a) \quad P, \theta, \theta, S.$$

Por el mismo proceso reversible y adiabático, partiendo del estado

$$p + dp, T + dT, \theta + d\theta, S + dS,$$

hubiésemos alcanzado la presión P en el estado

$$(b) \quad P, \theta + d\theta, \theta + d\theta, S + dS.$$

Mas del estado (a) se puede pasar directamente al (b), calentando a la presión constante P; luego

$$dS = \frac{\delta Q}{\theta} = c_p(P, \theta) \cdot \frac{d\theta}{\theta} \quad (59)$$

ecuación que demuestra el enunciado, pues el coeficiente $c_p(P, \theta)$ (calor específico a presión constante, en el estado (a)) es siempre positivo.

2) Como el resultado $\frac{d\theta}{dS} > 0$ es independiente de la presión P de referencia, se tiene:

Sea cualquiera la presión común a que llevemos por vía adiabática reversible dos masas del fluido, llegará siempre más caliente la que tenga mayor entropía específica.

45. Criterio de estabilidad a base de θ y S.—La condición de estabilidad se enuncia mucho más sencillamente por medio de θ o de S, que por medio de T. En efecto, si hay estabilidad, una masa elevada reversible y adiabáticamente ha de ponerse *más fría que el fluido de alrededor*; o sea, *ha de llegar con θ y S menores que las de él*; y como tanto θ como S se han conservado en el movimiento, resulta: *Habrá estabilidad cuando θ y S crezcan con la altura; inestabilidad cuando decrezcan, y estratificación indiferente cuando θ y S no varíen con la altura.*

Esto se entiende de los gases y de los demás fluidos que a igualdad de presión son tanto más densos, cuanto más fríos. Para los fluidos que tienen negativo el coeficiente $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ de dilatación a presión constante, la estabilidad exige que θ y S *disminuyan con z*. Tal ocurre en el agua entre ciertas temperaturas.

Asimismo se prestan muy bien θ y S a la discusión de los movimientos verticales de masas abandonadas a temperatura distinta del ambiente. Basta, por ejemplo, definir como nivel de equilibrio de una masa aquél al cual el fluido ambiente tiene las mismas θ y S que ella, para comprender que *el nivel de equilibrio no puede ser alcanzado por masas que partan del reposo y se muevan en el seno de capas inestables o indiferentes*. En efecto, la masa móvil *sube* cuando parte ya con θ y S superiores a las del ambiente; luego nunca alcanzará capas de su misma θ y S si dichas funciones son constantes en el ambiente (estratificación indiferente), ni, mucho menos, si disminuyen en el ambiente con la altura (inestabilidad). Y análogamente si las masas *bajan* por tener menos θ y S que el fluido de alrededor.

46. La temperatura potencial del aire.—a) *Cálculo exacto y aproximado.* La presión de referencia que se elige para medir la θ del aire es 1.000 mb. Aplicando, pues, la fórmula (31), resulta que

si T es la temperatura y p la presión del aire en mb., su temperatura potencial valdrá

$$\theta = T \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} = T \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^{0,2848} \quad (60)$$

Si el aire a una altura de z hectómetros sobre el suelo tiene una temperatura de T grados, su temperatura potencial viene dada en primera aproximación por

$$\theta \simeq T + z + 0,08 \cdot (1000 - p_0) \text{ grados} \quad (61)$$

en que p_0 es la presión en el suelo, expresada en mb. En efecto, $T + z$ es, aproximadamente, la temperatura con que llegaría el aire al suelo, si lo hiciésemos descender adiabáticamente, ya que vendría a calentarse 1° por Hm.; y $0,08 \cdot (1000 - p_0)$ representa los hectómetros de descenso que, aproximadamente, serían precisos para pasar de la presión p_0 a los 1000 mb., ya que una columna de 8 m. de aire ejerce la presión de 1 mb. en las capas inferiores. Claro que para que esa fórmula dé aproximación aceptable es preciso: 1.º, que la altura z del aire no exceda de 5 km., pues en rigor, por ser estable la columna, el aire baja más caliente que el exterior y, por tanto, se calienta más de 1° por Hm. Al aumentar z , aumenta este error por defecto cometido en cada hectómetro, y, por tanto, crece con gran rapidez el error total; y, 2.º, que p_0 no difiera demasiado de 1000 mb., para que el error de la tosca nivelación barométrica $0,08 \cdot (1000 - p_0)$ no falsee el resultado. En general, deberá ser $p_0 > 900$ mb.

Dada la facilidad con que se calcula, por logaritmos, la fórmula exacta (60), puede decirse que la aproximada apenas tiene valor práctico, sobre todo habida cuenta de la multitud de tablas y diagramas que nos dan hecha la operación. En cambio, la fórmula

$$\alpha \simeq - \frac{\partial \theta}{\partial z} + 1 \quad (61, a)$$

que resulta de derivar la (61), es de aplicación utilísima en el *análisis isentrópico* (—48— pág. 66), pues permite deducir el valor del gradiente α del valor de $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ que puede medirse en los *cortes verticales isentrópicos*.

Gráficamente, la temperatura potencial correspondiente a un estado se determina trazando, en un diagrama cualquiera, la adiabática que pasa por el punto que representa dicho estado, y viendo a qué temperatura corta esta adiabática a la isobara de 1000 mb. Pero ni siquiera es necesaria tal construcción, pues en todo diagrama meteorológico vienen impresas multitud de adiabáticas y rotulada cada una con su temperatura potencial, de modo que el diagrama queda convertido por estas líneas en una gran escala de temperaturas potenciales, en que basta una interpolación a estima para leer la θ que corresponde a un punto cualquiera.

b) *Relación de θ con S en el aire.*—La fórmula diferencial (59) es integrable inmediatamente en este caso de c_p constante, y resulta la ecuación

$$S - S_0 = c_p (\ln \theta - \ln \theta_0) \quad (59 a)$$

fundamental en la teoría de los diagramas meteorológicos, ya que nos dice que *una escala lineal de entropía es una escala logarítmica de temperatura potencial*:

Todos los autores establecen la fórmula (59) como válida, exclusivamente, para los gases perfectos; pues la deducen por comparación de dos ecuaciones de gases perfectos, a saber, la

$$dS = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad [(29), \text{pág. 29}]$$

y la

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \frac{R}{c_p} \frac{dp}{p}$$

que resulta de derivar logarítmicamente la (60). Nosotros hemos deducido la fórmula (59) con toda generalidad, no sólo porque teóricamente es poco riguroso atribuirle a ecuaciones particulares de evolución, de las cuales es independiente, sino porque, prácticamente, nuestra demostración, sin ser más difícil, permite extender a flúidos cualesquiera las discusiones de los párrafos (45), (48), (49), etc.

47. Importancia de la entropía en la atmósfera.—La entropía es una función de la mayor importancia en Meteorología, no sólo desde un punto de vista teórico, como en cualquier otra rama de la Física, sino también desde un punto de vista técnico o práctico. En efecto, debido a la íntima relación que existe entre la distribución de la entropía específica y la estabilidad, las superficies isentrópicas se comportan como *superficies de apoyo*, sobre las cuales tiende a deslizarse el aire cuando su movimiento es adiabático.

En efecto, si hay estabilidad, las superficies isentrópicas estarán *superpuestas por orden de entropía creciente*, y si sacamos una partícula de su superficie isentrópica, elevándola adiabáticamente, se encontrará en capas de mayor entropía que ella, y, por tanto, más calientes, y habrá de bajar de nuevo; y si la hubiésemos desviado hacia abajo, habría de volver a subir. Así, pues, *en virtud de la estabilidad, el aire tiende a moverse sobre superficies isentrópicas*, y esto tanto más cuanto más fuertes sean las reacciones que le impiden salirse de ellas, es decir, *cuanto mayor sea la estabilidad*.

Como se ve, la conclusión de *preponderancia del movimiento horizontal en la atmósfera*, enunciada en (29), no es rigurosa más que cuando las superficies isentrópicas son horizontales, es decir, cuando no sólo hay *estratificación estable*, sino precisamente *equilibrio estable*. Sin embargo, la inclinación sobre el horizonte de las superficies isentrópicas suele ser lo suficientemente pequeña para que, prácticamente, pueda admitirse que la atmósfera propende al movimiento horizontal.

48. Fundamentos del análisis isentrópico.— La preponderancia de los movimientos isentrópicos en la atmósfera se utiliza en el llamado *análisis isentrópico*, que consiste en construir planos acotados de ciertas superficies isentrópicas tipo, escogidas según el lugar y la época del año, e inscribir en ellos todos los datos de que se disponga. Estos *mapas isentrópicos* se prestan muy bien: 1.º, a perseguir la marcha de las corrientes de aire, las cuales siguen, como hemos dicho, superficies isentrópicas; y, 2.º, a observar el proceso de mezcla de dos corrientes. En efecto, para que dos corrientes se mezclen es preciso que las masas de una puedan penetrar fácilmente en la otra; y como a lo largo de una superficie isentrópica es donde hay mayor libertad de movimiento, se sigue que en las superficies isentrópicas es donde será activa la mezcla y donde podrá observarse mejor.

En los mapas isentrópicos se trazan las líneas isobaras, que, evidentemente, son también isotermas, y, por cierto, de tanto más alta temperatura cuanto mayor sea la presión. En efecto, a igual temperatura potencial, cuanto más presión, más temperatura, y si es igual la presión, también lo será la temperatura. En este análisis se supone, además, que las superficies isobaras son casi horizontales, hipótesis que se justifica por el hecho de estar siempre las superficies isentrópicas mucho más inclinadas que las isobaras. Por eso las líneas isobaras (e isotermas) se suponen coincidentes con

líneas de nivel, tanto más altas cuanto más baja sea su presión (y su temperatura), ya que la presión disminuye con la altura. A estos tres sistemas de líneas equiescalares coincidentes se les llama *líneas de contorno*. La coincidencia de esos tres haces de líneas es una ventaja capital del método isentrópico; pues si se sigue el método corriente de apuntar los datos al nivel del mar, o en otro cualquier nivel tipo, es claro que las líneas isobaras, las isotermas y las isentrópicas resultan del todo independientes, y, análogamente, si se manejan mapas sinópticos construídos en proyecciones horizontales de las isobaras tipo.

La conocida relación de los vientos de equilibrio con las isobaras

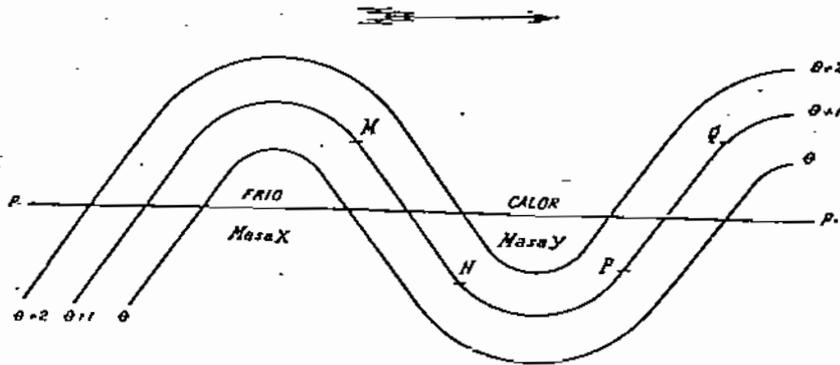


Figura 8

Superficies isentrópicas en corte vertical
(Sentido de propagación, el de la flecha)

que recibe el nombre de ley bórica, se enunciará en análisis isentrópico diciendo: *los vientos siguen las líneas de contorno, dejando a la derecha las de altura inferior, o sea las de presión y temperatura más alta.*

En el análisis isentrópico, además de proyecciones horizontales de superficies isentrópicas escogidas, se utilizan *cortes verticales* del conjunto de ellas. En la figura 8 se advierte cómo, por ser estable el equilibrio, la temperatura decrece de Y a X, a lo largo de la línea de nivel pp ; es decir, *las colinas isentrópicas significan mínimos de temperatura; los embudos isentrópicos, máximos.* Si además suponemos que la situación representada en la figura se traslada de W a E, y que los cambios de presión que este movimiento produce en una estación fija están exclusivamente determinados por la diferencia de densidad entre las masas X e Y, resulta que la pendiente MN corresponderá a un máximo isalobárico, y la pendiente P Q a un mínimo.

49. Flujo de calor producido por la agitación vertical no isentrópica.— Hemos visto que la temperatura potencial, o bien la entropía específica, señala a las partículas de aire el nivel en que debe situarse cada una, o sea el orden en que han de disponerse todas de abajo a arriba, para que haya estabilidad. Por tanto si la agitación vertical se supone adiabática, su efecto será establecer este orden, o sea establecer la estabilidad, si es que ya no existía desde el principio.

Pero si, como ocurre realmente, según hemos dicho (40 y 42), en el caso de agitación desordenada o por pequeñas burbujas, hay intercambio de calor entre las masas que por azar se encuentran contiguas, no cabe duda que en todo nivel las masas frías recibirán calor de las más calientes; es decir, que tenderán a desaparecer las diferencias de temperatura potencial. Por tanto *la convección menuda o no adiabática tiende a establecer una estratificación indiferente*. Para ello las masas de más temperatura potencial han de ceder calor a las que tienen menos; es decir, *si inicialmente hay estabilidad, la agitación no adiabática transporta calor de arriba a abajo*. Esto es lo que ocurre en la mayor parte de los casos, ya que la estabilidad es lo más frecuente. *El flujo de calor, en vez de dirigirse a las capas superiores, más frías, se dirige, pues, por regla general, a las inferiores, más calientes*.

Como dice Shaw, si para aliviar a la vez el frío de las cumbres y el calor de los llanos, agitásemos activísimamente el aire, en vez de lograr nuestro objeto, lo que haríamos sería acrecentar la diferencia de temperaturas, poniendo aún más frías las cumbres y los llanos todavía más calientes.

Esta dirección, al parecer paradójica, del flujo de calor, de lo frío a lo caliente ha sido impugnada en los últimos tiempos por H. Ertel, que la considera incompatible con el segundo principio de la Termodinámica.

Claro que también existe un flujo de calor de abajo a arriba, o sea de lo más caliente a lo más frío; pero es debido a la *conducción* o sea a la *agitación molecular*, y por tanto resulta muchos miles de veces menos eficaz que el que estamos considerando, que es debido a la *agitación de las partículas*, inmensamente mayores que las moléculas.

El efecto del flujo descendente de calor sobre la temperatura que reina a cada nivel será *disminuirla* cuando el calor recibido de arriba sea menor que el transmitido hacia abajo, como pasa en las *capas superiores* de la masa agitada, las cuales ya no tienen encima otra que les ceda calor; o *aumentar* dicha temperatura cuando es

más el calor que se recibe de arriba que el que se transmite hacia abajo. Esto es lo que ocurre en las capas inferiores, en las cuales puede decirse que el flujo descendente de calor *se represa*, debido a que el suelo le impide seguir hacia abajo, como no sea en la insignificante medida que la conducción molecular permite. Pues bien, gracias a esa acumulación de calor en las capas atmosféricas superficiales, suelen éstas hallarse libres de nubes, a pesar de ser las más ricas en vapor de agua y de estar sometidas a los más importantes y rápidos descensos de temperatura. Sólo hay nubes

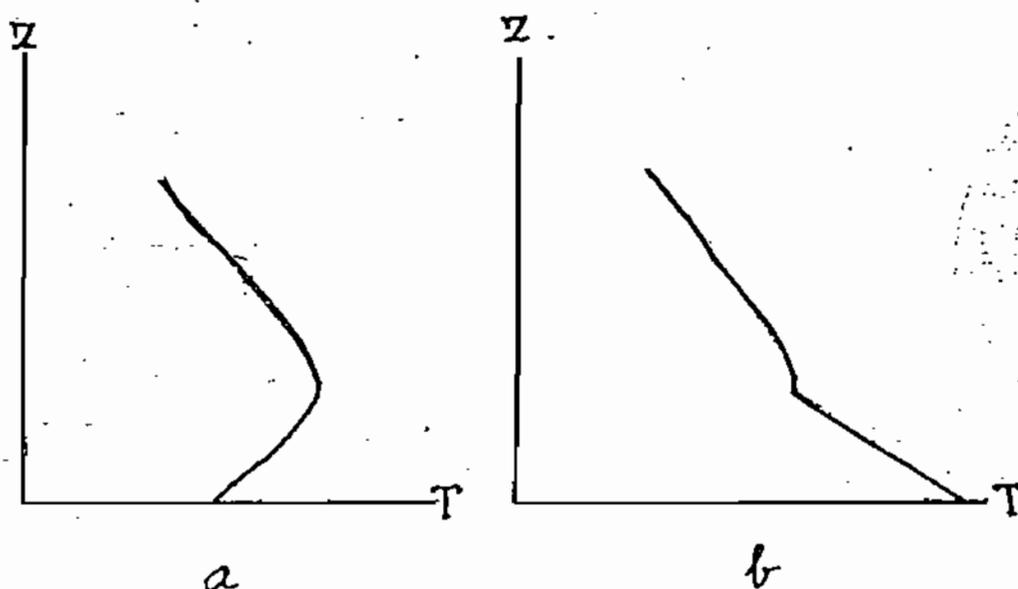


Figura 9

- a: Distribución vertical de temperatura en una noche clara y tranquila de invierno
 b: Idem en una noche invernal de viento fuerte

junto al suelo, es decir, *nieblas*, cuando falta casi por completo la agitación vertical.

El calentamiento de las capas inferiores por turbulencia será tanto mayor cuanto más grande sea la agitación del aire. Por eso, en las noches de vientos fuertes, la temperatura mínima cerca de tierra no desciende tanto, por irradiación, como en las noches de calma. La figura 9-a representa el efecto de la radiación nocturna en la temperatura del suelo y de las capas de aire contiguas, en una noche de calma, es decir, cuando el enfriamiento se deja sentir en toda su intensidad, originando una fuerte inversión de tierra. Y la figura 9-b muestra cómo es atemperado dicho efecto por la agitación turbulenta del aire, en las noches de viento fuerte.

Que la agitación vertical hace crecer el gradiente térmico α , lo

confirma el hecho de que se observen gradientes mayores sobre algunas costas sometidas a fuertes vientos de gran turbulencia, que muy tierra adentro, donde ya son mucho más flojas las corrientes horizontales; eso que en la costas apenas se deja sentir el caldeoamiento de las capas inferiores propio de las regiones continentales, y que parece que debería hacer más pronunciados en ellas los gradientes α .

En los casos, mucho menos frecuentes, de inestabilidad, la convección menuda, al tender como siempre a producir una estratificación indiferente o isentrópica, *hace disminuir* ahora el gradiente térmico α en la capa agitada, y además *transporta calor de abajo a arriba*. Este flujo ascendente de calor aumenta, sobre todo, la temperatura de las capas superiores de la masa agitada y de esta manera puede llegar a producir gradientes superadiabáticos entre ellas y las que quedan encima, libres ya de los efectos de la agitación. A su vez, los gradientes superadiabáticos producidos permiten que la agitación convectiva penetre en esas capas, antes situadas fuera de su alcance. En suma, *cuando hay inestabilidad, la agitación convectiva la hace disminuir por abajo, pero tiende a propagarla hacia arriba, es decir, a aumentar el espesor de la capa inestable y, por consiguiente, el alcance vertical de las corrientes de convección.*

VI. VARIACION DE α EN LOS MOVIMIENTOS ISENTROPICOS DE LAS COLUMNAS DE AIRE

+ 50. **Gradiente vertical de la entropía específica.**— Para determinarlo, calculemos la entropía que hay que comunicar a una unidad de masa flúida, situada en el nivel z , para llevarla, por un camino cualquiera, al estado en que se encuentra el flúido en el nivel $z + 1$. Escogemos el siguiente camino reversible:

1.º Elevación adiabática de la unidad de masa desde z a $z + 1$, en equilibrio de presión con el exterior, con lo cual, según (38), página 35, la temperatura ambiente quedará excediendo a la del flúido elevado en $\gamma - \alpha$.

2.º Calentamiento, a presión constante, del flúido elevado, hasta hacer desaparecer este exceso de temperatura. De este modo el flúido elevado se encontrará ya a la misma presión y a la misma temperatura, y por tanto en el mismo estado que el ambiente.

* La entropía sólo varía en este calentamiento a presión constante. Su aumento valdrá

$$\frac{\partial S}{\partial z} \equiv \frac{\delta Q}{T} = \frac{c_p(\gamma - \alpha)}{T} \quad (62)$$

Recordando que

$$\frac{\gamma - \alpha}{T} = \frac{\eta}{g}$$

podemos relacionar el gradiente vertical de S con la estabilidad, para gases perfectos; será

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\eta}{g} c_p \quad (62 a), \quad \text{o bien} \quad \eta = \gamma \frac{\partial S}{\partial z} \quad (62 b).$$

Ya sabíamos que la estabilidad crece con el aumento vertical de S. Ahora encontramos que el índice η es precisamente proporcional a $\frac{\partial S}{\partial z}$, y con el coeficiente de proporcionalidad γ .

+ 51. **Deformación y compresión de estratos elementales.**— Sea una delgada capa flúida que pasa adiabáticamente del estado p, T , en que su espesor es δz , al estado p', T' en que su espesor es

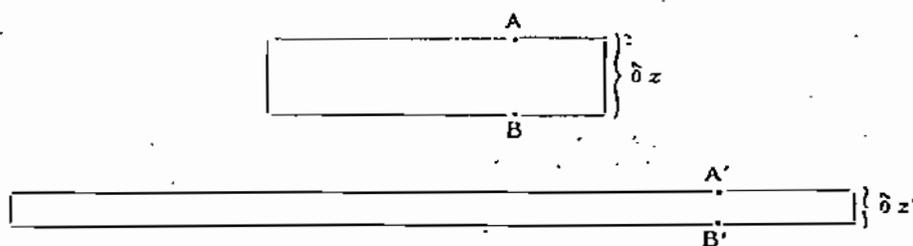


Figura 10
Formación de la inversión de subsidencia

$\delta z'$ (fig. 10). Supongamos, además, que durante la transformación no se altera el orden vertical de las partículas flúidas; de modo que las partículas A y B, por ejemplo, que inicialmente ocupaban la base superior e inferior del estrato, seguirán ocupándolas en las nuevas posiciones A' y B'.

En tales condiciones, como tanto A como B conservan sus entropías específicas, se mantendrá constante la diferencia entre ambas, es decir:

$$S_A - S_B \equiv \frac{\partial S}{\partial z} \cdot \delta z \equiv \frac{c_p(\gamma - \alpha)}{T} \delta z = \frac{c'_p(\gamma' - \alpha')}{T'} \delta z' \equiv S_{A'} - S_{B'}$$

o bien

$$\frac{c_p (\gamma - \alpha)}{T} \cdot \delta z = \text{invariante} \quad (63)$$

sea cualquiera el fluido.

Para un gas perfecto, llamando s a la sección de la columna y m a su masa, la ecuación de estado es

$$\frac{p \cdot s \cdot \delta z}{T} = m R = \text{invariante} \quad (16 a)$$

y dividiendo (63) por (16 a), y suprimiendo la constante c_p , obtenemos

$$\frac{\gamma - \alpha}{p \cdot s} = \frac{\gamma' - \alpha'}{p' \cdot s'} = \text{invariante} \quad (63 a)$$

Este invariante, llamado de Margules ^{*} permite despejar α' :

$$\alpha' = \gamma' - \frac{p' \cdot s'}{p \cdot s} (\gamma - \alpha) \quad (63 b)$$

De (63 a) se deduce:

1.º Que $\gamma' - \alpha'$ es siempre del mismo signo que $\gamma - \alpha$; es decir, si la estratificación es inicialmente $\left\{ \begin{array}{l} \text{estable} \\ \text{indiferente} \\ \text{inestable} \end{array} \right\}$, seguirá siéndolo en el estado final.

2.º Según que $p' \cdot s' \gtrless p \cdot s$, así será $|\gamma - \alpha'| \gtrless |\gamma - \alpha|$. Si, por ejemplo, $p' \cdot s' > p \cdot s$, el gradiente tiende a alejarse de γ , para lo cual ha de disminuir si es menor que γ (estabilidad) y ha de aumentar si es mayor que γ (inestabilidad).

En resumen: El $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumento} \\ \text{disminución} \end{array} \right\}$ del producto $p \cdot s$ no cambia la calidad estable o inestable de la estratificación; pero la $\left\{ \begin{array}{l} \text{acentúa} \\ \text{modera} \end{array} \right\}$.

Con no menos facilidad se hace esta discusión en función de η , por medio del invariante general (63), que, para gases perfectos, toma la forma

$$\eta \cdot \delta z = \eta' \cdot \delta z' \quad (63 c)$$

poniendo de manifiesto la conservación del signo de η y el aumento o disminución de su valor absoluto, según que δz disminuya o aumente, etc.

En la atmósfera el caso de verdadero interés es el de *estratificación inicial estable*, pues sólo entonces cabe suponer que se con-

serva el orden vertical de las partículas. En este caso hemos visto que si $p \cdot s$ disminuye, α aumenta, acercándose a γ , pero sin alcanzar nunca ese valor. En cambio si $p \cdot s$ aumenta, α disminuye ilimitadamente; pues el sustraendo de (63 b) puede llegar a ser tan grande como se quiera, de modo que α' tomará valores negativos, tan grandes como se quiera en valor absoluto. Es decir: *en toda capa estable que se extienda o comprima suficientemente, se producirá una inversión, todo lo fuerte que se quiera.*

+ 52. **Inversión de subsidencia.**— Los mayores aumentos de $p \cdot s$ serán de esperar cuando aumenten a la vez ambos factores; es decir, *cuando el aire descienda y al mismo tiempo se esparza horizontalmente.* Esta combinación de descenso con dispersión lateral es precisamente el movimiento que el aire ejecuta cerca de tierra, en la parte central de los anticiclones. Las inversiones que en su virtud se producen se llaman *inversiones de subsidencia*, y se caracterizan por un descenso singularmente rápido de la humedad relativa con la altura, debido a que el aire superior, ya de suyo pobre en vapor de agua, se deseca más todavía en virtud del calentamiento adiabático.

La *inversión de subsidencia* no se forma junto al suelo mismo, que tanto estorba los movimientos del aire; sino a una altura en general superior a los 600 m. Su espesor es al principio de varios hectómetros, pero al prolongarse el efecto de contracción vertical, queda reducido a unos 200 m. y a veces a menos de 100 m.; con lo cual, naturalmente, se hace más pronunciado el crecimiento de la temperatura con la altura, y la disminución de la humedad relativa.

Estas inversiones suelen cubrir grandes áreas; a veces casi todo el anticiclón. En tales casos presentan forma de campana, pues se aproximan al suelo por los bordes del anticiclón y se elevan hacia su parte interna; mas no alcanzan su altura culminante sobre los puntos de presión máxima, sino sobre los sitios donde más de prisa está subiendo el barómetro que, según enseña la Dinámica, es precisamente donde son más rápidos los movimientos de divergencia horizontal y de descenso del aire.

Cierto que, además de las inversiones extensas, hay otras muy reducidas, que se forman y subsisten en muy distintos tipos de tiempo, pero precisamente en determinados lugares, donde, sin

duda, la conformación topográfica favorece de un modo singular los movimientos del aire necesarios para producirla.

Aunque, como hemos visto, las propiedades observadas en las inversiones de subsidencia se explican perfectamente en la hipótesis de que son debidas a los movimientos adiabáticos representados esquemáticamente en la figura 10, no hay que creer que no influyen en ellas los fenómenos de radiación. Así, por ejemplo, en verano, casi nunca llegan a formarse estas inversiones, porque la gran insolación, propia de los anticiclones en esta época, caldea el aire por debajo y las destruye. En cambio, en las noches de invierno, la radiación acentúa notablemente en ellas, tanto el aumento de temperatura con la altura, como la disminución de humedad; pues, a causa de los movimientos convectivos, la base inferior de la inversión se carga durante el día de corpúsculos y de humedad, y de noche se encuentra en condiciones de irradiar calor *como un suelo*, con el consiguiente descenso de la temperatura y aumento de la humedad relativa, y así crece su contraste con la base superior, libre de tales influjos; de donde algunos autores concluyen, con exageración notoria, que la radiación contribuye más que los procesos adiabáticos a producir las inversiones de subsidencia.

53. Las curvas de estado en los anticiclones y borrascas.—

Así como las inversiones de la parte baja de un anticiclón, tan familiares para los meteorólogos, han quedado explicadas por la deformación adiabática de los estratos de aire, debida al campo de movimientos que allí reina, cabe esperar que las deformaciones debidas a otros campos de movimiento nos expliquen otras particularidades de la distribución vertical de la temperatura sobre las borrascas y los anticiclones, conocidas por la experiencia.

Sabido es, p. e., que sobre los anticiclones la *tropopausa* o base de la estratosfera está más alta que en condiciones normales. Pues bien, la figura 11 a manifiesta cómo puede explicarse este fenómeno como efecto del campo de deformación que debe existir en los anticiclones a la altura de la tropopausa. Deben reinar allí *vientos convergentes*, para alimentar por arriba el flujo descendente de aire de la columna central. Esa convergencia producirá, como la figura indica, una contracción horizontal de las capas inferiores de la estratosfera, y tal disminución de s , sin cambio apreciable de p , hará crecer, según hemos visto, el gradiente α . Es decir, que la parte

inferior de la estratosfera dejará de ser isoterma y quedará transformada en un estrato de gradiente α positivo, haciéndonos el efecto de que la estratosfera no empieza hasta más arriba.

Análogamente se explicaría la escasa altura a que se halla la tropopausa sobre las *depressiones* o *borrascas*. Reinan en ellas vientos de sentido contrario que en los anticiclones: *convergentes por debajo, ascendentes en la columna central* y, por tanto, es de suponer que *divergentes a la altura de la tropopausa* (fig. 11 b). Pues

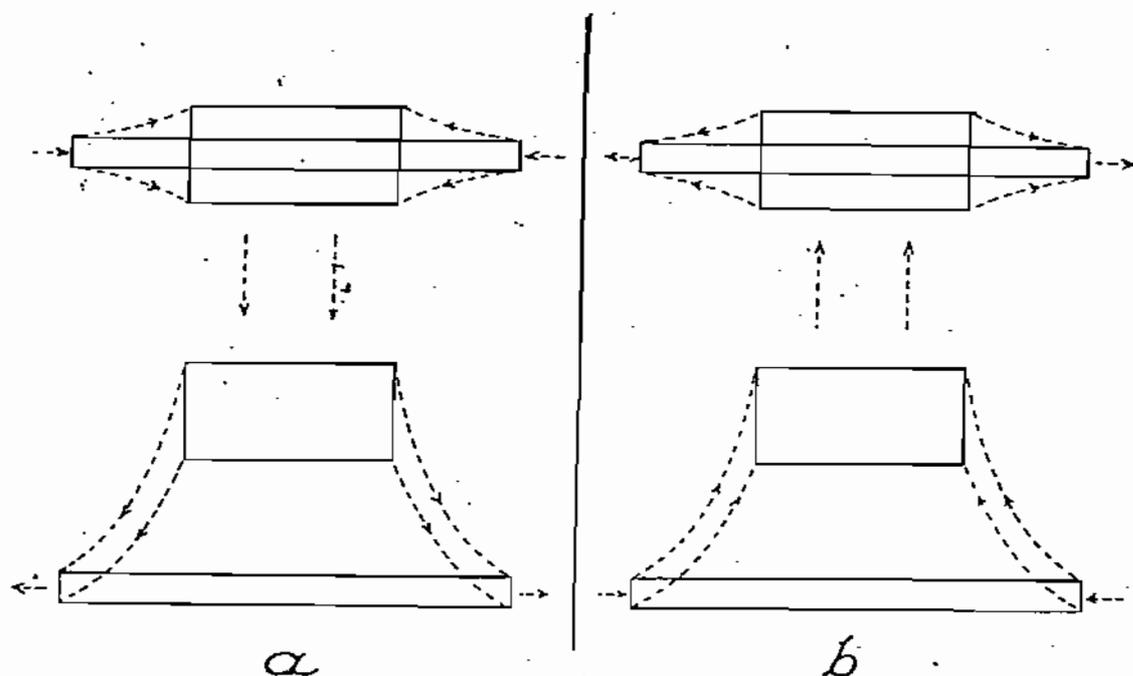


Figura 11

a: Esquema de los movimientos del aire en un anticiclón
 b: Idem en una depresión o borrasca. (Corte vertical)

bien, la contracción vertical producida por estos vientos divergentes en las capas superiores de la troposfera, transformaría estas capas, a fuerza de disminuir su gradiente, en estratos sobre poco más o menos isoterms, que parecerían una prolongación inferior de la estratosfera, haciendo el efecto de que ésta empieza más abajo.

También está representado en la figura 11 b el campo de deformación que existe en las capas inferiores de los centros de baja presión o borrascas, y al cual podría atribuirse el fuerte gradiente térmico que en dichas capas se observa. Aquí la contracción lateral está ayudada por la disminución de p debida al ascenso; pero el aumento del gradiente no puede ser muy grande, ya que tiene a γ por límite superior.

Estas explicaciones, basadas al cabo en conjeturas teóricas sobre la circulación del aire en las capas altas de las borrascas y anticiclones, pueden hoy contrastarse con la experiencia gracias a la gran copia de sondeos aerológicos de que se dispone. Para ello, Palmén ha trazado un corte vertical isentrópico del conjunto formado por un anticiclón y una borrasca típicos, es decir, *construidos a base de promedios* de un gran número de observaciones. En la hipótesis de que los movimientos del

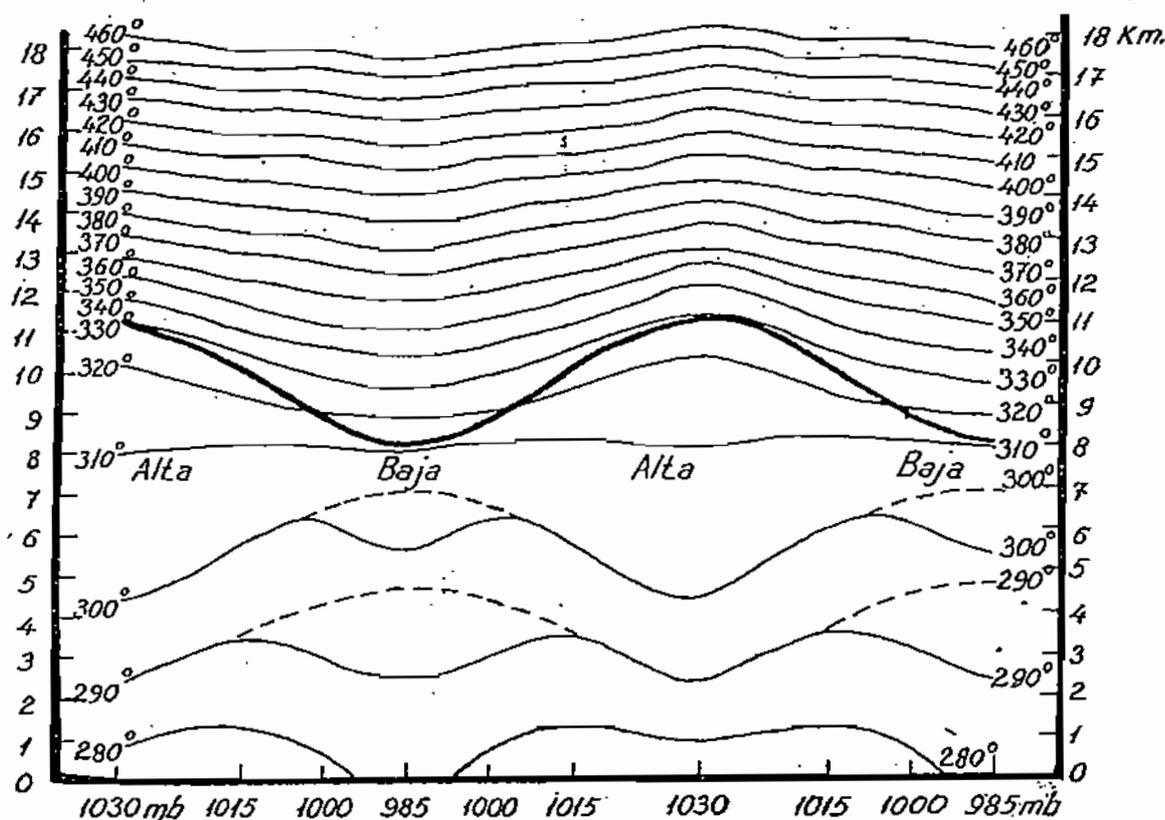


Figura 12

Corte vertical de un anticiclón y una borrasca, según Palmén.

Curvas finas: Líneas isentrópicas, rotuladas en grados de temperatura potencial.

Curva gruesa: Base de la estratosfera.

Los números inferiores dan la presión en mb en el suelo, máxima en el centro del anticiclón (1030 mb) y mínima en el de la borrasca (985 mb)

aire son adiabáticos; y de que las superficies isentrópicas se encontraban inicialmente horizontales, este corte (fig. 12), semejante a los descritos en la página 67, se presta muy bien a perseguir los movimientos verticales, pues toda depresión de las líneas isentrópicas (líneas finas de la figura) indicará un descenso del aire, y toda prominencia un ascenso.

Como se ve, las líneas de igual temperatura potencial sólo son horizontales a las alturas de 8 y de 20 kilómetros. Entre estos niveles, están marcadamente *deprimidas sobre la borrasca y elevadas sobre el anticiclón*. Por bajo de los 8 kilómetros sucede precisamente lo contrario, salvo unos pequeños hoyos que presentan las líneas isentrópicas sobre el centro mismo de la borrasca, los cuales no indican movimiento descendente,

sino que son debidos al calor de condensación del vapor de agua, que se desprende en las grandes lluvias, producidas por el ascenso del aire, en la parte central de la borrasca, y hace que en esta región no sean adiabáticos los movimientos. Las curvas de puntos de la figura señalan el curso que seguirían las líneas isentrópicas si no actuase este efecto perturbador.

Resulta, pues, que en la borrasca el aire sube en todas las capas, hasta los 8 kilómetros, y baja en las situadas encima. Esto exige que entre los 5 y los 9 kilómetros el aire esté escapando horizontalmente de la borrasca. En cambio, por cima de los 9 kilómetros el aire está invadiendo la depresión, y junto a tierra también, a causa del rozamiento, según demuestra la Dinámica. En el anticiclón ocurre lo contrario a todas las alturas.

Encontramos, pues, hacia los 8 kilómetros, sobre las borrascas, el campo de movimiento previsto, que destruye el gradiente α a estas alturas, y también en los anticiclones existe entre los 5 y los 10 kilómetros el campo de sentido opuesto previsto, que destruye la isoterma de las capas inferiores de la estratosfera. También se confirman, desde luego, los campos de deformación previstos cerca de tierra.

Encontramos además un aplastamiento vertical en la estratosfera, sobre el anticiclón y un campo de sentido opuesto, a la misma altura, en la borrasca; pero ambos son demasiado lentos para producir efectos sensibles.

Palmén escogió para su estadística anticiclones y borrascas de aire homogéneo (aire polar), para excluir el influjo que en la altura de la estratosfera ejercen los vientos que aportan masas desde remotas latitudes. Así, pues, las ondulaciones de la tropopausa (línea gruesa de la figura) no pueden explicarse más que por los campos de deformación descritos, o, quizá también, en parte, por efectos de radiación. Que no se trata sencillamente de un movimiento adiabático de dicha superficie, hacia arriba en los anticiclones y hacia abajo en las depresiones, lo prueba el hecho de que la línea gruesa de la figura sea más fuertemente ondulada que las líneas finas o isentrópicas.

Por último, se aprecia también en la figura que *la troposfera está más fría sobre la borrasca que sobre el anticiclón*, como corresponde al sentido, ascendente, de las corrientes verticales. Esto parece a primera vista paradójico, pues *la presión mínima viene a encontrarse bajo el aire más denso*; pero no hay que olvidar que, en cambio, *la estratosfera está más fría en los anticiclones*—de acuerdo también con el sentido, asimismo ascendente, de los movimientos verticales—, y su mayor densidad compensa con exceso la menor densidad de la troposfera.

54. Variación del gradiente α en movimientos adiabáticos cualesquiera.—Hasta aquí sólo hemos estudiado, siguiendo a Margules, los efectos que producen en el gradiente α ciertos movimientos verticales, acompañados, por ventura, de dispersión o contracción lateral. Examinemos ahora, con Ertel, con toda generalidad, la va-

riación que producen en *a movimientos adiabáticos cualesquiera*, cuestión mucho más importante desde el punto de vista meteorológico, ya que en la atmósfera predominan siempre los movimientos horizontales.

La figura 13 representa dos superficies isentrópicas, θ_1 y $\theta_1 + C_1$, en corte vertical. Consideremos en la inferior un elemento fluido de superficie, δs , al cual vamos a seguir en su movimiento; por ser éste adiabático, δs continuará siempre perteneciendo a la isentrópica θ_1 . Además se verificará:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} \delta z = C_1$$

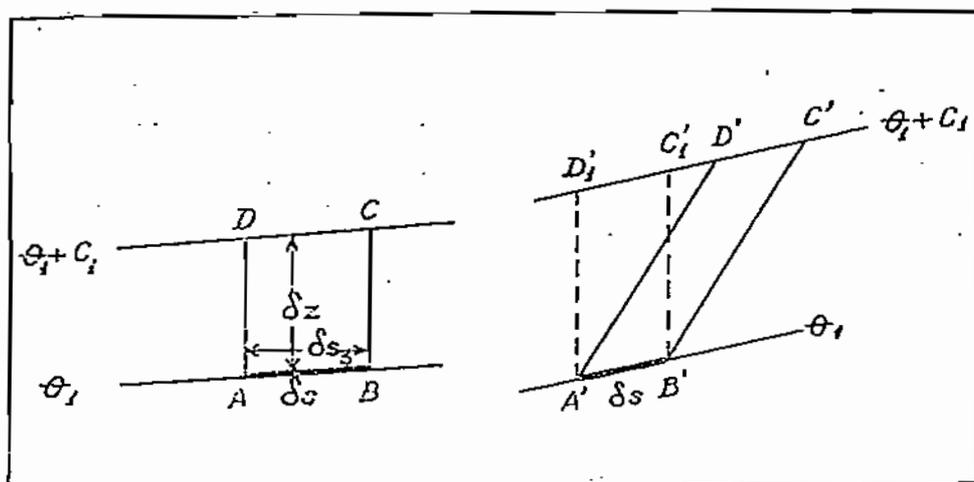


Figura 13

Corte vertical de dos posiciones $A'B'C'D'$ y $A'B'C'D$ de un cilindro fluido, en movimiento adiabático, limitado por las superficies isentrópicas θ_1 y $\theta_1 + C_1$

siendo δz la distancia vertical entre δs y la superficie $\theta_1 + C_1$; pues C_1 representa la diferencia invariable de temperatura potencial entre ambas superficies isentrópicas.

Con el contorno de δs como directriz, construyamos un cilindro vertical, limitado por las isentrópicas θ_1 y $\theta_1 + C_1$. Expresemos que su masa no varía durante su movimiento:

$$\rho \cdot \delta s_3 \cdot \delta z = C_2$$

en que δs_3 es la proyección horizontal de δs . Nótese que el volumen del cilindro fluido vale $\delta s_3 \cdot \delta z$, no sólo inicialmente, cuando está vertical; sino también después, aunque tome una posición oblicua $A'B'C'D'$; pues el cilindro $A'B'C'D'$ es equivalente al vertical $A'B'C'D$.

Dividiendo ambas ecuaciones resulta:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{C_1}{C_2} \delta s_3$$

Y derivando logarítmicamente ésta, con respecto a t , para eliminar las constantes:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot \left(\frac{1}{\delta s_3} \cdot \frac{d}{dt} \delta s_3 \right)$$

El paréntesis del segundo miembro significa la velocidad de expansión relativa de la proyección horizontal de δs , o sea *la divergencia del movimiento horizontal de la superficie isentrópica*, luego:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 \right] \quad (64)$$

en que el subíndice 0 indica que la derivación espacial de u y v no ha de hacerse horizontalmente, en sentido paralelo a los ejes OX y OY; sino a lo largo de la superficie isentrópica. Es decir, que (fig. 14):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_A - u_0$$

mientras que

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 = u_A - u_0$$

y por tanto

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 = \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial z}$$

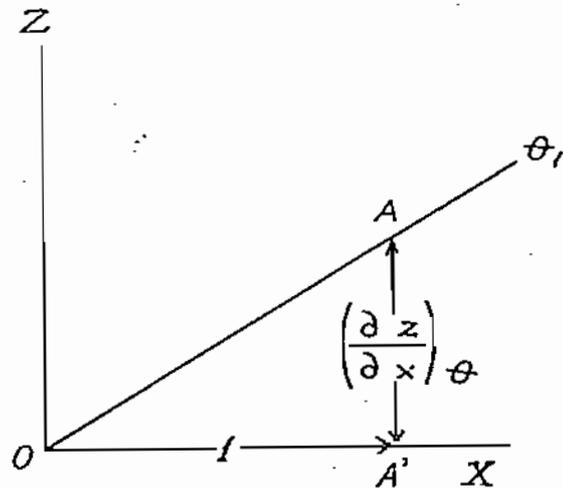


Figura 14

Significación del símbolo $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0$

La fórmula (64) de Ertel tiene la ventaja de relacionar $\frac{d}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ con la magnitud $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_0$, la cual, si se trabaja por los métodos del análisis isentrópico, puede medirse directamente; pues es la *divergencia de los vientos horizontales que figuran en el mapa isentrópico*.

Aún más interesante es determinar la velocidad de variación del gradiente α . Para ello, tendremos en cuenta que, si en vez de partir de la conservación de θ partimos de la de S , obtendremos:

$$\frac{d}{dt} \ln \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial S}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 \quad (64a)$$

mas como

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{1}{\rho} c_p \frac{\gamma - \alpha}{T} = R c_p \frac{\gamma - \alpha}{p}$$

resulta

$$\frac{d\alpha}{dt} = (\alpha - \gamma) \left[\frac{d \ln p}{dt} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 \right]$$

y si teniendo presente la insignificante inclinación de las isobaras, y suponiendo estacionarias las presiones y despreciable la aceleración vertical, ponemos

$$\frac{d \ln p}{dt} = \frac{\partial \ln p}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla p \simeq w \cdot \frac{d \ln p}{dz} \simeq -w \frac{g}{RT}$$

queda por fin

$$\frac{d\alpha}{dt} = (\gamma - \alpha) \left[\frac{gw}{RT} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 \right] \quad (65)$$

También interesa obtener la velocidad de variación del índice γ de estabilidad. Poniendo en (64a) $\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\eta}{\gamma}$ (62a), pág. 71, resulta:

$$\frac{d}{dt} \frac{\eta}{\rho} = \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_0 \quad (66)$$

Como ejemplo de aplicación de las fórmulas (64) a (66), consideraremos una corriente que cruza una cordillera (figura 15). Como las líneas de flujo inferiores $A_1 A'_1$ se adaptan al perfil del terreno, y las superiores $A_2 A'_2$ apenas se desvían ya de un curso horizontal, resulta un estrechamiento considerable de la corriente en MN, el cual impone, por continuidad, un aumento de las velocidades, de A_1 a B_1 . Luego en cualquier línea isentrópica $A_i A'_i$ hay una divergencia positiva de la velocidad horizontal entre A_i y B_i . Por otra parte, el acercamiento de las superficies isentrópicas en la vertical MN pone de manifiesto que allí es má-

xima la estabilidad. Este máximo de η nos lo daría, aunque menos intuitivamente, la fórmula (66) razonando así: el término positivo $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0$ de $\frac{d}{dt} \frac{\eta}{\rho}$, acumulando sus efectos, hace que la estabilidad aumente hasta

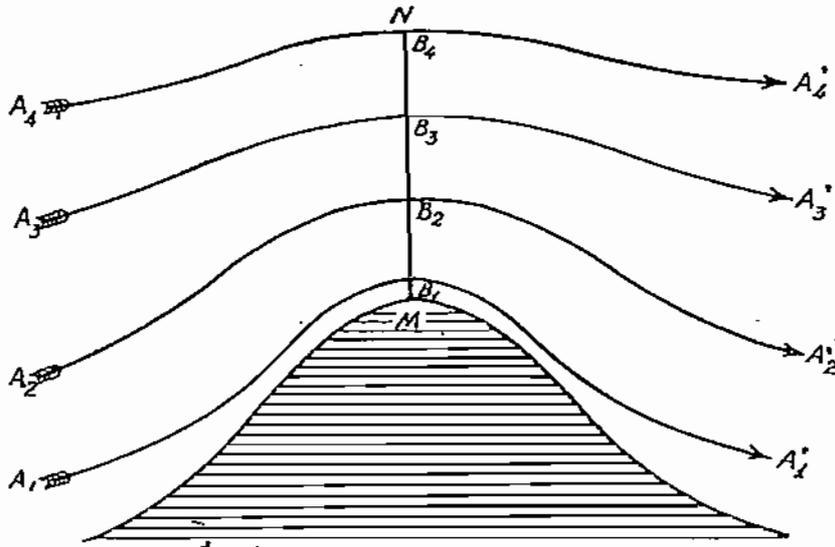


Figura 15

Estrechamiento vertical de una corriente de aire al transmontar una cordillera (Corte vertical, paralelo a las líneas de flujo)

MN, donde es máxima. Esta acción estabilizadora de las cordilleras sobre las corrientes secas que las transmontan es bien conocida y, a veces, basta para producir en MN una inversión.

55. Variación de α en columnas finitas.—Sea (fig. 16 a) una columna de aire en equilibrio, a cuya base superior MN se le impone un aumento de presión ΔP . La columna se contrae y quedará de nuevo en equilibrio (fig. 16 b) cuando todos sus puntos hayan experimentado el mismo aumento de presión ΔP . En efecto, lo mismo en las posiciones iniciales A, B de dos partículas de aire, que en sus posiciones finales A', B', la diferencia de presión entre ambas es igual al peso, por unidad de sección, de la capa aérea

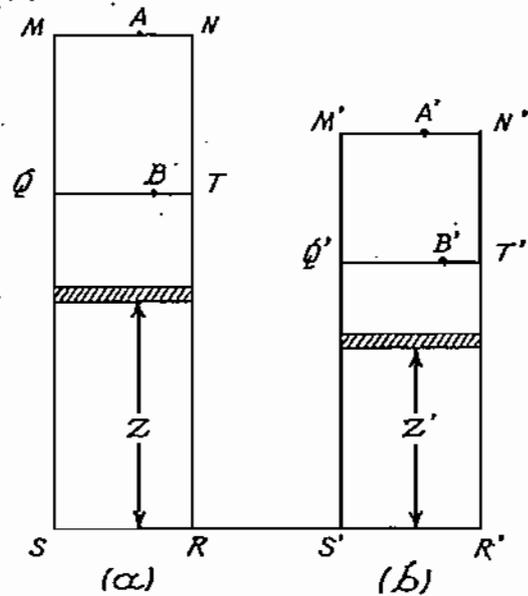


Figura 16

Contracción de una columna de aire, bajo la sobrepresión uniforme ΔP

MNTQ (condición de equilibrio); luego en la partícula B ha aumentado la presión ΔP , lo mismo que en la A.

Supongamos adiabática la contracción, y que el gradiente α inicial es constante en toda la columna (a). Nos proponemos investigar cómo queda repartido el gradiente α' a lo largo de la columna (b): es decir, determinar $\alpha'_{z'}$ en función de z' .

Consideremos un estrato flúido infinitesimal, que inicialmente dista z de la base inferior, y al final z' . Sea su estado inicial p_z, T_z y su estado final $p'_{z'}, T'_{z'}$. Aplicando la fórmula de Margules resulta, por ser constante s ,

$$\alpha'_{z'} - \gamma = \frac{p'_{z'}}{p_z} (\alpha - \gamma) = \left(1 + \frac{\Delta P}{p_z}\right) (\alpha - \gamma)$$

o sea

$$\alpha'_{z'} = \alpha + \frac{\Delta P}{p_z} (\alpha - \gamma)$$

El problema de expresar $\alpha'_{z'}$ en función de z' queda, pues, reducido a poner $\frac{1}{p_z}$ en función de z' . Como esto no se puede lograr exactamente, sustituiremos $\frac{1}{p_z}$ por el desarrollo, lineal en z' ,

$$\frac{1}{p_z} \simeq \left(\frac{1}{p_z}\right)_{z'=0} + z' \cdot \left[\frac{d}{dz'} \cdot \frac{1}{p_z}\right]_{z'=0} = \frac{1}{p_0} - z' \cdot \left[\frac{1}{p_0^2} \cdot \frac{dp_z}{dz'}\right]_{z'=0};$$

y como

$$\frac{dp_z}{dz'} = \frac{d[p'_{z'} - \Delta P]}{dz'} = -g \rho'_{z'}$$

resulta

$$\frac{1}{p_z} \simeq \frac{1}{p_0} \left[1 + \frac{g \rho'_0}{p_0} z'\right]$$

o sea

$$\alpha'_{z'} \simeq \alpha + \frac{\Delta P}{p_0} \left[1 + \frac{g \rho'_0}{p_0} z'\right] (\alpha - \gamma) \quad (67)$$

que es la fórmula de Haurwitz.

Este autor la deduce por camino más complicado y en la forma equivalente:

$$\alpha'_{z'} \simeq \alpha + \frac{\Delta P}{p_0} \left[1 + \frac{g}{RT'_0} \cdot \frac{\rho'_0}{p_0} z'\right] (\alpha - \gamma)$$

En la fórmula (67) parece natural poner el coeficiente de z' en función sólo del estado inicial. Por medio de

$$\rho'_0 = \rho_0 \left(\frac{p'_0}{p_0} \right)^{\frac{c_v}{c_p}}$$

se obtiene

$$\frac{\rho'_0}{\rho_0} = \frac{p_0}{p_0} \left(1 + \frac{\Delta P}{p_0} \right)^{\frac{c_v}{c_p}} = \frac{1}{RT_0} \left(1 + \frac{\Delta P}{p_0} \right)^{\frac{c_v}{c_p}},$$

y por tanto

$$\alpha'_{z'} = \alpha + \frac{\Delta P}{p_0} \left[1 + \frac{g z'}{RT_0} \left(1 + \frac{\Delta P}{p_0} \right)^{\frac{c_v}{c_p}} \right] \cdot (\alpha - \gamma). \quad (67 a)$$

VII. TRANSFORMACIONES POLITROPICAS

456. **Transformaciones elementales no adiabáticas.**—Hasta ahora hemos supuesto en todos nuestros estudios que los movimientos del aire se realizaban adiabáticamente. Aunque esta hipótesis nos ha prestado buenos servicios, lo cual la justifica en muchas ocasiones, es evidente que en algunos casos nos será útil y hasta necesario, prescindir de ella.

Sea una transformación infinitesimal no adiabática, es decir, en que $\delta Q \neq 0$. Por definición del calor específico, podremos poner

$$\delta Q = c dT$$

en que c es el calor específico del aire en la transformación de que se trata.

Recordemos que el aire, como toda substancia, tiene infinitos calores específicos, según el modo como lo hagamos evolucionar. Si, por ejemplo, evoluciona adiabáticamente, su calor específico será $c \equiv \frac{\delta Q}{dT} = 0$; si isotérmicamente, $c = \frac{\delta Q}{dT} = \infty$, etc.

Pues bien, igualando a $c \cdot dT$ los segundos miembros de las ecuaciones (28''), (29''), etc. (pág. 29), en vez de igualarlos a 0, resulta:

$$(c_v - c) dT + p dv = 0 \quad (28'' a)$$

$$(c_p - c) dT - v dp = 0 \quad (29'' a)$$

$$(c_p - c) \frac{dv}{v} + (c_v - c) \frac{dp}{p} = 0 \quad (29'' b)$$

ecuaciones que sólo se diferencian de aquéllas, en que en vez de los calores específicos c_p y c_v , en éstas figuran $c_p - c$ y $c_v - c$. Por tanto:

Cuando una evolución elemental tenga por calor específico c , le serán aplicables las fórmulas que resulten de sustituir en las ecuaciones adiabáticas correspondientes, c_p y c_v , por las diferencias $c_p - c$ y $c_v - c$.

Ejemplo 1.º: Calcular el coeficiente de enfriamiento por elevación γ_c de una partícula de aire, que se separa de su nivel de equilibrio, no adiabáticamente, sino evolucionando con calor específico c .

Sustituyendo en la fórmula del caso adiabático $\gamma = \frac{g}{c_p}$, c_p por $c_p - c$, resulta:

$$\gamma_c = \frac{g}{c_p - c}$$

Si el aire, en vez de salir de su nivel de equilibrio, parte a la temperatura T , distinta de la ambiente T' , resultará:

$$-\left(\frac{dT}{dz}\right)_c = \frac{T}{T'} \cdot \frac{g}{c_p - c} = \frac{T}{T'} \gamma_c$$

Ejemplo 2.º: ¿Cuánto tendrá que valer α , para que la densidad del aire no varíe con la altura?

Sea una capa de aire homogénea, es decir, cuya densidad no varíe con la altura. Si en su seno elevamos aire a densidad constante, es decir, evolucionando con calor específico $c = c_v$, conseguiremos que se encuentre a todas las alturas a la misma densidad que el ambiente, y por tanto también a la misma temperatura; luego

$$\alpha = \gamma_{c_v} = \frac{g}{c_p - c_v} = \frac{g}{R}$$

que vale 3° por cada 100 m. de elevación. Para valores de α aún más grandes, la densidad crece con la altura; el frío de arriba compensa con creces el enrarecimiento del aire que la disminución de presión tiende a producir. Ya hemos dicho (pág. 36) que antes se creía, equivocadamente, que bastaría que aumentase la densidad con la altura, para que el equilibrio se destruyese instantáneamente por sí sólo. Por eso al gradiente de $3^\circ/100$ m., propio de la atmósfera homogénea, se le llama también *límite inferior del equilibrio imposible*.

Que a veces la densidad del aire aumenta con la altura, lo evidencia el espejismo. Suelos áridos y poco conductores se caldean al sol tropical, hasta el punto de producirse en un cierto espesor de aire gradientes superiores a los $3^\circ/100$ m., sin que la activa convección alcance a impedirlo. En estos casos se observa un fuerte burbujeo, propio de equilibrio tan inestable; pero jamás la subversión brusca que exigiría *la imposibilidad del equilibrio*.

57. Evoluciones finitas no adiabáticas. Politropos.—Para obtener la fórmula finita de una evolución no adiabática, hay que integrar las ecuaciones (28'' a), etc., lo cual exige el conocimiento de c en cada estado. Cuando c se mantiene constante en toda la transformación, ésta se llama *evolución politrópica*, o *politropo* y sus ecuaciones diferenciales se integran inmediatamente, ya que $c_p - c$ y $c_v - c$ son entonces constantes. Bastará sustituir en las integrales de las adiabáticas (31) y (32), c_p y c_v por $c_p - c$ y $c_v - c$. Resulta:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{R}{c - c_v}} \quad (30 \text{ a}) \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p - c}} \quad (31 \text{ a}) \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{c_p - c}{c - c_v}} \quad (32 \text{ a})$$

o bien, en forma invariante,

$$T v^{\frac{R}{c_v - c}} = \text{inv} \quad (30' \text{ a}) \quad T p^{\frac{R}{c - c_p}} = \text{inv} \quad (31' \text{ a}) \quad p v^{\frac{c_p - c}{c - c_v}} = \text{inv} \quad (32' \text{ a})$$

Es costumbre no dar a veces los politropos por su calor específico c , sino por su *clase* $k = \frac{c_p - c}{c_v - c}$, o por su *número* $n = \frac{c_p - c}{R}$, y escribir las fórmulas (30 a.), etc., en función de k o de n .

58. Aplicaciones de los politropos. Fórmulas barométricas.—Dentro de su sencillez, las transformaciones politrópicas constituyen un modo muy general de evolucionar el aire; hasta el punto

de que todas las evoluciones elementales, a saber, las adiabáticas ($c=0$), las isotermas ($c=\infty$), las isosteras ($c=c_v$) y las isobaras ($c=c_p$) son politrópicas, aparte de otras innumerables, una por cada valor que arbitrariamente atribuyamos a c .

Pues bien, según hemos visto, a toda transformación politrópica se le pueden extender las fórmulas adiabáticas y los resultados obtenidos al discutirlos, sin más que sustituir c_p y c_v , por c_p-c y c_v-c .

Ejemplo 1.º Columnas politrópicas.—Si el aire, al apartarlo de su posición, no evoluciona adiabáticamente, sino con arreglo al politropo c , la condición de estabilidad será $\alpha < \gamma_c$.

Consideremos una columna en que α sea constante. Entonces, para que el equilibrio fuese indiferente, tendría el aire que evolucionar conforme al politropo c , definido por la ecuación

$$\alpha = \gamma_c \equiv \frac{g}{c_p - c}, \quad \text{o bien} \quad c_p - c \equiv \frac{g}{\alpha};$$

o sea, conforme a la ecuación finita

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{c_p - c}{R}} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \alpha}} \quad (68)$$

Mas como el aire que sube evolucionando así, se encuentra a todas las alturas en el mismo estado que el aire de la columna, la fórmula (68), a la vez que nos da la variación de la temperatura con la presión en el aire que sube, nos dará la variación de p con T en la columna, o bien la variación geométrica de p con z , ya que, por ser constante α , podremos sustituir $T = T_0 - \alpha z$, y (68) se convierte en

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{\alpha z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \alpha}} \quad (68 a)$$

es decir, la fórmula politrópica (68 a) es a la vez la fórmula barométrica válida para toda columna de α constante.

Pues bien; por eso de tener como fórmula barométrica una fórmula politrópica, se llaman *politrópicas aquellas columnas en que α es constante.*

La fórmula barométrica politrópica (68 a) puede aprovecharse también para columnas isotermas, pasando al límite para $\alpha \rightarrow 0$:

$$\frac{p}{p_0} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\alpha z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R\alpha}} = e^{-\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\alpha z}{T_0} \cdot \frac{g}{R\alpha} \right)} = e^{-\frac{gz}{RT_0}} \quad (68 b)$$

A su vez, esta fórmula (68 b) nos resuelve todos los problemas de la Estática, sin más que sustituir los estratos reales atmosféricos en que T es función de z, por capas isotermas, a una cierta temperatura T_m , llamada temperatura media barométrica. De este modo puede desarrollarse, a partir de una fórmula de evolución, toda la Estática atmosférica.

Ejemplo 2º Temperatura politrópica.—Así como en las evoluciones adiabáticas del aire seco se mantiene constante la temperatura potencial, en toda evolución politrópica c se mantiene invariable la llamada *temperatura potencial politrópica*, o sencillamente *temperatura politrópica* θ_c , que es la que adquiere el aire al llevarlo, por el politropo c, a la presión convencional P. Por tanto:

$$\theta_c = T \cdot \left(\frac{P}{p} \right)^{\frac{R}{c_p - c}}$$

La temperatura politrópica tiene, para todos los efectos de la estabilidad, y la discusión de los movimientos verticales politrópicos, las mismas propiedades que la temperatura potencial en los movimientos adiabáticos.

Análogamente, para cada politropo c se define un índice de estabilidad $\gamma_c = g \frac{\gamma_c - \alpha}{T}$, que es el que habría que introducir en las fórmulas (50 a), (50 b), etc., de los movimientos verticales. Del mismo modo se modifica el invariante de Margules (63 a), tomando la forma $\frac{\gamma_c - \alpha}{p \cdot s} = \text{inv}$; de donde

$$\alpha' = \frac{g}{c_p - c} - \frac{p' s'}{p s} \left(\frac{g}{c_p - c} - \alpha \right)$$

Y en fin, todas las demás fórmulas adiabáticas son susceptibles de generalizaciones parecidas, que no es menester detallar.

59. **Evoluciones termotrópicas.**—Otro caso en que las fórmulas (28" a), (29" a) y (29" b, pág. 84) se integran inmediatamente es aquel en el que el calor específico c es una determinada función de la temperatura.

$$c = f(T).$$

A estas transformaciones a calor específico función de la temperatura, las hemos llamado nosotros *termotrópicas*, en un breve estudio. Comprenden como caso particular a las *politrópicas*. Son termotrópicas, por ejemplo, las transformaciones a presión y a volumen constante de los gases de Avogrado no perfectos, y las del vapor de agua a lo largo de la curva de saturación, en la cual el calor específico del vapor, lo mismo que sus demás propiedades, son exclusivamente funciones de la temperatura.

Para integrar las fórmulas (28" a), etc., dividiendo, por ejemplo, la (29" a) por el denominador integrante T , las variables quedan separadas y resulta:

$$\frac{c_p - f(T)}{T} dT + R \frac{dp}{p} = 0$$

$$c_p \ln \frac{T}{T_0} - \int_{T_0}^T \frac{f(T)}{T} dT + R \ln \frac{p}{p_0} = 0$$

Y llamando $F(T)$ a cualquier función primitiva de $\frac{f(T)}{T}$, o sea $F(T) = \int \frac{f(T)}{T} dT$, resulta:

$$T^{c_p} \cdot p^{-R} \cdot e^{-F(T)} = \text{inv}$$

Análogamente se obtiene

$$T^{c_v} \cdot v^R \cdot e^{-F(T)} = \text{inv}$$

Más adelante veremos el interés práctico que tienen las evoluciones termotrópicas en la técnica de los diagramas aerológicos.

Capítulo III

EL AIRE HUMEDO, NO SATURADO

I. EL VAPOR DE AGUA DE LA ATMOSFERA COMO GAS PERFECTO

60. **Vapores. Tensión máxima.**—Sabido es que los vapores comienzan a condensarse en cuanto alcanzan cierta *presión* o *tensión* E , llamada con razón *tensión máxima*, la cual, para cada vapor, *depende sólo de la temperatura*. Según esto, cuando la tensión de un vapor es igual a la E correspondiente a su temperatura, no puede entrar más vapor en el recinto que lo contiene sin que sobrevenga la condensación. Por eso se dice, con gran propiedad, que el vapor es entonces *saturante* o que el recinto o gas que lo contiene está *saturado de vapor*; y a la tensión máxima E se le llama también *tensión saturante*. La tensión máxima del *vapor de agua* crece muy rápidamente con la temperatura. Para 0° C. vale 4,6 milímetros de Hg y para 100° C. vale, como sabemos, 760 mm.

Recordemos también que si se calienta un vapor por cima de cierta temperatura llamada *temperatura crítica* T_c , deja de ser vapor y se transforma en *gas*, porque pierde la propiedad de condensarse; es decir, que mientras la temperatura no baje de T_c , no pasará el cuerpo al estado líquido por mucho que la presión aumente. Comprimiéndolo a una temperatura constante $T_1 > T_c$ sólo lograremos reducir su volumen conforme a la ley $ev = RT_1$, que se cumplirá con aproximación tanto más grande,

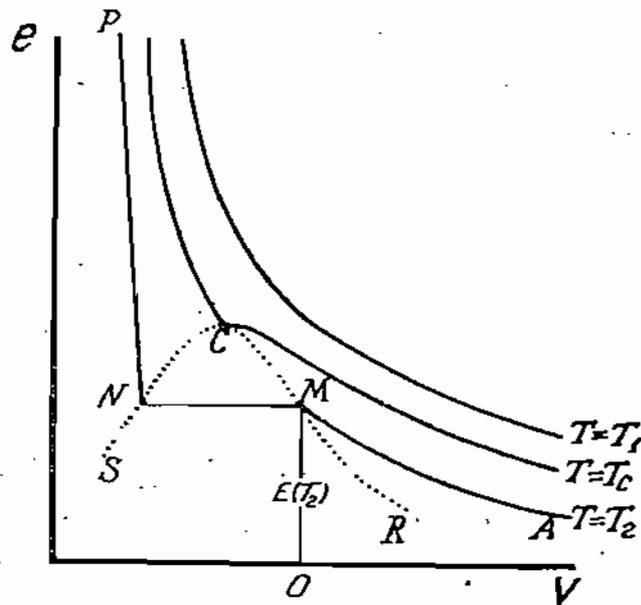


Figura 17

Isotermas de un vapor. C. punto crítico; CR, curva de equilibrio del vapor saturado. CS. Idem id. del líquido saturado

cuanto más nos alejemos de la temperatura crítica. Es decir, que en el diagrama de Clapeyron, las isothermas de temperatura T_1 superior a la crítica tienen casi la forma de hipérbolas equiláteras (fig. 17).

También por bajo de la temperatura crítica los vapores siguen con cierta aproximación la ley $e \cdot v = R \cdot T$; pero sólo mientras se hallan por bajo de la tensión máxima. Por eso el arco de isoterma AM viene a ser un arco de hipérbola. Pero a partir del punto M, tal que la tensión OM es precisamente la máxima E que corresponde a la temperatura T_2 de la isoterma, ésta toma un curso MN paralelo al eje de las abscisas, indicándonos que al intentar comprimir más el vapor, su tensión ya no aumenta; sino que el *volumen disminuye a tensión constante* mientras el vapor va pasando a líquido. Desde N, en que el vapor queda condensado del todo, la isoterma NP se pone casi paralela al eje de ordenadas, haciendo patente la escasa compresibilidad del líquido.

61. Ecuación de estado del vapor de agua.—A las temperaturas atmosféricas ejerce el vapor de agua muy débiles presiones; pues su tensión máxima para 35° C. valdría 56,2 mb. Pues bien, para estas tensiones tan flojas, cabe esperar que, hasta el instante en que comience la condensación, el vapor de agua se comportará como gas de Avogadro. Y, efectivamente, si calculamos valores de $R' = \frac{E \cdot v}{T}$, midiendo los E y v que corresponden al vapor saturado a distintas temperaturas, obtenemos los resultados casi constantes

T	273,2°,	293 2°,	313,2°
R'	4,613 ,	4,610 ,	4 603 . 10 ⁶ erg/g. grad.

En todos los problemas de Meteorología se puede, pues, considerar el vapor de agua como un gas de Avogadro de constante $R' = 4,61 \cdot 10^6$. valor que, por otra parte, coincide con el que se obtiene dividiendo la constante universal de los gases ($8,313 \cdot 10^7$ erg/grad) por la masa molecular del agua (18,016 g.).

Pero además, el crecimiento del calor específico a presión constante del vapor de agua c_p , con la temperatura, es lentísimo. Determinaciones mucho más precisas que las calorimétricas; fundadas en la teoría de los espectros moleculares, dan para c_p

—es decir, para el calor c'_p del vapor en el caso de $p=0$ — los valores

T	273,2°	298,2°
c'_{p_0}	0,413	0,414 Cal/g.grad.

luego además de gas de Avogadro, el vapor de agua de la atmósfera es prácticamente un gas perfecto.

En rigor, sigue el vapor de agua la ecuación de estado

$$\frac{e \cdot v}{T} = R' - \frac{9,172}{(T/100)^{3,32}} \cdot e - \left[\frac{0,1361}{(T/100)^{15}} + \frac{4,553 \cdot 10^{10}}{(T/100)^{32,6}} \right] \cdot e^3 \quad (69),$$

establecida empíricamente por Koch. Por más que para las pequeñas tensiones e que se registran en la atmósfera esta ecuación tiene por límite la de un gas de Avogadro, no cabe duda que la ley de Joule no rige exactamente para el vapor de agua, ya que la fórmula (69) no cumple la condición (19) (pág. 24). Por tanto, no hay que extrañar que su calor específico c'_p dependa de la presión, no menos que de la temperatura, y lo mismo c'_p . En efecto, la condición para que el c_p de una substancia dependa sólo de T se deduce expresando que es diferencial exacta

$$\frac{\partial Q}{T} \equiv \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp \quad (39 c)$$

obtenida dividiendo por T la fórmula (39 a) (pág. 43). Se ve que para que $\frac{c_p}{T}$ sea función sólo de T , ha de ser

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = f(p);$$

luego la ecuación de estado ha de admitir la forma

$$v = T \cdot f(p) + \varphi(p),$$

condición que no cumple, desde luego, la (69) del vapor de agua. Para calcular cómo varía c_p con p , igualaremos en (39 c) las derivadas cruzadas

$$\left(\frac{\partial \frac{c_p}{T}}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p,$$

de donde

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p} \right)_T = - T \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p$$

Así, por medio de las derivadas $\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p$ deducidas de (69), se ha calculado

que, por ejemplo, los valores de c'_p , referidos a las tensiones saturantes son

$$\begin{array}{l} T = 273,2 \\ (c_p)_s = 0,444 \end{array} \quad \begin{array}{l} 298,2 \\ 0,450 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{sensiblemente distintos de los } c'_p, \text{ del} \\ \text{cuadro anterior, referidos a la tensión} \\ \text{nula.} \end{array} \right.$$

En Meteorología, sin embargo, no hay inconveniente en tomar c'_p como constante e igual a 0,444 cal/g. grad.

Dividiendo la constante R del aire por la R' del vapor de agua, se obtiene $\varepsilon = \frac{R}{R'} = 0,622$; luego a igualdad de presión y temperatura pesa el vapor de agua $\varepsilon = 0,622$ veces lo que el aire seco. Prácticamente basta tomar $\varepsilon = \frac{5}{8}$.

II. INDICES DE LA HUMEDAD DEL AIRE

62. Aire húmedo. Indices de humedad.— Vamos a definir los índices que se usan en Meteorología para dar idea del grado de humedad del aire. De paso estableceremos las relaciones que existen entre unos y otros.

En la mezcla de aire seco con vapor de agua que llamamos *aire húmedo*, el vapor está, según la ley de Dalton, independiente del aire. Parecerá, pues, más propio decir que *el espacio o el ambiente* está húmedo o saturado, que decir que lo está el aire. Pero tal independencia es harto limitada; cierto que cada gas ejerce su presión como si no existiese el otro; pero el aire, debido a su enorme preponderancia en la mezcla, impone al vapor su temperatura, y además *lo arrastra consigo en sus movimientos*. En este sentido es bien propio hablar de la *humedad del aire*, puesto que la humedad pertenece y afecta a la masa de aire que acompaña al vapor, y no al espacio geométrico que ambos ocupan en cualquier instante.

a) *La tensión del vapor e* es índice muy importante de la humedad. Se la determina inmediatamente a base de los datos del psicrómetro.

b) *La humedad absoluta a* es la densidad del vapor, expresada precisamente en gramos por metro cúbico. Por tanto $a = 10^6 \rho'$, siendo ρ' la densidad del vapor en g/cm³. Según que su tensión nos

la den en din/cm^2 \underline{p}' , o en mb. \underline{e} , o en mm. de Hg \underline{e}' , tendremos, pues,

$$a \equiv 10^6 \frac{p'}{R' T} = 0,2169 \cdot \frac{p'}{T} = 216,9 \frac{e}{T} = 289,2 \frac{e'}{T} \quad (70).$$

Para $T=289,2$ se reduce a la unidad el coeficiente de e' ; luego *a temperaturas del orden de los 16°C . hay por m^3 tantos gramos de vapor de agua, como mm. de Hg vale la tensión.*

A este resultado, que no sólo es útil para formarse idea del orden de magnitud de a , sino también para recordar las constantes de la fórmula (70), se llega también, sin necesidad de saber el valor de R' , expresando que a ha de ser 0,622 veces la masa de 1 m^3 de aire a la presión e' y a la temperatura T :

$$a = \varepsilon \cdot 1293 \cdot \frac{e'}{760} \cdot \frac{273,2}{T} = 289,2 \frac{e'}{T}$$

c) *Proporción de mezcla, o sencillamente mezcla m es la masa de vapor que acompaña a cada unidad de masa de aire seco.* Como ambos ingredientes tienen común la temperatura y el volumen, sus masas serán proporcionales a sus presiones e y $p-e$, y a sus densidades relativas ε y 1 , luego

$$\frac{m}{1} = \varepsilon \frac{e}{p-e} \approx \frac{5}{8} \cdot \frac{e}{p-e} \quad (71).$$

Despejando—por suma de cada denominador con su numerador— $\frac{e}{p}$ en la proporción $\frac{e}{p-e} = \frac{m}{\varepsilon}$, resulta

$$\frac{e}{p} = \frac{m}{m+\varepsilon} \quad (72).$$

d) *Humedad específica q es la masa de vapor contenida en la unidad de masa de aire húmedo.* Poniendo en función de q la proporción de mezcla, se tiene, en virtud de la proporción (71):

$$m = \frac{q}{1-q} \approx \frac{5}{8} \cdot \frac{e}{p-e} = \frac{5e}{8p-8e};$$

de donde, sumando cada denominador por su numerador, queda despejada q .

$$q \approx \frac{5e}{8p-3e} \quad (73).$$

Tanto la proporción de mezcla como la humedad específica son siempre en la atmósfera fracciones muy pequeñas; del orden, a lo más, de 0,01. Por eso en la Aerología práctica suelen expresarse m y q en *gramos de vapor por kilogramo de aire o de mezcla*, respectivamente.

Por ser ϵ despreciable en el denominador de (73) con relación a δp , se toma a veces

$$q \simeq \frac{5}{8} \cdot \frac{e}{p} \quad (73 \text{ a}), \quad \text{y también} \quad m \simeq \frac{5}{8} \cdot \frac{e}{p}, \quad (71 \text{ a})$$

e) *Humedad relativa es el cociente entre la tensión efectiva e , del vapor, y la tensión máxima E que corresponde a la temperatura del aire húmedo.* Esta fracción, expresada, como de costumbre; en tanto por ciento, la designaremos por h :

$$h = 100 \cdot \frac{e}{E} \quad (74)$$

También puede definirse la humedad relativa como *cociente en tanto por ciento, entre la humedad absoluta a , que hay, y la máxima humedad absoluta A que podría haber a la temperatura reinante;* pues siendo (70)

$$A = 216,9 \cdot \frac{E}{T}, \quad \text{resulta} \quad \frac{a}{A} = \frac{e}{E}.$$

En cambio, si dividimos la proporción de mezcla m por la proporción de mezcla máxima M que puede existir a la misma presión y temperatura $M = \epsilon \frac{E}{p - E}$ resulta

$$\frac{m}{M} = \frac{e}{E} \cdot \frac{p - E}{p - e} = \frac{e}{E} \cdot \frac{1 - \frac{E}{p}}{1 - \frac{e}{p}}$$

que aunque se aproxima mucho a $\frac{e}{E}$ no es exactamente igual. Mas de la proporción (72), y de la análoga $\frac{E}{p} = \frac{M}{M + \epsilon}$, se deduce

$$\frac{e}{E} = \frac{m}{M} \cdot \frac{M + \epsilon}{m + \epsilon} \quad (75)$$

Luego la humedad relativa es función sólo de m y de M . Muy apro-

ximadamente vale $h \simeq 100 \frac{m}{M}$. En este enunciado pueden sustituirse m y M por q y Q , llamando Q a la humedad específica máxima, a la presión y temperatura ambientes.

63. Teorema de las expansiones relativas.—La proporción de mezcla m y la humedad específica q son caracteres bastante *conservativos* de las masas de aire. En efecto, mientras una masa no se mezcla con otras, su m y su q no pueden variar prácticamente más que por evaporación o por condensación de agua en su seno, ya que el vapor de agua cambiado por difusión con las masas de aire contiguas es de todo punto insignificante.

Ahora bien, según la proporción (72), mientras m no varíe será invariante el cociente $\frac{e}{p} = \frac{e_0}{p_0}$. Por tanto

$$\frac{e - e_0}{e_0} = \frac{p - p_0}{p_0} \quad (76)$$

La expansión relativa de cada ingrediente es igual a la expansión relativa de la mezcla de aire húmedo, con tal que ésta evolucione conservando su individualidad, y sin que haya evaporación ni condensación en su seno.

Para expansiones elementales tenemos, como caso particular,

$$\frac{de}{e} = \frac{dp}{p} \quad (76 a)$$

No habría inconveniente en deducir primero la ecuación (76 a) por diferenciación logarítmica de $\frac{e}{p} = \text{constante}$, y pasar después a la (76).

Lo que *no es admisible* es deducir la ecuación *exacta* (76 a) diferenciando la ecuación *aproximada* (71 a), como hacen algunos.

64. Las líneas equisaturadas.—A cada estado p, T del aire hemos visto que le corresponde una proporción de mezcla máxima o saturante $M(p, T) = \frac{e - E(T)}{p - E(T)}$. Para que se pueda leer directamente el valor de M que corresponde a un estado cualquiera, todos los diagramas termodinámicos llevan impreso el haz de líneas $M(p, T) = \text{const.}$, las cuales reciben el nombre de *líneas equisaturadas*.

En Meteorología se usan muchos diagramas del tipo $y=f_1(p)$, $x=f_2(T)$, en que f_1 y f_2 son funciones crecientes de sus variables respectivas; pero el eje de las Y se toma positivo *hacia abajo* como indica la figura 18, con objeto de que las presiones bajas queden en el gráfico *encima* de las altas, lo mismo que en la atmósfera. Pues bien, en estos diagramas, como $M(p, T)$ crece con T y dismi-

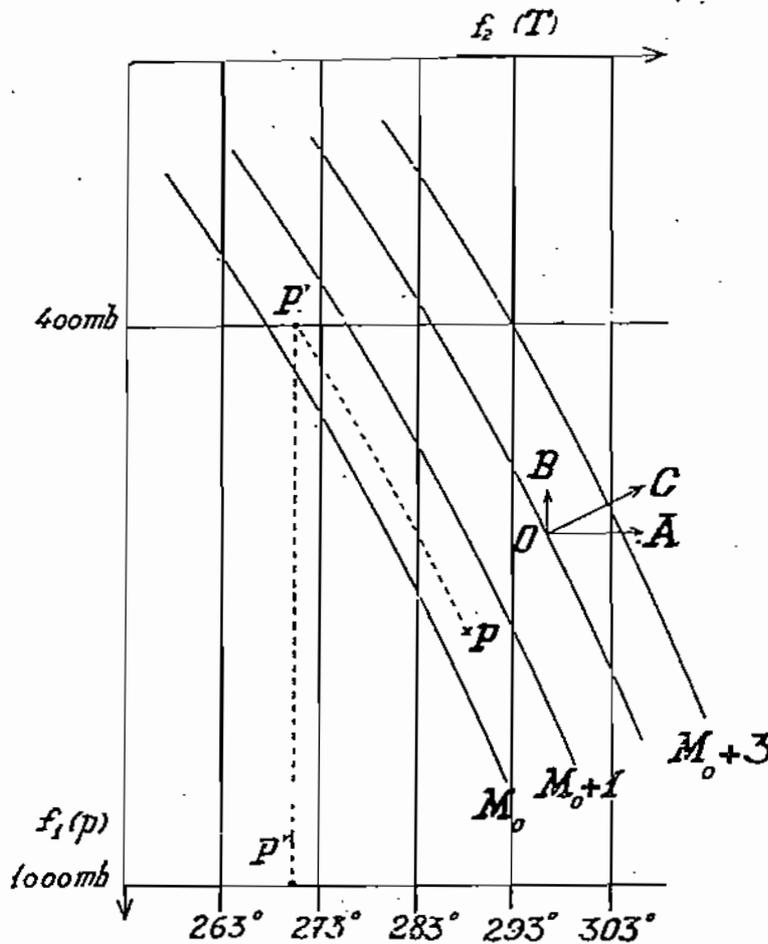


Figura 18

Determinación gráfica de la proporción de mezcla m . Curvas M_0 a M_0+3 , líneas equisaturadas.
Hallado P'' , se tiene: $m(P) = M(P'')$

nuye con p , tiene que aumentar M en el sentido de las flechas OA y OB , y por tanto las líneas equisaturadas estarán dispuestas como se ve en la figura 18. Estas líneas serán al mismo tiempo líneas de igual humedad específica saturante, Q , aunque con numeración ligeramente distinta.

65. Determinación gráfica de la proporción de mezcla m .—

Por lo general los aparatos meteorológicos miden y registran los

valores de p , T y h . Para calcular, a partir de estos datos, la proporción de mezcla m , lo corriente era leer en un diagrama el valor $M(p, T)$ y multiplicarlo por $\frac{h}{100}$. Ya hemos visto que el error que así se comete es insignificante; la desventaja del método consiste en tener que efectuar las multiplicaciones, que, por ser muchas, resultan molestas. Para evitarlas propone Refsdal un procedimiento puramente gráfico de determinación de m , que se funda en los dos lemas siguientes:

1.º *En toda masa de aire que evoluciona a m constante a lo largo da una línea equisaturada, la humedad relativa h no varía:* En efecto, como en la evolución permanecen fijas m y M , no variará h , que según (75) es función sólo de ellas.

2.º *Si la masa evoluciona a m constante a lo largo de una isoterma, su humedad relativa h se conserva proporcional a la presión p :* En efecto en esta masa, por no variar m , se conserva $\frac{e}{p}$ (72), y también se conserva E por no variar la temperatura; luego

$$100 \frac{e}{p} : E \equiv \frac{h}{p} = \text{constante}$$

Pues bien, el procedimiento de Refsdal consiste: en trazar por el punto P (fig. 18), que tiene por p y T los dados, una línea equisaturada; por el punto P' en que ésta corta a la isobara de $10 h$ mb. se traza una isoterma; y la M del punto P'' en que esta isoterma corta a la isobara de 1000 mb. será la de m del aire. En efecto, hagamos evolucionar dicho aire a m constante a lo largo del camino $PP'P''$. De P a P' su h no cambiará, y de P' a P'' , h se conservará proporcional a la presión; y como en P' es $h = \frac{p}{10}$, en P'' será $h = \frac{1000}{10} = 100$. Luego al llegar el aire a P'' se habrá saturado y su m se podrá leer directamente en el diagrama. (En la figura 18, se ha supuesto que $h = 40$.)

Refsdal enuncia y demuestra sus lemas como aproximados; pero hemos visto que en realidad son exactos. En el capítulo referente a diagramas termodinámicos daremos a conocer artificios nuestros para obviar el trazado de las líneas PP' y $P'P''$.

III. LA ESTABILIDAD DE ESTRATIFICACION EN EL AIRE HUMEDO

66. **Constantes del aire húmedo. Enfriamiento adiabático sin saturación.**—Llamando q a la humedad específica, la ley de mezclas (pág. 26) nos da para las constantes \bar{R} y \bar{c}_p del aire húmedo los valores

$$\bar{R} = R(1 - q) + R'q = R(1 - q + \frac{8}{5}q) = R(1 + \frac{3}{5}q) \quad (77)$$

$$\bar{c}_p = c_p(1 - q) + c'_p q \quad (77 a)$$

Naturalmente \bar{R} está comprendido entre R y R' ($R < \bar{R} < R'$) y \bar{c}_p entre c_p y c'_p ($c_p < \bar{c}_p < c'_p$); es decir, *el aire húmedo es más ligero que el aire seco y tiene mayor calor específico c_p* ; pero debido a la enorme preponderancia del aire en la mezcla, puede tomarse sin error sensible $\bar{c}_p \simeq c_p$ y $\bar{R} \simeq R$. Así, pues, el *gradiente adiabático del aire húmedo*

$$\bar{\gamma} = \frac{g}{\bar{c}_p} = \frac{g}{c_p(1 - q) + c'_p q}$$

apenas difiere del γ del aire seco, aunque desde luego es $\bar{\gamma}$ algo menor.

El enfriamiento del aire húmedo por expansión adiabática viene dado por la fórmula

$$\frac{dT}{T} = \frac{\bar{R}}{c_p} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{R(1 - q) + R'q}{c_p(1 - q) + c'_p q} \cdot \frac{dp}{p} \quad (78)$$

En esta expansión, según el teorema de las expansiones relativas, el vapor de agua se enfriaría si estuviese sólo

$$\frac{dT}{T} = \frac{R'}{c'_p} \cdot \frac{de}{e} = \frac{R'}{c'_p} \cdot \frac{dp}{p}$$

y el aire de la mezcla se enfriaría si no hubiese vapor

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p} \cdot \frac{dp}{p}$$

La fracción $\frac{\bar{R}}{c_p}$ resulta de sumar término a término una fracción equivalente a $\frac{R}{c_p}$ con otra equivalente a $\frac{R'}{c'_p}$; es decir, el enfriamiento

to de la mezcla está comprendido, como era de esperar, entre los de ambos componentes; y también ahora se aproxima mucho más al enfriamiento del aire puro que al del vapor, hasta el punto de que puede decirse que *en la dilatación del aire húmedo, el aire impone al vapor su coeficiente de enfriamiento.*

Por consiguiente, para saber si el vapor de agua se enfría en el aire más o menos que aislado, bastará ver si es $\frac{R'}{c'_v} < \frac{R}{c_v}$, lo cual se averigua inmediatamente, sin introducir los valores numéricos. En efecto, enseña la teoría molecular aproximada (suficiente para nuestros fines) de los calores específicos, que en todo gas el coeficiente

$$\alpha = \frac{c_p}{c_v} \text{ vale}$$

$$\alpha \equiv \frac{c_p}{c_v} = \frac{l+2}{l}$$

siendo l el número de grados de libertad de sus movimientos moleculares. Por tanto

$$\frac{R}{c_p} \equiv \frac{c_p - c_v}{c_p} = \frac{2}{l+2} \quad (79)$$

Ahora bien, el número de libertades de movimiento de las moléculas monoatómicas es 3 (las tres traslaciones); el de las moléculas biatómicas es 5 (tres traslaciones y sólo dos rotaciones, ya que alrededor de la recta que une los dos átomos de la molécula no hay inercia de rotación, o tal inercia no varía por efecto de choques elásticos); y para moléculas de tres o más átomos es $l=6$ (tres rotaciones y tres traslaciones); luego los valores correspondientes de $\frac{R}{c_p}$ serán

	Gases monoatómicos	biatómicos	triatómicas y poliatómicas
$\frac{R}{c_p}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{8}$

Al aire, como mezcla de gases biatómicos (los gases nobles, aun el argo, entran en proporción escasísima), le corresponderá $\frac{R}{c_p} = \frac{2}{7}$; y al vapor de OH_2 , $\frac{R'}{c'_p} = \frac{2}{8}$. Luego $\frac{R'}{c'_p} < \frac{R}{c_p}$, lo cual quiere decir que *el vapor de agua se enfría por expansión en la mezcla atmosférica, más de lo que se enfriaría sólo.*

67. **Condición de estabilidad cuando q varía con la altura de un modo continuo.**—De dos masas de aire húmedo situadas al mismo nivel, será la más densa, no la que esté más fría, sino la que tenga menor el producto $\bar{R} \cdot T$, ya que $\bar{\rho} = \frac{p}{\bar{R} \cdot T}$. Así, pues, si en una columna de aire húmedo en que q y por tanto \bar{R} pueden variar con la altura, elevamos adiabáticamente una partícula de aire, no basta, ni es preciso, que la masa elevada se ponga *más fría* que el aire de alrededor para que sea *más densa*, y tienda a bajar de nuevo. Para que esto ocurra, es decir, para que haya estabilidad, es el producto $\bar{R} \cdot T$ el que ha de ser más pequeño en el aire elevado que en el ambiente. Por tanto, la condición de estabilidad vertical en el aire húmedo, es que el decrecimiento de $\bar{R} \cdot T$ con la altura sea mayor en la masa que sube que en el ambiente. Es decir

$$-\frac{\partial(\bar{R} \cdot T)}{\partial z} < -\frac{d(\bar{R} \cdot T)}{dz} \quad (80)$$

en que, como de costumbre, $\frac{d}{dz}$ es el signo de derivación individual y $\frac{\partial}{\partial z}$ el de derivación geométrica. Mas como en el aire que sube es \bar{R} constante, resulta la condición

$$\bar{R} \alpha - T \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} < \bar{R} \cdot \bar{\gamma}$$

o bien

$$\alpha < \bar{\gamma} + \frac{T}{\bar{R}} \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} \quad (80 a).$$

Si la humedad q , y por tanto \bar{R} , aumentan con la altura, podrá haber estabilidad aunque sea $\alpha > \bar{\gamma}$, es decir, aunque haya gradiente superadiabático. En cambio si q y \bar{R} disminuyen con z , que es lo que suele ocurrir en la atmósfera, donde el vapor de agua penetra, por lo general, procedente del suelo, no basta para la estabilidad que $\alpha < \bar{\gamma}$. Si q disminuye con z con extremada rapidez, hasta puede ser preciso que sea $\alpha < 0$ (inversión).

Según (80 a) la estabilidad exige inversión cuando

$$\frac{\bar{R}}{T} \bar{\gamma} < -\frac{\partial \bar{R}}{\partial z} \quad (81)$$

Pero según (77) y (73 a) es, muy aproximadamente,

$$\bar{R} = R \left(1 + \frac{3}{5} q \right) \simeq R \left(1 + \frac{3}{8} \frac{e}{p} \right),$$

de donde

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial z} = \frac{3}{8} R \frac{\partial}{\partial z} \frac{e}{p} = \frac{3}{8} \cdot \frac{R}{p} \left(\frac{\partial e}{\partial z} - \frac{e}{p} \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

Ahora bien, en estos casos de rápida variación de q con z , es $\frac{\partial e}{\partial z}$ del mismo orden de magnitud que $\frac{\partial p}{\partial z}$, y, por tanto, cabe despreciar en el paréntesis el producto de $\frac{\partial p}{\partial z}$ por el pequeño factor $\frac{e}{p}$. Escribimos, pues, la condición (81) en la forma

$$\frac{\bar{R}}{T} \bar{\gamma} < - \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} \simeq - \frac{3}{8} \frac{R}{p} \frac{\partial e}{\partial z}$$

de donde

$$- \frac{\partial e}{\partial z} > \frac{8}{3} \cdot \frac{\bar{R}}{R} \cdot \frac{p}{T} \bar{\gamma} > \frac{8}{3} \cdot \frac{p}{T} \bar{\gamma}$$

Luego si $p=900$ mb y $T=300^\circ$, basta que la tensión e disminuya en más de 0,8 mb. por cada 10 m. de altura, para que la estabilidad exija inversión térmica.

68. Variaciones discontinuas de la humedad. Inversión mínima.

Ocurre con frecuencia en la atmósfera que q , y por tanto \bar{R} , varían de un modo discontinuo, ya para aumentar con la altura, como sucede en la base inferior de ciertas nubes, ya para disminuir, como se observa en la base superior de casi todas. En estos casos falla el estudio anterior; pero como entonces también salta $\bar{R} \cdot T$ y por tanto la densidad del aire, la condición de estabilidad se reduce a que la densidad no sea más pequeña en la cara inferior que en la superior de la superficie de discontinuidad. Es decir, a que sea

$$\bar{R}_+ \cdot T_+ \geq \bar{R}_- \cdot T_- \quad (82)$$

Si $\bar{R}_+ > \bar{R}_-$, como en la base de ciertas nubes, puede cumplirse (82) y por tanto puede haber estabilidad, aunque $T_+ < T_-$, o sea aunque la temperatura disminuya discontinuamente con la altura. En cambio en la base superior de una nube en que $\bar{R}_+ < \bar{R}_-$, ha de ser $T_+ > T_-$, es decir, la estabilidad exige que haya una inversión.

Su valor mínimo, correspondiente al caso de igualdad en (82), se calcula poniéndola en la forma

$$\frac{T_+}{T_-} = \frac{\bar{R}_-}{\bar{R}_+}$$

de donde

$$T_+ - T_- = T_- \cdot \frac{\bar{R}_- - \bar{R}_+}{\bar{R}_+}$$

Esta *inversión mínima* es del orden de magnitud de $0^{\circ},5$ C. cuando la humedad relativa salta de 100 a 50, a temperaturas de unos 10° C. La experiencia corrobora que encima de toda nube *estabilizada* se encuentra una inversión, al menos de ese orden. No puede menos de suceder así, pues si la inversión no existiese, no habría estabilidad; el viento ascendente que da origen a la nube no se detendría, y la nube seguiría creciendo en sentido vertical.

IV. LA TEMPERATURA VIRTUAL

69. **Definición y fórmulas.**—*Se llama temperatura virtual T_v de una masa de aire húmedo, la temperatura del aire seco que, a la misma presión, tiene la misma densidad.* Si T es la temperatura del aire húmedo y \bar{R} su constante, la condición de igualdad de densidades da

$$\bar{R}T = RT_v$$

luego, según (77), página 98

$$T_v = \frac{\bar{R}}{R} T = \left(1 + \frac{3}{5} q\right) \cdot T \quad (83)$$

En función de e , sustituyendo q de la (73), resulta

$$T_v = \left(1 + \frac{3e}{8p - 3e}\right) \cdot T = \frac{8p}{8p - 3e} \cdot T = \frac{T}{1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{e}{p}} \quad (84)$$

Prácticamente basta tomar

$$T_v = T \left(1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{e}{p}\right) \quad (84 a)$$

que se obtiene desarrollando el cociente (84) o sustituyendo en (83) el valor aproximado de q en (73 a), página 94.

Una deducción física de la fórmula (84) consiste en transformar el aire húmedo contenido en un vaso rígido, en una masa igual de aire seco a la misma presión, y cuya temperatura será, por tanto, la virtual, mediante las operaciones siguientes:

- a) Se quita el vapor, con lo cual la presión queda reducida a $p - e$.
- b) Se introduce una masa igual de aire a la misma temperatura, que ejercerá la presión $\frac{5}{8} e$, ya que su número de moléculas será $\frac{5}{8}$ del número de moléculas de vapor sacadas.
- c) Para que la presión, que vale $p' = p - e + \frac{5}{8} e = p(1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{e}{p})$, se eleve de nuevo a p , hay que elevar la temperatura en la proporción

$$\frac{T_v}{T} = \frac{p}{p'} = \frac{1}{1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{e}{p}} \quad (84)$$

70. Aplicaciones de la temperatura virtual.—La temperatura virtual nos permite efectuar la comparación de densidades y los cálculos de distribución de masas, como si el aire fuese un gas homogéneo, de constante R única. Así, p. ej., las tablas aerológicas para efectuar nivelaciones barométricas están calculadas para aire seco y son sin embargo aplicables a cualquier masa húmeda, con tal de entrar en ellas con las temperaturas virtuales.

También las condiciones de estabilidad en el aire húmedo toman formas más sencillas que las (80 a) y (82) al expresarlas en función de T_v . Como de dos masas de aire situadas al mismo nivel, la más ligera es la de mayor temperatura virtual, en el caso de \bar{R} discontinua la condición (82) de estabilidad se reduce a que la temperatura virtual sea mayor arriba que abajo.

Si \bar{R} varía de un modo continuo con z , la temperatura virtual habrá de decrecer más despacio en el aire exterior que en el que sube adiabáticamente, es decir

$$-\frac{\partial T_v}{\partial z} < -\frac{dT_v}{dz}$$

y como según la (83), página 102,

$$-\frac{dT_v}{dz} = \frac{\bar{R}}{R} \frac{-}{\gamma}$$

resulta

$$-\frac{\partial T_v}{\partial z} < \frac{\bar{R}}{R} \frac{-}{\gamma} \quad (85)$$

Como $\frac{\bar{R}}{R} \gamma \simeq \gamma$, el resultado (85) suele enunciarse diciendo que es *condición necesaria y suficiente de estabilidad que el descenso de la temperatura virtual con la altura en el ambiente sea menor que el gradiente adiabático de aire seco*. Pero en rigor, de

$$\frac{\bar{R}}{R} \gamma \equiv \frac{g}{c_p} \cdot \frac{\bar{R}}{c_p} : \frac{R}{c_p} \equiv \gamma \frac{\bar{R}}{c_p} : \frac{R}{c_p}$$

recordando (66—pág. 99), resulta:

$$\frac{\bar{R}}{R} \gamma < \gamma$$

que demuestra que *cuando el descenso de la temperatura virtual en el ambiente vale γ , no hay estratificación indiferente, sino inestabilidad*.

71. Cálculo de T_v .—En cada punto p, T de un diagrama termodinámico puede leerse el valor de $(T_v)_a - T$, en que $(T_v)_a$ es la temperatura virtual del aire saturado a la presión p y temperatura T . Si el aire no está saturado, sino que su humedad es h , determinaremos su temperatura virtual T_v por la operación

$$T_v = T + \frac{h}{100} [(T_v)_a - T]$$

en efecto, según (83), pág. 102.

$$\left. \begin{aligned} T_v - T &= \frac{3}{5} \cdot T \cdot q \\ (T_v)_a - T &= \frac{3}{5} \cdot T \cdot Q \end{aligned} \right\} \text{luego}$$

$$\frac{T_v - T}{(T_v)_a - T} = \frac{q}{Q} \simeq \frac{h}{100}$$

La operación directa $T_v = T(1 + \frac{3}{5} q)$ presentaría más dificultad, ya que los sondeos aerológicos nos registran p, T y h y no p, T y q .

Capítulo IV

GENERALIDADES SOBRE LA CONDENSACION EN LA ATMOSFERA

I. LA TENSION SATURANTE DEL VAPOR COMO FUNCION DE LA TEMPERATURA

72. **Fórmula diferencial de Clapeyron.**—La tensión saturante E de todo vapor está ligada con su temperatura T por una ecuación diferencial, rigurosamente exacta, llamada fórmula de Clapeyron. Vamos a deducirla por el método *de la igualdad de áreas* (pág. 18).

La figura 19 representa en los diagramas T, S y p, v el ciclo

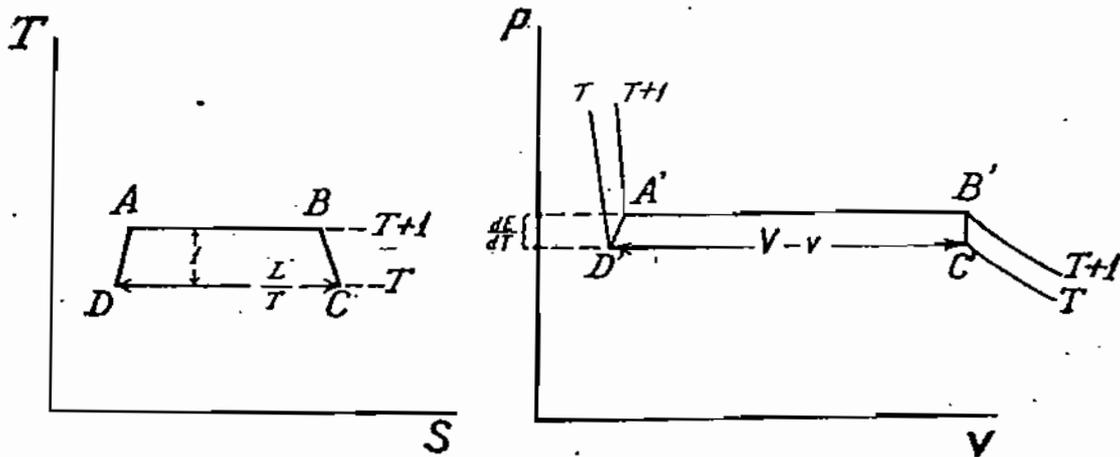


Figura 19

limitado por las isobaras-isotermas de condensación T y $T+1$ y los arcos AD y BC que corresponden respectivamente al líquido y al vapor saturante, cuyos volúmenes específicos llamaremos v y V . Sea L el calor latente de condensación, es decir, el calor que hay que comunicar a la unidad de masa de líquido saturado para convertirlo en vapor saturado, por la vía isoterma DC . Es eviden-

te que las bases y alturas de los ciclos son las consignadas en la figura; por tanto, la igualdad de áreas se expresará:

$$\frac{L}{T} = (V - v) \cdot \frac{dE}{dT} \quad (86)$$

que es la fórmula de Clapeyron.

73. Integraciones aproximadas.— Para facilitar la aplicación de esta fórmula a la Meteorología vamos a introducir en ella dos simplificaciones, a saber:

a) En el punto crítico (360° C para el agua) v llega a ser igual a V ; pero a las temperaturas atmosféricas es el v del agua despreciable respecto al V de su vapor, pues a los 30° C vale $V \simeq 23.000 v$ y a los —10° C vale $V \sim 280.000 v$. Luego podemos poner

$$\frac{L}{T} = V \frac{dE}{dT} \quad (86 a)$$

b) Expresando además que a dichas temperaturas el vapor se comporta como gas perfecto, resulta

$$\frac{dE}{dT} = \frac{LE}{R'T^2} \quad (87)$$

A pesar de las dos hipótesis de simplificación que lleva implícitas, esta fórmula (87) es suficientemente aproximada para calcular $\frac{dE}{dT}$ en todos los casos, y aún para calcular incrementos finitos, no muy grandes, de E , en función de los incrementos correspondientes de T . La emplearemos, pues, siempre en nuestras discusiones teóricas.

En cambio, si lo que se busca es obtener en forma finita la función $E = E(T)$, no resulta buen camino la integración de esta fórmula, ya que para efectuarla se precisaría saber expresar exactamente L como función de T . Y si, a falta de ello, nos conformamos con desarrollos abreviados de L , los errores de esta nueva simplificación, sumados a los de las ya introducidas, hacen que las fórmulas que se obtienen, aunque bastante ajustadas a la realidad, concuerden peor con los resultados experimentales que la fórmula empírica de Magnus

$$E = 6,10 \times 10^{\frac{7,4475 \cdot t}{234,07 + t}} \text{ mb} \quad (88)$$

Por eso, como quiera que las tensiones máximas son datos que es preciso conocer con la mayor exactitud en Meteorología, las tablas meteorológicas de tensiones saturantes contienen *los resultados empíricos*, y no las tensiones calculadas por medio de integrales de la fórmula (87).

La integral más sencilla se obtiene suponiendo L constante, igual a un valor medio L_m . Entonces de $\frac{dE}{E} = \frac{L_m}{R'} \cdot \frac{dT}{T^2}$ resulta

$$\ln E - \ln E_0 = \frac{L_m}{R'} \left[\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right] \quad (89)$$

Esta fórmula da una concordancia relativamente buena con las observaciones, sobre todo para la tensión de equilibrio del hielo con el vapor, que es el caso en que con más exactitud puede L suponerse constante, como veremos después. Aun para las temperaturas sobre 0°C que se observan en la atmósfera, si se construye un ábaco tomando como abscisas los valores $\frac{1}{T}$ y como ordenadas los logaritmos de las tensiones máximas *empíricas* correspondientes, los puntos parecen, a simple vista, situados en línea recta, prueba de que no están lejos de satisfacer una ecuación del tipo (89), por más que no la satisfagan con la exactitud que se requiere en estos datos de tensión.

Mejor aproximación se obtiene tomando $L_t = L_0 - 0,56 t$, desarrollo que justificaremos en seguida. Resulta

$$\frac{dE}{E} = \frac{L_0 + 0,56 \times 273}{R' T^2} dT - \frac{0,56 dT}{T}$$

cuya integral es

$$-\ln E - \ln E_0 = \frac{L_0 + 0,56 \times 273}{R'} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) - 0,56 (\ln T - \ln 273) \quad (90)$$

en que los valores iniciales L_0 y E_0 son los correspondientes a $T = 273^\circ$. Pero nótese que ni estas fórmulas, ni las de tipo

$$\ln E - \ln E_0 = a \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) + b (\ln T - \ln T_0) + c (T - T_0) + \dots$$

que resultan de tomar nuevos términos en el desarrollo de L , pueden reducirse a la forma de la ecuación empírica de Magnus.

II. EL CALOR LATENTE DE TRANSFORMACION, COMO FUNCION DE T

74. **Caso de la evaporación.**— El estudio de la función $L=L(T)$ es importante no sólo, como hemos visto, para la integración de la fórmula (87), sino también en otras cuestiones relacionadas con la Meteorología. El problema se simplifica gracias a que el vapor de agua puede considerarse como gas perfecto, y a que su volumen específico y su coeficiente de dilatación a presión constante son mucho mayores que los del líquido.

Expresemos que a lo largo del camino ABCDE de la figura 20 es nulo el incremento total de entalpía, cosa evidente [(33) pág. 30]

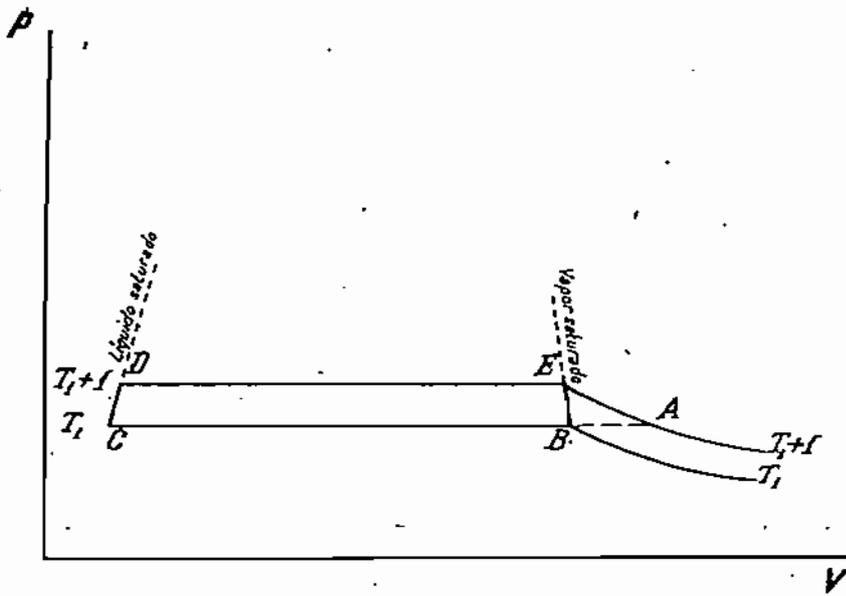


Figura 20

puesto que A y E. están en una misma isoterma de un gas perfecto. El cómputo de los incrementos de entalpía es muy sencillo, pues se confunden con los calores comunicados, salvo en el arco elemental CD, correspondiente al líquido saturante, que es el único trayecto no isobárico; designando por c_s el calor específico del líquido saturante y por C_p el calor específico a presión constante del vapor, resulta, en virtud de (14), pág. 21

$$-C_p - L + c_s + L + \frac{dL}{dT} + v \cdot \frac{dE}{dT} = 0$$

o bien

$$\frac{dL}{dT} = C_p - c_s - v \frac{dE}{dT} \simeq C_p - c_s \simeq C_p - c_p \quad (91)$$

siendo c_p el calor específico del líquido, a presión constante.

El término $v \frac{dE}{dT}$ suprimido es de todo punto insignificante, ya que según la fórmula de Clapeyron vale $v \frac{dE}{dT} = \frac{L}{T} \cdot \frac{v}{V-v}$. Aún más pequeño es el error de tomar c_p en vez de c_s , puesto que según (39), pág. 43,

$$c_s - c_p = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \cdot \frac{dE}{dT}$$

Para el agua, como $C_p = 0,44$ y $c_p = 1$, la fórmula (91) nos da

$$\frac{dL}{dT} = -0,56 \text{ cal/g} \cdot \text{grad.}$$

y supuesta constante esta derivada, por serlo casi C_p y c_p , se tiene

$$L_t = L_0 - 0,56 t = 595 - 0,56 t \text{ cal/g} \quad (91 a)$$

desarrollo aplicado ya en 73 y bien concordante con las observaciones.

75. Caso de la sublimación.—Los razonamientos anteriores son aplicables asimismo al caso de la sublimación. Por consiguiente, llamando \mathcal{L} al calor de sublimación, como el c_p del hielo vale 0,505, resulta:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dT} \simeq 0,445 - 0,505 \simeq -0,06 \text{ cal/g} \cdot \text{grad} \quad (91 b)$$

lo cual justifica que \mathcal{L} se considere constante ($\mathcal{L} = 675 \text{ cal/g.}$), y explica la excelente concordancia obtenida con la experiencia, para $t < 0$, al integrar (87) bajo esta hipótesis.

76. Caso de la congelación.—La fórmula de Clapeyron no sólo es válida para la tensión de equilibrio de un vapor con la fase líquida, o con la sólida de la misma sustancia. Como al obtener (86) no se ha supuesto para nada que una de las fases haya de

ser gaseosa, dicha fórmula vale en general para la presión de equilibrio p_e entre dos fases cualesquiera, con sólo poner en vez de L el calor de transformación correspondiente λ . Resultará, pues

$$\frac{dp_e}{dT} = \frac{\lambda}{(v' - v)T} \quad (86 b)$$

en que v' es el volumen específico de aquella de las dos fases que la substancia alcanza a partir de la otra, mediante *la absorción* del calor positivo λ . A esa fase se refieren también las demás letras acentuadas (c'_s , c'_p) que figuran en las siguientes fórmulas.

La (86 b) nos demuestra que cuando $v' < v$, la presión de equilibrio es una función *decreciente* de la temperatura. Tal ocurre en el equilibrio del hielo con el agua, ya que entonces v' (volumen específico del agua) es menor que v (volumen específico del hielo). Por eso a grandes presiones el hielo se funde bajo 0°C .

En cambio, para determinar $\frac{d\lambda}{dT}$, se precisa un análisis independiente del que nos ha conducido al cálculo de $\frac{dL}{dT}$, ya que en el caso general, ni interviene una fase gaseosa asimilable a

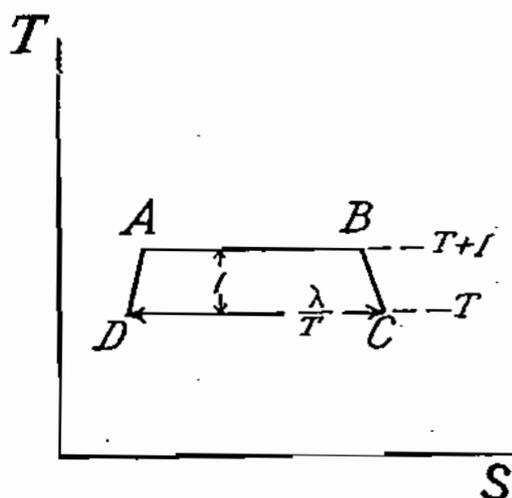


Figura 21

gas perfecto, ni son de distinto orden de magnitud los volúmenes v y v' de las dos fases. Sin restringir la generalidad referiremos el nuevo análisis al caso de la congelación.

La figura 21 representa el ciclo reversible limitado por las isoterms-isobaras de congelación T y $T+I$, la curva DA de equilibrio del hielo puro y la curva CB de equilibrio del agua pura.

El calor absorbido al recorrer este ciclo es igual al área que encierra, la cual ya vimos al deducir la fórmula de Clapeyron, que varía $\frac{\lambda}{T}$. Luego

$$c_s + \lambda + \frac{d\lambda}{dT} - c'_s - \lambda = \frac{\lambda}{T}$$

o sea

$$\frac{d\lambda}{dT} = \frac{\lambda}{T} + c'_s - c_s \quad (92)$$

fórmula debida a Clausius. Poniendo en ella, según (39)

$$c_s = c_p - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \cdot \frac{dp_c}{dT}$$

y la fórmula análoga para c'_s , resulta

$$\frac{d\lambda}{dT} = \frac{\lambda}{T} + c'_p - c_p - T \cdot \frac{dp_c}{dT} \cdot \left[\left(\frac{\partial v'}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right]$$

Para las aplicaciones conviene poner también el último término en unidades de calor, sustituyendo, según la fórmula de Clapeyron, $T \cdot \frac{dp_c}{dT} = \frac{\lambda}{v' - v}$. La ecuación que resulta

$$\frac{d\lambda}{dT} = \frac{\lambda}{T} + c'_p - c_p - \frac{\lambda}{v' - v} \cdot \left[\left(\frac{\partial v'}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] \quad (93)$$

se llama fórmula de Planck. Como es de universal aplicación a los cambios de fase, de ella podríamos haber deducido la (91), introduciendo las simplificaciones correspondientes.

Para el calor de congelación del agua, introduciendo en (93) los valores experimentales, resulta

$$\frac{d\lambda}{dT} \simeq 0,6 \text{ cal/g} \cdot \text{grad}$$

Podemos, pues, asegurar que λ crece con la temperatura; pero es de advertir que el valor numérico de la derivada es poco seguro, a causa de la multitud de coeficientes, no todos bien conocidos, que intervienen en este cálculo:

III. EL CALOR DE CONDENSACION COMO FUENTE DE ENERGIA ATMOSFERICA. LA TEMPERATURA EQUIVALENTE

77. **Objeto de la temperatura equivalente.**— En lo sucesivo encontraremos constantemente confirmado que el vapor de agua que acompaña al aire constituye para él un importante manantial de energía. Veremos que siempre que el aire saturado tiende a enfriarse, ya sea por irradiar calor, ya por expandirse al subir adiabáticamente, tal descenso de temperatura se mitiga por virtud del calor latente que deja libre la parte de vapor de agua que, a causa del enfriamiento mismo, se condensa. Vamos a definir *la temperatura equivalente*, que es uno de los índices ideados para ponderar esta reserva de energía que guarda el aire en forma de calor de condensación. Quede para más adelante el describir los procesos, en virtud de los cuales el aire *realiza* este caudal de energía térmica, y lo invierte en la energía mecánica necesaria para acelerar sus movimientos.

78. **Definición y fórmulas de la temperatura equivalente.**— Por lo general, se llama temperatura equivalente, la que tomaría una masa de aire húmedo, si todo el vapor de agua que contiene se condensase, y el aire seco absorbiera, a presión constante, el calor latente desprendido en la condensación. Por tanto, t_e suele venir dada por una fórmula del tipo

$$t_e = t + \frac{m L}{c_p} \quad (94)$$

cuyos detalles dependen del valor de L , que se introduzca en ella:

a) En primera aproximación, podemos atribuir a L un valor constante: $L = 600$ cal/g., y resultará

$$t_e \approx t + \frac{600}{0,24} m = t + 2500 m = t + 2,5 m' \quad (94 a)$$

siendo m' la proporción de mezcla, expresada, como se hace muchas veces; en g de vapor por Kg. de aire seco.

En esta fórmula (94 a), podemos poner

$$m' \equiv \frac{g \text{ de vapor}}{\text{Kg de aire}} = \frac{g \text{ de vapor}/m^3}{\text{Kg de aire}/m^3} = \frac{a}{\text{Kg de aire}/m^3}$$

Y como al nivel del mar y a temperaturas alrededor de los 10° C, 1 m³ de aire pesa 1,25 Kg, queda, en esas condiciones,

$$t_c \simeq t + 2a \quad (94b)$$

y también, bastante aproximadamente,

$$t_c \simeq t + 2e'$$

siendo e' la tensión en mm de Hg.

b) Si, prescindiendo de la simplificación de suponer constante L , escribimos $L = L_0 + (c'_v - c) \cdot t$, en que c es el calor específico del agua, se tiene

$$t_c = t + \left(\frac{L_0}{c_p} + \frac{c'_v - c}{c_p} t \right) m \quad (95)$$

En estas definiciones se supone que el agua resultante de la condensación se separa del aire a la temperatura t , por lo cual el aire seco sólo recibe de la humedad que le acompaña calor de condensación, pero no calor de enfriamiento.

c) *La temperatura equivalente como índice de la entalpía.* En cambio la definición de Schnaidt, supone que el agua condensada se separa del aire seco, a 0°, después de comunicarle todo el calor que ha desprendido al enfriarse desde los t° hasta los 0°, es decir, que será

$$t_c = t + \left(\frac{L_0}{c_p} + \frac{c'_v - c}{c_p} t \right) m + \frac{c t m}{c_p} = t + \left(\frac{L_0}{c_p} + \frac{c'_v}{c_p} t \right) m \quad (96)$$

Esta fórmula (96) muestra que la temperatura equivalente podría haberse definido por otro proceso, conducente al mismo estado final, es decir, en el cual el agua se separaría también de la mezcla a 0°, a saber:

1.° El vapor, antes de condensarse, se enfría hasta 0° y le cede al aire seco el calor desprendido $mc'_v t$. y 2.°, el vapor se condensa a 0° y le cede al aire seco el calor de condensación $L_0 m$.

Cierto que a veces será imposible que todo el vapor m se enfríe hasta 0° sin condensarse parcialmente; pero, como veremos en seguida, las demás definiciones de t_c adolecen también de imposibilidad de los procesos que describen.

79. **Comparación de las distintas definiciones.**—La temperatura equivalente, concebida al modo de Schnaidt, es un índice muy aproximado del exceso de entalpía que contiene el aire húmedo, sobre el que contienen sus componentes gas y líquido a 0°C . Esto da cierta ventaja a la definición c), pero en cambio esta t_e resulta menos invariante que la definida por (95), para las evaporaciones, y condensaciones que se producen en aire caliente, que son las más copiosas e importantes. [Véase -80-].

Decimos *índice muy aproximado*, porque no es exacto del todo confundir los excesos de entalpía con los calores absorbidos; pues el proceso no es rigurosamente isobárico, ya que la tensión del vapor varía de e a 0 . Además no es exacto que la evaporación de un gramo de agua consume el calor L , cuando el agua se evapora contra una tensión distinta de E , y bajo una presión p más distinta aún.

A esto hay que añadir que la definición de temperatura equivalente se funda en procesos no sólo irreversibles, sino *termodinámicamente imposibles*, cual es el paso del calor de condensación y de enfriamiento de la temperatura de 0°C o de $t^{\circ}\text{C}$ a la temperatura del aire, mientras ésta se eleva de t a t_e . Ahora bien, como casi todas las relaciones termodinámicas cuantitativas se deducen precisamente de la imposibilidad de esta clase de procesos, no es extraño que al admitirlos se introduzcan inexactitudes y paradojas, que explicaremos al definir las *temperaturas potenciales equivalentes*.

No existe, pues, una definición de la temperatura equivalente teóricamente perfecta y superior en todo a las demás. Por fortuna, desde el punto de vista práctico es contraproducente toda pretensión de exactitud; pues el caudal de energía almacenado en el vapor de agua atmosférico conduce a distintos aumentos de temperatura, según la manera que se escoja para aprovecharlo; así que cada manera exigiría una definición de temperatura equivalente, que ya no sería exacta para ninguno de los demás procesos posibles. En cambio, si nos conformamos con una aproximación moderada, cualquiera de las definiciones puede hacernos buenos servicios, como vamos a demostrar:

Llámase *temperatura complementaria* a la diferencia $t_e - t$ entre la temperatura equivalente y la efectiva. Ahora bien, es necesario notar que los dos términos de que, según la definición de Schnaidt, se compone la temperatura complementaria son de muy distinto orden de magnitud. El $m \frac{L}{c_p}$, que representa el aumento de temperatura producido por el calor de condensación, es siempre mucho

mayor que $\frac{m c t}{c_p}$, que representa lo que sube la temperatura por enfriamiento del agua. Todavía, para temperaturas de 30° C viene a ser el primero unas 20 veces mayor que el segundo, ya que $L \approx 600 = 20 \cdot 30$.

Pues bien, a esta relativa insignificancia del calor de enfriamiento frente al de condensación, debe la temperatura equivalente sus más importantes *aplicaciones prácticas*, pues gracias a ella vienen a ser igualmente aceptables, desde el punto de vista práctico, todas las definiciones de t_e , ya que no se diferencian, al cabo, unas de otras, más que en el modo de tener presente el calor de enfriamiento, y otros efectos asimismo secundarios. Y como cada definición se ajusta exactamente a un tipo concreto de intercambio de calor entre el aire y la humedad que contiene, decir que todas las definiciones son aceptables es como afirmar que cualquiera de ellas se adapta a representar, con suficiente aproximación, una amplia diversidad de modos naturales de intercambio de energía entre el aire y el vapor de agua.

Esto nos excusa de consignar y discutir otras definiciones, como la de Robitzsch, Linke, etc., perfectas cada una para su fin particular, pero defectuosas en los demás casos.

Numéricamente suele escribirse la definición b) en la forma

$$t_e = t + \varepsilon \frac{L_0}{c_p} \left[1 - \frac{c - c'_p}{L_0} t \right] \frac{e}{p - e} = t + 1548 [1 - 0,00095 t] \frac{e}{p - e}$$

y la definición de Schnaidt en la forma

$$t_e = t + \varepsilon \frac{L_0}{c_p} \left[1 + \frac{c'_p}{L_0} t \right] \frac{e}{p - e} = t + 1548 [1 + 0,00074 t] \frac{e}{p - e}$$

Aún para aire saturado ($e=E$) la diferencia entre las t_e de las dos fórmulas se mantiene bastante moderada para las temperaturas atmosféricas. Sólo pueden darse grandes discrepancias en las aplicaciones biológicas (estudio del metabolismo respiratorio, etc.), en que las temperaturas compatibles con la saturación son mucho más altas.

80. La temperatura equivalente como invariante característico de las masas de aire.— La temperatura equivalente de una masa de aire húmedo es, con gran aproximación, invariante para todas las evaporaciones o condensaciones de agua en su seno, con tal que se efectúen sin cambio de presión, y que el calor latente absor-

bido o desprendido en el fenómeno, haya sido tomado o cedido precisamente al propio aire. En efecto, es claro que con arreglo p. e., a la definición de Schnaidt, tal invariancia sólo se cumplirá rigurosamente si a las condiciones puestas añadimos la de que el agua evaporada o condensada se incorpore o separe de la mezcla precisamente a 0°C . Pero aunque prescindamos de esa condición, permitiendo, p. e., que el agua condensada $-\Delta m$ se aparte de la mezcla a una temperatura $t \neq 0^{\circ}\text{C}$; es evidente que con ello no perderá el aire más que el calor de enfriamiento $ct\Delta m$, es decir, una parte del término secundario ctm .

Para que una condensación $-\Delta m = 0,0075$ (que ya formaría una nube excepcionalmente densa), por producirse a una temperatura distinta de 0° , hiciese disminuir en 1°C la t_c de Schnaidt, sería preciso que el agua se apartase de la mezcla a una temperatura t tal que $\frac{ct\Delta m}{c_p} = 1$, o sea a unos 32°C .

Con ser tan poco lo que varía la temperatura equivalente de Schnaidt en estos procesos, mucho menos aún varía la t_c concebida al modo b); la cual, como su definición no finge que el agua se enfría hasta 0°C , se ajusta más que la otra a la realidad de los fenómenos, especialmente cuando la temperatura del aire difiere mucho de 0° . La preferencia de la $t_c = t + \frac{mL}{c_p}$ como invariante característico está indicada sobre todo para las *masas calientes*, ya que en ellas es donde mayor cuantía pueden alcanzar las evaporaciones y condensaciones.

No hay que creer, sin embargo, que esta $t_c = t + \frac{mL}{c_p}$ es rigurosamente invariante. Aunque mucho menos que la de Schnaidt, también disminuiría en la condensación del ejemplo anterior, por dos motivos: 1.º, porque el calor $-L\Delta m$ no se aplica sólo, como la definición supone, a calentar el aire seco, sino a calentar toda la mezcla, y 2.º, porque el vapor no se condensa todo a la temperatura inicial, sino a temperaturas cada vez mayores, con lo cual disminuye el calor L desprendido por cada gramo.

La invariancia aproximada de t_c nos permite identificar una masa de aire a través de transformaciones aparentemente muy grandes. Si, por ejemplo, después de un chaparrón tormentoso que ha hecho descender varios grados la temperatura t del aire,

no ha variado, o ha variado muy poco; su temperatura t_0 , podemos asegurar que la masa aérea es la misma de antes, sólo que refrescada por evaporación parcial de la lluvia que ha caído a su través; en tanto que una variación considerable de t_0 nos obligará a diagnosticar la llegada de una masa aérea distinta.

81. La temperatura t' o temperatura del termómetro húmedo.—

El invariante t_0 tiene el inconveniente de que su determinación precisa cálculos. Existe, en cambio, una magnitud, invariante para los mismos fenómenos que t_0 , y que puede medirse de un modo directo, y aún registrarse: *la temperatura del termómetro húmedo del aspiro-psicrómetro*. Comenzaremos por exponer brevemente una teoría elemental de dicho instrumento.

En un psicrómetro bien ventilado, de modo que queden excluidos los efectos de radiación, la corriente de aire que llega con la temperatura t y la humedad $h < 100$ al depósito del termómetro húmedo, se satura en contacto con él, y toma la temperatura $t' < t$. La entalpía que el aire pierde en este enfriamiento no se emplea en calentar el depósito húmedo, ya que, en régimen estacionario, la temperatura de éste permanece constante. Es de suponer, pues, que esta entalpía se gaste en evaporar, en dicho depósito, el agua precisa para que el aire que llega a él quede saturado. Poniendo, para abreviar, $L(t') = L'$; $M(p, t') = M'$ y $E(t') = E'$, habrá de ser

$$(c_p + m c'_p)(t - t') = L'(M' - m) \quad (97)$$

Parecerá incorrecto atribuirle al aire que se enfría la capacidad calórica $c_p + m c'_p$, que es la que tiene inicialmente, en vez de atribuirle una capacidad intermedia entre la inicial y la $c_p + M' c'_p$ final; mas repárese que el agua $M' - m$ que se evapora entra ya en la mezcla a la temperatura más baja t' ; así que no hay que contar con su enfriamiento.

Esta interpretación del funcionamiento del psicrómetro es harto simplista, pues prescinde de la posibilidad de que algunos filetes de aire entren en contacto con el depósito húmedo, sin saturarse del todo, ni adquirir la temperatura t' . Se precisa, pues, una confirmación experimental, que va a consistir en comparar con la experiencia los resultados de las fórmulas llamadas *psicrométricas* que se deducen de la ecuación (97), las cuales ya de por sí son de sumo interés, puesto que sirven para calcular la tensión e del vapor a partir de las lecturas t y t' del psicrómetro:

En primera aproximación, dando a la (97) la forma

$$c_p(t-t') = \frac{\varepsilon L_0}{p} (E' - e)$$

resultará para e

$$e = E' - \frac{p}{\varepsilon L_0} (t-t') = E' - \frac{1}{2} (t-t') \frac{p}{774 c_p}$$

fórmula psicrométrica de la misma estructura que la corriente de Sprung

$$e = E' - \frac{1}{2} (t-t') \frac{p}{755}$$

abonada por muchos años de uso universal. Luego la experiencia justifica la anterior interpretación del psicrómetro.

La diferencia entre las constantes no tiene tanta importancia como parece, pues sólo produce un error relativo $\approx \frac{1}{40}$ en el cálculo de $E' - e$.

Calculada con exactitud, la fórmula (97) daría

$$c_p \left(1 + \frac{\varepsilon c'_p}{c_p} \frac{e}{p-e} \right) (t-t') = \frac{E' - e}{p - E'} \cdot \frac{p}{p - e} \varepsilon L'$$

y poniendo

$$\varepsilon \frac{c'_p}{c_p} \cdot \frac{e}{p-e} \equiv 1,2 \frac{e}{p-e} \approx \frac{e}{p-e}$$

queda

$$c \frac{p}{p-e} (t-t') = \frac{E' - e}{p - E'} \cdot \frac{p}{p-e} \varepsilon L'$$

de donde

$$e = E' - \frac{c_p}{\varepsilon L'} (p - E') (t-t')$$

y finalmente

$$e = E' - \frac{c_p}{\varepsilon L'} \left(1 - \frac{E'}{p} \right) p (t-t')$$

que es la forma propuesta por Whipple.

Nótese que este cálculo es más exacto que el anterior, pues no comete error ninguno en el segundo miembro, y en el primero, al prescindir de $0,2 \frac{e}{p-e}$, el error es 1/6 del cometido por el cálculo primero que prescindía de $1,2 \frac{e}{p-e}$.

82. La temperatura t' como función de t_e .— La fórmula, confirmada por la experiencia, (97) admite la forma

$$t + \frac{m L'}{c_p + m c'_p} = t' + \frac{M' L'}{c_p + m c'_p}$$

que, prescindiendo de pequeñas variaciones en los denominadores y en L' , nos expresa la invariancia de la temperatura equivalente en la transformación que sufre el aire en el psicrómetro, pues podemos escribirla

$$t_e = t + \frac{m L'}{c_p} = t' + \frac{M' L'}{c_p} \quad (98)$$

Mas esta invariancia aproximada era evidente, puesto que, según la explicada interpretación del psicrómetro, en él se evapora el agua isobáricamente a costa del propio calor del aire.

La fórmula (98) puede interpretarse como expresión de la igualdad de la temperatura equivalente en tres estados distintos del mismo aire; en el estado (t, m) que tiene junto al termómetro seco; en el (t', M') que adquiere al saturarse, por evaporación, junto al depósito húmedo; y en el $(t_e, m=0)$ que adquiriría por un proceso contrario, es decir, si se desecase por condensación de todo su vapor. La temperatura complementaria es mínima (nula) en este último caso y máxima para el aire (t', M') ya que su proporción de mezcla es la máxima o saturante; así que, de la constancia de la temperatura equivalente se deduce:

a) *La temperatura equivalente t_e puede definirse como la máxima temperatura que una masa de aire puede alcanzar por condensación, y la temperatura t' del termómetro húmedo, como la mínima que puede alcanzar por evaporación de agua en su seno.*

b) *La igualdad de los miembros extremos de (98) nos dice que para cada valor de p , la temperatura equivalente y la temperatura del termómetro húmedo de una masa de aire son función exclusivamente la una de la otra. Por tanto*

c) *La temperatura t' es así mismo invariante en las evaporaciones y condensaciones isobáricas en que el calor latente lo suministra o absorbe el aire en cuyo seno ocurren.*

Por último, como recíproco del a) enunciaremos:

d) *Si dos masas de aire tienen la misma t_e , y una de ellas está saturada, su temperatura es la t' correspondiente a la otra.*

La fórmula (98) manifiesta que la temperatura equivalente definida según b), se conserva mejor en la transformación psicrométrica que la t_e de Schnaidt; cosa natural, puesto que en el psicrómetro no hay conservación de la entalpía. La fórmula (97) no quiere decir, en efecto, como algunos entienden, que el aire (t', M') tenga la misma entalpía que el aire (t, m): lo que expresa (97) es que el agua $M' - m$ no modifica al evaporarse la entalpía del sistema aire (t, m) + líquido $M' - m$; pero es claro que dicha agua, con sólo ingresar al estado líquido en el aire (t, m), ya lo enriquece en la cantidad de entalpía que ella aporta. Por tanto

f) La entalpía del aire (t', M') excede a la del aire (t, m) en la entalpía que contiene el exceso de agua $M' - m$, al estado líquido y a la temperatura t' .

Esta relación entre las entalpías vale también, aunque sólo aproximadamente, para las entropías. En efecto, la evaporación del agua $M' - m$ en el depósito húmedo es adiabática para el sistema aire (t, m) + agua $M' - m$. Como también es casi reversible, podemos considerarla isentrópica; luego la entropía no variará, sino en la cantidad aportada a la mezcla por el agua $M' - m$, al incorporarse a ella al estado líquido; es decir

f') La entropía del aire ($t' M'$) excede aproximadamente a la del aire (t, m) en la entropía contenida por el exceso de agua $M' - m$ al estado líquido y a la temperatura t' .

g) y g') Recíprocamente: Si la $\frac{\text{entalpía}}{\text{entropía}}$ de una mezcla saturada $1 + M$ excede a la de otra a la misma presión, menos rica en vapor, $1 + m$ en la $\frac{\text{entalpía}}{\text{entropía}}$ contenida por el exceso $M - m$ de agua, al estado líquido y a la temperatura del aire saturado, esta temperatura será precisamente aproximadamente la t' que correspondería al aire menos húmedo.

No se puede omitir la palabra *aproximadamente* al enunciar las proposiciones f') y g') relativas a la entropía, porque la evaporación del agua $M' - m$ no es en rigor reversible, ya que implica el paso del calor $(c_p + mc'_p)(t - t')$ de la temperatura t a la temperatura inferior t' . En esta evaporación adiabática e irreversible habrá un aumento de entropía, que vamos a evaluar.

El agua gana, al evaporarse a la temperatura fija t' (absoluta T'), la entropía

$$(c_p + m c'_p) \frac{T - T'}{T'} \equiv (c_p + m c'_p) \frac{\Delta T'}{T'}$$

y el aire pierde la entropía

$$(c_p + m c'_p) \cdot \int_{T'}^T \frac{dT}{T} = (c_p + m c'_p) \ln \left(1 + \frac{\Delta T'}{T'} \right) =$$

$$= (c_p + m c'_p) \left[\frac{\Delta T'}{T'} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T'}{T'} \right)^2 + \dots \right]$$

La entropía del conjunto aumenta, pues, sólo en

$$\simeq (c_p + m c'_p) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T'}{T'} \right)^2$$

Por tanto, es muy pequeño el error cometido al considerar isentrópica la evaporación, y las proposiciones f') y g') se cumplen con una aproximación muy grande.

83. Aplicaciones de la temperatura t' del termómetro húmedo.—

La invariancia de t' se confirma en las *tormentas de calor*, en las cuales, como no van acompañadas de cambio de la masa aérea, la evaporación de la lluvia hace descender mucho la temperatura t del aire, sin modificar apenas la temperatura t' del termómetro húmedo. (En algunos casos $\Delta t \simeq -7^\circ$, y $\Delta t' \simeq 0,7^\circ$). Mientras que en las tormentas llamadas *de frente térmico*, que son las que van acompañadas de un cambio de masa de aire, la variación de t y la de t' son del mismo orden de magnitud. Esto nos permite distinguir unas tormentas de las otras. con la mayor facilidad.

De la propiedad 82, b)

$$t_e \simeq t' + \frac{L(t') \cdot M(p, t')}{c_p}$$

se saca partido para graduar el termómetro húmedo en temperaturas equivalentes, lo cual nos permite leer de un modo directo la importante magnitud t_e . Claro que para cada presión, o al menos para cada margen de presiones, se precisará una escala distinta. Para el nivel del mar y para pequeñas altitudes ha estado muy en boga la graduación simplificada

$$t_e = t' + 2 \Delta(t')$$

que se denomina escala de Prött, porque ese físico la introdujo, por haber descubierto, por observación de las tablas psicrométricas, la fórmula

$$t + 2a \simeq t' + 2A'$$

en que se funda, la cual para nosotros no es más que una manera de escribir la (98), simplificada por medio de la (94 b).

También desde el punto de vista biológico y climático se atribuye hoy gran importancia a t' y a t_a , arguyendo que lo mismo la piel de los animales que los órganos tiernos de los vegetales, se encuentran sometidos, en virtud de la humedad que exhalan, más bien a la temperatura t' del depósito húmedo que a la temperatura t del ambiente. Así se explica, p. e., que, a igualdad de temperatura, el calor resulte mucho menos sofocante y nocivo cuando el aire está seco, que cuando está cargado de humedad.

La sensación de bochorno, que para una humedad de 30 % no empieza a percibirse hasta los 32° de temperatura, si la humedad sube a 60 % se nota ya desde los 25°. Se inicia, pues, hacia los 56° de temperatura equivalente, o hacia los 20° de temperatura del depósito húmedo. Sin embargo, tampoco son t_a y t' exponentes justos de los efectos de la temperatura y humedad del aire sobre nuestro organismo. Para representarlos con toda fidelidad ha habido que definir una escala empírica, llamada *temperatura equivalente efectiva*, la cual, cuando el aire está muy húmedo, difiere bastante de t_a .

IV. PRINCIPALES MODOS DE CONDENSACION DEL VAPOR DE AGUA EN LA ATMOSFERA

84. **Forma de la curva $E(T)$ del vapor de agua.**—La figura 22 representa la curva de equilibrio $E(T)$ del vapor de agua, construída a base de datos empíricos. Tres cosas saltan a la vista al examinar esta curva:

a) Que E aumenta—muy rápidamente por cierto—con la temperatura.

b) Que la concavidad está dirigida hacia arriba, lo cual prueba que también E' crece con T .

c) Que para intervalos iguales ΔT de temperatura, crece asimismo con T el segmento de ordenada $C_i B_i$, interceptado entre el arco $A_i B_i$ y la tangente $A_i C_i$ en A_i . Esto prueba que también

E'' crece con T , pues designando por a_i , b_i y c_i las ordenadas de A_i , B_i y C_i , y por T_i la abscisa de A_i , se tiene

$$C_i B_i = b_i - c_i = \left[a_i + E'(T_i) \cdot \Delta T + \frac{\overline{E_i''}}{2} (\Delta T)^2 \right] - [a_i + E'(T_i) \cdot \Delta T] = \frac{\overline{E_i''}}{2} (\Delta T)^2$$

siendo $\overline{E_i''}$ el valor de E'' en un punto intermedio entre T_i y $T_i + \Delta T$. Luego si $C_i B_i$ es creciente con T , también lo será E'' .

En lo sucesivo, habremos de apelar con frecuencia a estas tres

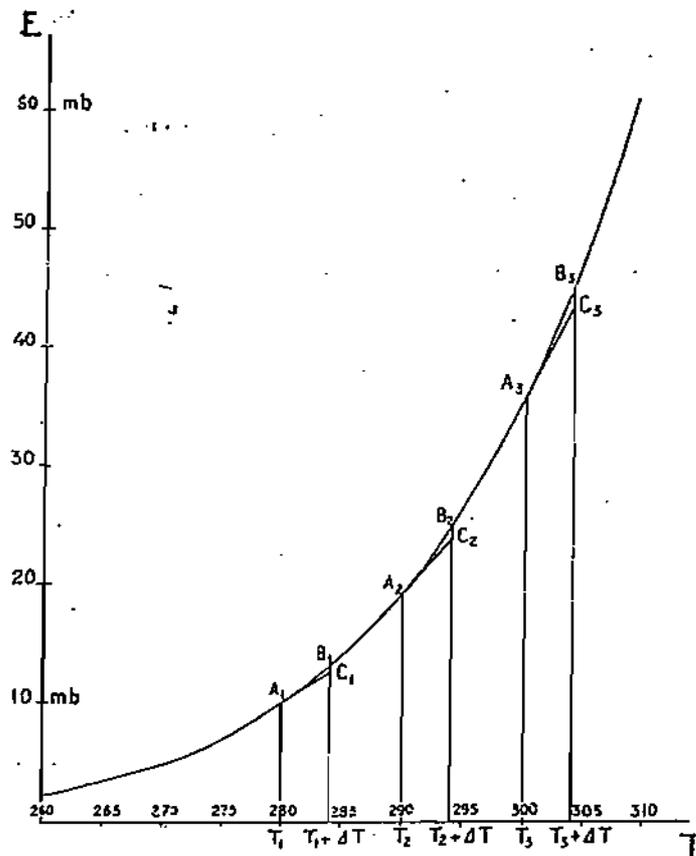


Figura 22

La curva $E(T)$ del vapor de agua. Su forma muestra (véase el texto) que son positivas $E'(T)$, $E''(T)$ y $E'''(T)$

propiedades de la curva $E(T)$ del vapor de agua, por la gran trascendencia meteorológica que tienen. En efecto, la a) nos explica el desequilibrio vertical del vapor de agua en la atmósfera, las condensaciones por enfriamiento y otros muchos fenómenos. La b) la superior pluviosidad del aire caliente, la producción de brumas de mezclas, etc. Y la c) la mayor facilidad con que se forman estas brumas cuando la masa más caliente de las mezclas es también la más húmeda.

Pues bien, para dejar establecidas estas propiedades matemáticas tan fundamentales y tan simples, hemos tenido que recurrir al examen directo de la curva, porque de las tres sólo la a) admite una demostración válida para todos los vapores. Tanto la b) como la c), parecen depender de las magnitudes específicas del agua; desde un punto de vista puramente termodinámico no sería imposible, p. ej., que existiesen vapores cuya curva $E(T)$ fuese convexa hacia arriba.

Para demostrar la a) para todos los vapores, despejaremos E' de la fórmula de Clapeyron

$$E' = \frac{L}{T(V-v)}$$

y queda patente que $E' > 0$, ya que $V > v$ para todo vapor.

Intentemos en cambio demostrar que $E'' > 0$ [propiedad b)]. Derivando la fórmula anterior se obtiene, para que sea $E'' > 0$, la condición

$$\frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dT} > \frac{1}{V-v} \cdot \frac{d(V-v)}{dT} + \frac{1}{T}$$

que también admite las formas

$$\frac{C_s - c_s}{L} > \frac{1}{V-v} \left(\frac{dV_s}{dT} - \frac{dv_s}{dT} \right)$$

y

$$\frac{C_p - c_p}{L} > \frac{\frac{dV_s}{dT} - \frac{dv_s}{dT} + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_v - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_v}{V-v}$$

o bien

$$\frac{C_p - C_v}{T} > \left[\frac{dV_s}{dT} - \frac{dv_s}{dT} + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_v - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_v \right] \cdot \frac{dE}{dT}$$

Como se ve, ninguna ley termodinámica exige que estas desigualdades se cumplan. Ni siquiera introduciendo las simplificaciones de considerar el vapor como gas perfecto y de despreciar v , $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_v$ y $\frac{dv_s}{dT}$ en relación con V , $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_v$ y $\frac{dV_s}{dT}$, es decir, tomando

$$V-v \approx \frac{RT}{E}; \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_v - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_v \approx \frac{R}{E} \quad \text{y} \quad \frac{dV_s}{dT} - \frac{dv_s}{dT} \approx \frac{R}{E} - \frac{L}{ET}$$

se consigue pasar de la forma

$$\frac{c_p - C_p}{L} < \frac{L - 2RT}{RT}$$

que no es de cumplimiento evidente, como tampoco la

$$\frac{c_p - C_p}{L} < \frac{L_1 - L_1}{L_1}$$

deducida de la anterior poniendo $L = L_1 + L_1$, en que L_1 es la parte de calor de evaporación que se aplica a salvar la diferencia de *energía interna* entre el líquido y el gas, y $L_1 = EV = RT$ la parte que se gasta en *el trabajo de dilatación isobárica*, desde el volumen $v \approx 0$ del líquido hasta el volumen V del vapor.

85. Distribución vertical del vapor de agua en la atmósfera:

a) *Equilibrio difusivo de una mezcla de gases pesados.* Para que una mezcla de gases se encuentre en equilibrio perfecto en un campo gravitatorio, exige la ley de Dalton, que la ecuación fundamental de la Estática $dp = -g\rho dz$, se cumpla no sólo para la mezcla *en conjunto*, sino también, *por separado, para cada uno de los gases componentes, como si los demás no existieran.* Es decir, que habrá de ser

$$dp_i = -g\rho_i dz \quad (99)$$

Dicho de otro modo, cada componente ha de constituir *una atmósfera aparte*, en que la presión del gas en cada punto sea igual al peso—por unidad de sección—de la columna de ese gas que queda encima. La presión de los gases ligeros ha de disminuir, pues, más lentamente con la altura que la de los pesados. Si este equilibrio reinase en la atmósfera, privarían en sus capas bajas el O_2 y el N_2 , y en las capas superiores el He y el H_2 .

Cuando esa condición se cumple para cada componente, resulta, desde luego, satisfecha la condición total de equilibrio; pues sumando (99) para todos los componentes, se tiene

$$dp \equiv \sum dp_i = -g(\sum \rho_i) dz \equiv -g\rho dz$$

En cambio, lo recíproco no es cierto. Puede cumplirse la condición total de equilibrio, sin que se satisfaga cada una de las condiciones parciales. *Esto es precisamente lo que ocurre en la atmósfera.* Se explica que el equilibrio total ha de mantenerse con más facilidad que los parciales, por lo que sigue: cuando falle el equilibrio total, bastará una brusca contracción o dilatación de conjunto de la columna aérea para restablecerlo. En cambio, si la presión de *un elemento* es, p. ej., mayor que el peso de

la columna de ese gas que hay encima, la dilatación de dicha columna parcial que sería necesaria para restablecer su equilibrio, no puede realizarse más que escapando o *difundiéndose* ese gas a través del espeso enjambre molecular de los otros; es decir, con suma dificultad y lentitud. Y como a la vez que este premioso proceso de la *difusión*, actúa la *agitación vertical*, que obra con mucha mayor eficacia, y en sentido contrario, puesto que tiende a mezclar el aire de todas las alturas, unificando su composición, resulta que *en todas las capas atmosféricas la composición del aire es más uniforme y más parecida a la de las capas inferiores de lo que exigiría el equilibrio perfecto o difusivo*. Así, p. ej., el análisis espectral de las auroras polares denuncia que a cientos de kilómetros de altura, el oxígeno y el nitrógeno siguen abundando notablemente en la atmósfera, mientras que si hubiese equilibrio difusivo, no podrían permanecer en esos niveles en cantidad perceptible.

b) *Desequilibrio del vapor de agua en la atmósfera*. Pero el ingrediente atmosférico que más alejado está del equilibrio difusivo es el vapor de agua, el cual, a pesar de la difusión y de la mezcla vertical, se enrarece con la altura con una rapidez de todo punto desproporcionada a su pequeña densidad. Débese eso a que el vapor se incorpora al aire por las capas inferiores, como que procede de la evaporación en la superficie de la tierra; y cuando la mezcla vertical y la difusión pugnan por transportarlo hacia arriba, las bajas temperaturas que allí reinan determinan su condensación y le impiden seguir elevándose.

La mezcla vertical tiende a establecer una m , o sea (72) (pág. 93) una $\frac{e}{p}$ constante con la altura. Ahora bien, si la tensión e disminuyese con la altura en la misma proporción que la presión total p , tendría que valer a los 5.000 m la mitad de lo que vale en el suelo. Mas a esos niveles reinan ya temperaturas unos 30° más bajas que las de tierra, y tan enorme enfriamiento reduce la tensión máxima del vapor, no a la mitad, sino casi a la décima parte. Así, pues, por pequeña que sea abajo la humedad relativa, el descenso de e con z tiene que ser mucho más rápido que el de p , a despecho de la *agitación vertical*, y más aún de las corrientes de *difusión*, pues el equilibrio difusivo exigiría que e disminuyese en menor proporción que p , por ser el vapor más ligero que el aire.

El vapor de agua hay que concebirlo, pues, como repartido con suma desigualdad en la atmósfera, y en situación siempre

transitoria e inestable. Confinado en la base de la atmósfera, no puede escapar hacia arriba porque el frío de las alturas lo condensa y lo rechaza de nuevo hacia tierra. Este incesante subir y bajar del agua en la atmósfera determina la mayor parte de los meteoros, y es una consecuencia de la rápida disminución de E al disminuir T .

86. Posibles causas de la condensación en la atmósfera.— Para que en una masa de aire húmedo comience la condensación, es preciso ante todo que el aire se *sature*; es decir, que la tensión e del vapor de agua, llegue a igualarse a la tensión máxima $E(T)$ que corresponde a la temperatura T del aire. Evidentemente, esto puede ocurrir de dos maneras:

a) Disminuyendo $E(T)$ hasta alcanzar el valor e , lo cual exige que *descienda la temperatura T del aire*, de donde a este modo de condensación se le denomina *condensación por enfriamiento*.

b) Creciendo e hasta alcanzar el valor $E(T)$, lo cual exige *evaporación de nuevas porciones de agua*. (Condensación por evaporación.)

Este segundo mecanismo de condensación es acaso el más familiar para nosotros; el que hace humear el agua muy caliente, sobre todo cuando el aire está frío. Pero en la atmósfera tiene poca importancia. Sólo origina ciertas nieblas invernales de ríos o lagos, y algunas del casquete polar. *La mayor parte de las condensaciones atmosféricas se producen, pues, por enfriamiento del aire.*

Ese enfriamiento puede a su vez producirse de tres diferentes modos: 1.º *Enfriamiento directo*, que es debido a la pérdida de calor por *irradiación*, o bien por *conducción*, al contacto con cuerpos fríos. 2.º *Enfriamiento por mezcla* del aire húmedo con otra masa de aire más fría. 3.º *Enfriamiento por elevación adiabática*, que es el debido al trabajo de expansión que el aire ejecuta cuando se eleva, en virtud de los movimientos convectivos, a capas de presión más baja.

De estos tres enfriamientos parece que debiera ser el primero el que más importantes condensaciones produjese, ya que en el enfriamiento directo no disminuye la tensión del vapor, mientras que, tanto en el caso de la mezcla, como en el de la expansión adiabática, el enfriamiento va acompañado de un aumento de volumen, y por tanto, de un descenso de la tensión e del vapor, que tiene que retardar la saturación, y a primera vista, hasta parece:

que pudiera evitarla. Gráficamente si (fig. 23) P representa el estado (T, e) del vapor, éste, en el caso del enfriamiento directo, caminará hacia la saturación a lo largo de la recta PQ (a presión constante); mientras que en los otros dos casos la evolución del vapor (enfriamiento con descenso de e) vendrá representada por

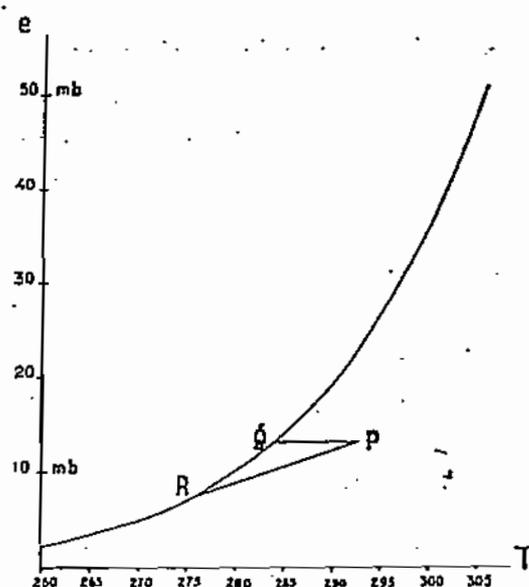


Figura 23

una línea tal como la P R. Salta a la vista que el enfriamiento directo conduce con más rapidez que los otros a la saturación, y que, a igualdad de enfriamiento, produciría más condensación que ellos. Pero como la convección ocasiona descensos de temperatura mucho mayores y más rápidos que el enfriamiento directo y la mezcla, y además actúa con mucha más facilidad y frecuencia en el aire, en las más variadas condiciones meteorológicas, resulta que *la mayor parte de las condensaciones atmosféricas, y desde luego las más copiosas, se producen por convección.*

Un descenso de temperatura de 10° que, a presión constante, requiere varias horas de irradiación nocturna imperturbada, lo alcanza el aire con subir a 1.000 m de altura, cosa posible en pocos minutos, si las condiciones meteorológicas son propicias. Por eso en Meteorología práctica, el indagar las causas y ocasiones del tiempo encapotado o lluvioso se reduce a investigar dónde y cuándo pueden desarrollarse corrientes ascendentes.

Capítulo V

CONDENSACIONES POR ENFRIAMIENTO DIRECTO, POR MEZCLA Y POR EVAPORACION

I. CONDENSACIONES POR ENFRIAMIENTO DE SUPERFICIES. EL ROCIO

87. **Punto de rocío.**— Ya hemos dicho que las condensaciones por enfriamiento directo se producen cuando, a fuerza de bajar la temperatura, sin que la tensión del vapor varíe, dicha tensión llega a ser saturante. La temperatura τ a que esto se verifica, es decir, la temperatura τ a la cual corresponde como tensión máxima la tensión real e del vapor en una determinada masa de aire húmedo, se llama *punto de rocío* de dicha masa.

La temperatura o punto de rocío τ es una función creciente de la tensión e . En efecto la definición

$$E(\tau) = e \quad (100)$$

expresa que la función $\tau(e)$ es la inversa de la función $E(T)$. Para determinar gráficamente el punto de rocío de una masa de aire, basta (fig. 24) cortar la curva de saturación $e = E(T)$ en el diagrama T, e , por una paralela al eje de las T , trazada por el punto $P(T, e)$, representativo del estado del vapor en la masa; la abscisa del punto Q de intersección será igual a τ .

Entiéndase bien que *para que la condensación comience a la temperatura τ de rocío, definida de esta manera, es menester que durante el enfriamiento se haya mantenido constante la tensión e del vapor.* Cuando se conserva m durante el enfriamiento, el teorema de las expansiones relativas nos dice que e será constante si lo es p . En primera aproximación es natural suponer que así sucede, ya que en los enfriamientos locales al aire libre, cualquier alteración local de la presión atmosférica que el descenso de tem-

peratura pudiera producir, sería inmediatamente compensada por las restantes capas atmosféricas.

Cuando m disminuye durante el enfriamiento, también disminuirá e , y la condensación ya no comienza a la temperatura inicial de rocío $\tau(e_0)$, sino a una temperatura más baja. Esto ocurre con

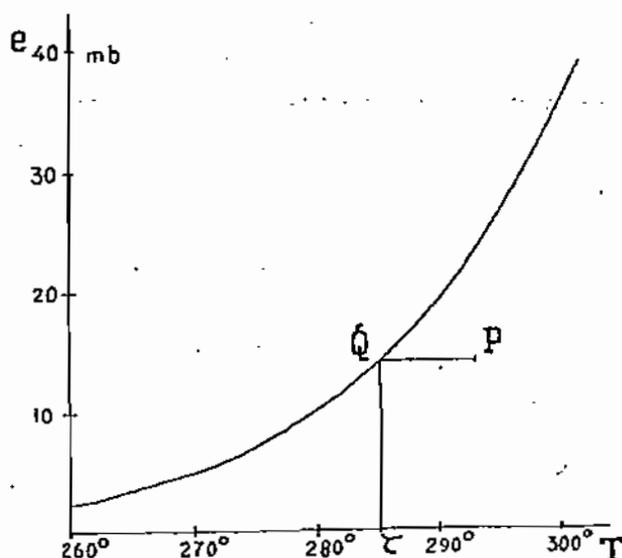


Figura 24

Determinación gráfica del punto de rocío τ

mucha frecuencia en la atmósfera y es la causa de que en sus capas inferiores no se produzcan diariamente condensaciones de esta clase: A las horas de los grandes enfriamientos la velocidad de evaporación en la tierra enfriada está más disminuída que la velocidad con que la turbulencia transporta a las alturas el vapor producido, y por eso disminuye m en las capas inferiores.

88. Condensaciones superficiales y condensaciones de masa. Humedad equivalente de una superficie.— La condensación por enfriamiento directo se manifiesta en fenómenos muy diferentes según que ocurra en la superficie de contacto del aire con cuerpos más fríos, o que se produzca en el seno mismo de la masa aérea. En el primer caso resultan los meteoros llamados *rocíos* o *escarchas*; en el segundo, las *nieblas* o *nubes*.

Parecerá extraño que superficies rodeadas de aire puedan mantenerse más frías que él. Esto se debe a la escasa capacidad calórica del aire por unidad de volumen, que le impide con frecuencia comunicar su temperatura a los cuerpos que están en contacto

con él, cada uno de los cuales tiende a adquirir una temperatura distinta, que será la que corresponda a su propio equilibrio de radiación.

Tal ocurre con el depósito de un termómetro expuesto en aire encalmado. Por eso para medir la temperatura del aire es preciso eliminar todo efecto de radiación sobre el termómetro, encerrándolo en la *garita meteorológica*; o bien ventilarlo activamente, para aumentar, en enorme proporción, la masa de aire que entra en contacto con él.

Con doble motivo toman temperaturas distintas a la del aire *los cuerpos mojados*, los cuales experimentan *efectos de evaporación*, además de los de radiación. Es preciso, pues, estudiar el comportamiento de las superficies húmedas cuando su temperatura T_s es distinta de la temperatura T del ambiente.

Ahora bien, sabemos que el agua que impregna una superficie de temperatura T_s estaría en equilibrio con vapor a la tensión $E(T_s)$. Si, pues, la tensión e del vapor en el aire vale precisamente $e = E(T_s)$, no habrá en la superficie ni evaporación ni condensación. Si $e < E(T_s)$, habrá evaporación, y si $e > E(T_s)$ habrá condensación, tanto más rápidas la una y la otra, cuanto mayor sea $|E(T_s) - e|$.

En vista de que es la relación entre e y $E(T_s)$, y no la relación entre e y $E(T)$, la que determina que el vapor ambiente resulte o no saturante, caracterizaremos el estado higrométrico sobre una superficie, no por la humedad relativa del aire $h = 100 \frac{e}{E(T)}$; sino por el cociente correlativo y de propiedades análogas $h_s = 100 \frac{e}{E(T_s)}$. Este cociente, en tanto por ciento, de la tensión del vapor por la tensión máxima que corresponde a la temperatura de la superficie es lo que se llama *humedad equivalente h_s de la misma*.

La humedad equivalente h_s será mayor o menor que la humedad relativa h del ambiente, según que la superficie esté más fría o más caliente que el aire. Si $h_s < 100$ habrá evaporación en la superficie, aunque, por estar el aire más frío que ella, resulte $h = 100$. Por eso *humean* los líquidos muy calientes, y así se forman, como veremos, las nieblas de río y de casquete polar. Si $h_s > 100$, habrá condensación sobre la superficie, aunque el aire, por estar más caliente que ella, diste de encontrarse saturado. Este

es el principio de la pared fría o de Watt, que nos explica el empañamiento de las superficies frías en contacto con aire húmedo, y la formación del rocío.

89. **Formación y particularidades del rocío.**—Este depósito líquido se produce, por las causas expuestas, sobre las superficies que por irradiación alcanzan temperaturas inferiores a la temperatura de rocío del aire, o sea *humedades equivalentes superiores a 100*. En las noches despejadas y sin viento es sabido que la tierra y las plantas adquieren por radiación temperaturas más bajas que el aire. La diferencia es especialmente notable en las superficies de cuerpos a la vez buenos radiadores y malos conductores del calor, como las hojas y los tallos de las plantas, que pueden considerarse como cuerpos negros aislados del suelo, por lo cual a veces se ponen más de 6° más fríos que el aire, y, por consiguiente, no es raro que alcancen el punto de rocío.

Sin embargo, la preferencia de este meteoro por depositarse en ciertas superficies, no siempre puede explicarse atendiendo a las condiciones de radiación y de aislamiento de ellas: en igualdad de esas condiciones, *el rocío tiende a acumularse en las superficies capaces de exhalar humedad*. Por eso primitivamente se creyó que el rocío era agua transpirada por las plantas y objetos húmedos. Después se negó rotundamente que la humedad propia de los cuerpos pudiese influir en el rocío depositado sobre su superficie. Pero actualmente se reconoce que en la producción del rocío tienen pareja importancia el vapor contenido en el aire y el exhalado del suelo y de las plantas y cosas húmedas. Sólo así puede explicarse que colocando dos campanas de cristal invertidas, una sobre suelo húmedo o cubierto de césped, y otra sobre una placa seca, se deposite a veces rocío en la primera y no en la segunda. Evidentemente se debe esto a que durante la formación del rocío la tensión del vapor es mayor en las inmediaciones de los cuerpos impregnados de humedad que en el resto del aire, a causa de la evaporación que se produce a través de los poros de dichos cuerpos, desde cavidades interiores de los mismos, poco afectadas por el enfriamiento. Resulta, pues, que el rocío es una verdadera destilación de agua, desde lo interior de los cuerpos húmedos, a su superficie.

Estudios experimentales de este fenómeno ponen de manifiesto que en lo interior del suelo, a unos dos centímetros de profundidad, la temperatura es bastante más alta que en la misma superficie, y en ésta varios grados más alta que en los órganos vegetales situados a tres o cuatro centímetros de altura. Esta distribución de temperatura se explica por el abrigo que los tallos largos de hieba prestan a las partes situadas debajo. En tales condiciones la sedimentación del aire es muy inestable, lo cual favorece los movimientos convectivos y fomenta también la exhalación del vapor a través de los poros del suelo.

Esta suma variabilidad de la cantidad de rocío depositada, según la naturaleza de los objetos y el influjo de multitud de condiciones meteorológicas, explica que no haya sido fácil, hasta ahora, hacer medidas sistemáticas del régimen de rocío en los distintos lugares de la tierra. Pero los grandes rasgos de su distribución anual y geográfica, que por la experiencia se conocen, concuerdan todos satisfactoriamente con lo que permiten esperar las consideraciones anteriores. Así, por ejemplo, se sabe que el rocío aumenta con todas aquellas causas que favorecen la radiación nocturna, y que no se produce, en cambio, en noches de cielo cubierto o de viento fuerte (véase pág. 69). También aumenta con la humedad relativa y con la temperatura del aire al atardecer. Así, en Europa apenas alcanza los 40 mm. anuales y los 1,2 mm. en una noche, mientras que en las islas y costas tropicales pasa algunas noches de los 4 mm., hasta el punto de que allí, al amanecer, el rocío moja tanto a los caminantes como una mediana lluvia de nuestros climas. En ciertas comarcas tropicales de escasas lluvias, como nuestras Islas Canarias, la abundancia del rocío es de vital importancia para el desarrollo de la vegetación.

Este aumento de la precipitación con la temperatura se manifiesta siempre en aire saturado, cualquiera que sea la causa de la condensación, y es una consecuencia del crecimiento de $E(T)$ con T . En efecto, llamando $-\Delta T$ al enfriamiento por bajo del punto de rocío, el descenso correspondiente de la tensión será

$$-\Delta e \equiv -\Delta E \simeq -\Delta T \cdot E'$$

luego, a igualdad de enfriamiento, crecerá con la temperatura $-\Delta e$ y, por tanto, también la condensación, ya que $-\Delta m \simeq -\Delta e \cdot \frac{\varepsilon}{p}$. La figura 25 presenta una demostración gráfica de esta propiedad.

En España la cantidad de rocío parece ser máxima en otoño y mínima en verano.

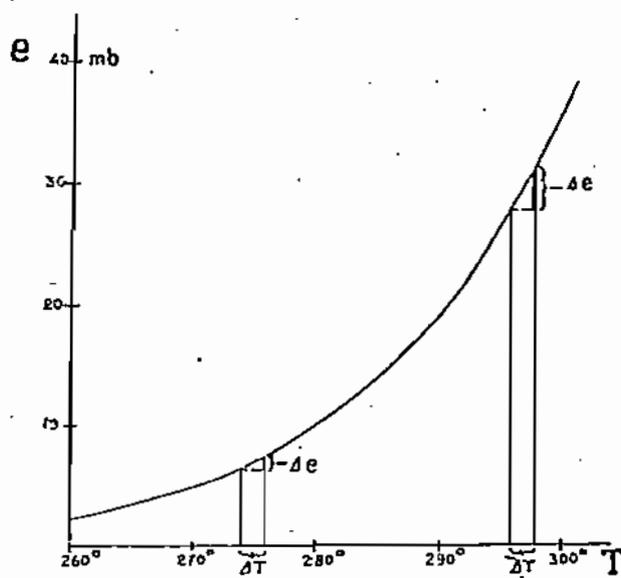


Figura 25

Aumento de la condensación con la temperatura, para un mismo enfriamiento de aire saturado

Cuando el punto de rocío queda por bajo de 0° C el agua se precipita al estado sólido, formándose la *escarcha*, que más adelante estudiaremos.

90. **Aplicaciones del punto de rocío.**— a) *Al pronóstico de las temperaturas mínimas.*—Conocida la temperatura del aire a 18 h., es fácil pronosticar si se producirá o no rocío; pues en todos los observatorios se conoce el valor aproximado del enfriamiento nocturno, en todas las épocas y circunstancias, y se puede deducir si se alcanzará o no el punto de rocío.

Mucho más conveniente es, sin embargo, proceder a la inversa. Esto es, determinar un límite del enfriamiento, o sea de la temperatura mínima, utilizando el punto de rocío. En efecto, el aire llegado al punto de rocío, se enfría ya muy poco, debido al mucho calor que la condensación desprende. A esto se debe que las mínimas sean tan altas en la zona tórrida, a pesar de que en ella el enfriamiento nocturno dura doce horas; pues allí el punto de rocío está muy alto, a causa de los grandes valores que alcanza e;

Para enfriarse un grado a presión constante, el aire saturado necesita perder, no c_p calorías por unidad de masa como el aire seco, sino

$$\S (c_p)_s = c_v + L \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_p \simeq c_v + \frac{5}{8} \cdot \frac{L}{p} \cdot \frac{dE}{dT}$$

es decir, que el aire saturado se enfría a presión constante con un calor específico aparente $(c_p)_s$, cuyos valores son en función de la temperatura:

$t^\circ \text{C}$	0	5	10	15	20
$(c_p)_s$	0,41	0,47	0,54	0,64	0,78 cal/g. grad.

de modo que en este caso el calor de condensación duplica y hasta triplica el calor específico efectivo del aire.

En particular, es muy útil el punto de rocío para pronosticar heladas. Puede afirmarse, en efecto, que si a las 18 h. el punto de rocío está por encima de 0°C , no es de temer helada importante por enfriamiento local, en la madrugada siguiente. (Si durante la noche se produce invasión de una nueva masa de aire, la regla pierde, naturalmente, su validez.)

Citamos este procedimiento para el pronóstico de mínimas por su notable sencillez; pero es claro que la aproximación que proporciona no basta para ciertos usos delicados; por ejemplo, para decidir en qué noches han de emplearse los humos de protección de los cultivos contra las heladas. En efecto, para que la aplicación de dichos humos no resulte más costosa que los daños que pretenden evitar, es preciso no malgastarlos en alarmas inútiles. Se necesita, pues, una gran aproximación en el pronóstico de la mínima, tal como la que proporcionan las fórmulas empíricas que se obtienen por comparación de la temperatura del termómetro húmedo a 18 h. con la temperatura mínima siguiente. Se ha observado, en efecto, que la diferencia entre ambas temperaturas varía muy poco en cada sitio, en el curso del año, y que la variación obedece en cada lugar a leyes de muy sencilla fórmula, tales como las notablemente exactas establecidas por el español Fariña para Madrid, por métodos estadísticos. Otras fórmulas, ya más complejas, fundadas en la teoría del enfriamiento nocturno por irradiación, han sido dadas por diferentes especialistas.

b) *El punto de rocío como invariante.*—La temperatura τ puede servir para reconocer las masas aéreas, pues aunque no es rigurosamente constante, varía por lo común muy poco en cada masa, y siempre mucho menos que la temperatura absoluta.

En efecto, por ser $\tau(e)$ la función inversa de la $E(T)$, la ecuación (87), pág. 106, nos da para su derivada

$$\frac{d\tau}{de} = \frac{R' \tau^2}{L} \quad (102)$$

Pero, según (72), pág. 93,

$$\frac{de}{e} \simeq \frac{dm}{m} + \frac{dp}{p}$$

luego

$$d\tau = \frac{R' \tau^2}{L} \cdot \frac{de}{e} \simeq \frac{R' \tau^2}{L} \left(\frac{dm}{m} + \frac{dp}{p} \right) \quad (102a)$$

Evaluemos aproximadamente esta variación de τ , en dos casos importantes:

1.º *Variación diurna de τ junto al suelo.*—Entonces es $\frac{dp}{p} \simeq 0$ y por tanto

$$\frac{d\tau}{\tau} \simeq \frac{R' \tau}{L} \cdot \frac{dm}{m}$$

que nos prueba que la variación relativa de τ es una fracción muy pequeña de la de m , ya que (pág. 99)

$$R' \simeq \frac{1}{4} c_p \simeq 0,11 \text{ cal/g} \cdot \text{grad.}; \quad \text{luego, para } \tau \simeq 280^\circ$$

$$\frac{R' \tau}{L} \simeq 0,11 \frac{7}{15} \simeq 0,05$$

Si el suelo es húmedo, m y, por tanto, τ aumentan de día, al crecer con la temperatura la velocidad de evaporación; y decrecen de noche, sobre todo si llegan a formarse nieblas o rocío, que empobrecen al aire en vapor. Si el suelo es árido, m y τ disminuyen de día; pues entonces, sin aumentar apreciablemente la rapidez de evaporación, crece en cambio con la temperatura la agitación turbulenta, que transporta el vapor hacia arriba. Mas como en ambos casos la variación diurna de m está gobernada por dos factores contrapuestos, la evaporación y la turbulencia, que se contrarrestan parcialmente, resulta que *la amplitud de variación de τ no suele exceder de 1/5 de la amplitud de variación de T .*

2.º *Variación de τ en los procesos adiabáticos a m constante.*
Entonces será

$$d\tau = \tau^2 \frac{R'}{L} \frac{dp}{p} = \tau^2 \frac{R'}{L} \cdot \frac{c_p}{R} \cdot \frac{dT}{T} = \tau^2 \frac{c_p}{\epsilon L} \frac{dT}{T} \approx \tau^2 \frac{1}{1548} \frac{dT}{T} \quad (102 b)$$

y poniendo $\frac{\tau}{T} \approx 1$, esto es, calculando *por exceso*,

$$d\tau \approx \frac{\tau}{1548} dT \quad (102 c)$$

y para $\tau \approx 273^0$,

$$d\tau \approx 0,176 dT \quad (102 d)$$

es decir, que la *variación de τ en los movimientos adiabáticos vale poco más de la sexta parte de la variación de T.*

La fórmula (102. b) es, como veremos, fundamental para el cálculo de la altura del nivel de condensación.

II. CONDENSACIONES POR ENFRIAMIENTO DE MASA. NIEBLAS DE ENFRIAMIENTO

91. **Núcleos de condensación. Nieblas y brumas.**—En otro capítulo explicaremos las razones por las cuales, para que se produzca condensación en el seno del aire se precisa la presencia en él de ciertos corpúsculos, llamados *núcleos de condensación*, y que precisamente reciben ese nombre porque sobre cada uno de ellos se deposita una gota del agua condensada. Estos corpúsculos, invisibles cuando están secos, a causa de su extremada pequeñez, son higroscópicos, por lo cual ya antes de que por enfriamiento llegue la humedad relativa a 100, atraen la humedad y aumentan de volumen al absorberla, produciendo los enturbiamientos llamados *brumas*. *La bruma es, pues, la fase inicial de la formación de toda niebla o nube.* Por eso la presencia de capas bajas de bruma en los atardeceres de invierno es un indicio casi seguro de que durante la noche se formará una niebla; y la exploración nocturna de la atmósfera con reflectores luminosos, en busca de capas de bruma, es un medio bastante empleado para el pronóstico de las nieblas.

Una vez formada la bruma, por enfriamiento del aire, es probable que los corpúsculos impregnados en agua que la constitu-

yen aceleren la irradiación de calor ; pues es probado que las gotas de agua son excelentes radiadores, y además están bien aisladas en el aire, por lo cual llegarán fácilmente a la temperatura de rocío. Resulta, pues, que las nieblas de enfriamiento no son otra cosa que rocío depositado en innumerables gotitas sobre los núcleos de condensación ; los cuales, por consiguiente, no sólo hacen posible la condensación del vapor, una vez saturado, sino que además fomentan la saturación misma, activando el enfriamiento del aire, gracias a lo mucho que lo superan en poder radiador. Así se explica que en la formación de estas nieblas de enfriamiento tenga un influjo tan marcado la distribución de dichos corpúsculos, como vamos a ver.

92. Intervalo de bruma.— El paso de la bruma a la niebla es gradual: sólo convencionalmente se puede precisar un límite entre ambas. En técnica meteorológica se dice que hay niebla cuando ya no se ven los objetos a 1 Km. de distancia, lo cual viene a ocurrir, según se ha comprobado, cuando el agua suspendida al estado líquido en el aire pasa de 0,5 g por m³.

Según eso (fig. 26) el enfriamiento PQR comenzará a producir niebla cuando RN, es decir, el descenso de e debido a la condensación a lo largo de QR, sea precisamente el que corresponde a una pérdida de humedad absoluta de 0,5 g/m³, a la temperatura T_n . Luego según (70), pág. 93, será

$$RN \equiv -\Delta e = \frac{0,5}{216,9} T_n = \frac{T_n}{433,8} \text{ mb}$$

La curva obtenida añadiendo a cada ordenada $E(T_1)$ de la línea de saturación, el segmento $\frac{T_1}{433,8}$ mb será, pues, el lugar geométrico de los puntos N, en que la bruma pasa a niebla.

Pues bien, se llama *intervalo de bruma* el enfriamiento preciso para pasar de la saturación a la niebla. El *intervalo de bruma* está representado por el segmento QN de isobara, comprendido entre las dos curvas. Su valor es

$$QN \simeq RN : \frac{dE}{dT}$$

El *intervalo de bruma* disminuye rápidamente al aumentar T_1 ,

ya que el numerador RN aumenta sólo proporcionalmente a T, por lo cual entre las mínimas y las máximas temperaturas atmosféricas apenas crece en $\frac{1}{6}$ de su valor, hasta el punto de que en la figura 26 apenas es perceptible el aumento; y en cambio entre

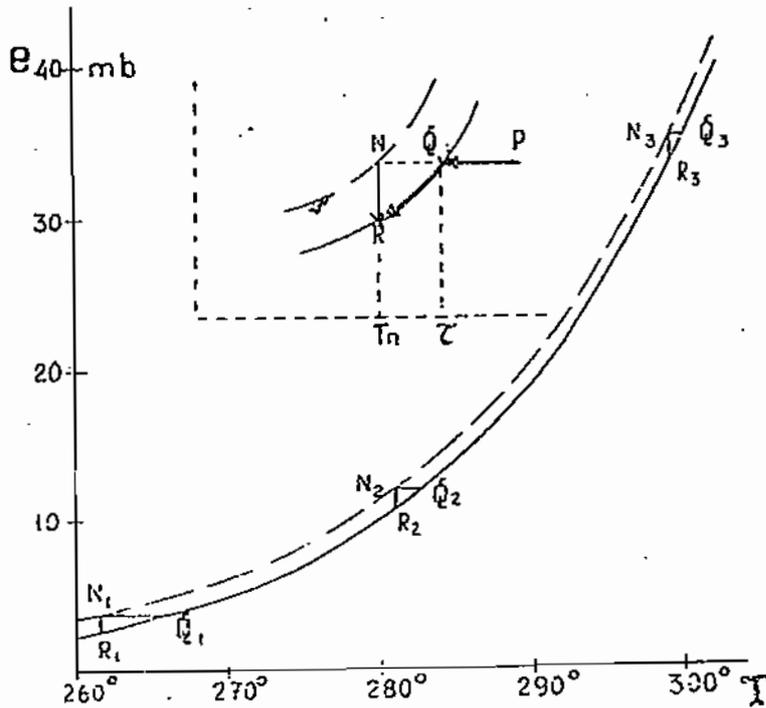


Figura 26

Aumento del intervalo de bruma $Q_i N_i$, al bajar la temperatura. Arriba, con más detalle, definición del intervalo de bruma. Curvas llenas, líneas de saturación. Curvas de trazos, líneas de comienzo de la niebla.

las mismas temperaturas el denominador $E'(T)$ se multiplica por 20.

Esta gran amplitud que toma el intervalo de bruma cuando la temperatura desciende mucho, explica la dificultad de que se formen nieblas por enfriamiento, en aire de temperatura inicial muy baja. *Las nieblas de enfriamiento son propias de aire originariamente templado*: Si se forman, por lo general, en las estaciones frías es porque en ellas es más fácil que la temperatura del aire tibio descienda con rapidez.

Cuando tal enfriamiento se debe a la irradiación nocturna de aire estancado, las nieblas resultantes se llaman *nieblas de irradiación*. Cuando el aire se enfría al ser arrastrado sobre suelos de

más baja temperatura, las nieblas que se forman se llaman *nieblas de advección*.

93. Nieblas de irradiación.—Para que el enfriamiento nocturno baste para producir niebla, es preciso que esté limitado a una capa muy tenue de aire, bien cargada de vapor; lo cual exige, ante todo, *que esté casi paralizada la agitación turbulenta*, ya que los movimientos verticales, de no estar sumamente entorpecidos, disiparían el vapor y atenuarían el descenso de temperatura, al repartir el uno y el otro en grandes espesores atmosféricos. Además la irradiación ha de estar favorecida por la *transparencia de las capas superiores*, y por una duración suficiente de la noche. El sumo amortiguamiento de la turbulencia implica a su vez: 1.º, *reposo horizontal, casi absoluto, del aire*; y 2.º, *gran estabilidad*; a ser posible, *una inversión térmica* que se oponga a las corrientes verticales.

Todos estos requisitos se cumplen en los anticiclones continentales de invierno. En ellos el aire se estanca, por falta de gradiente de presión; y como las capas superiores están libres de nubes, por encontrarse en movimiento descendente, la irradiación del suelo es muy activa y pronto se forma la *inversión de tierra*.

La gran estabilidad de esta inversión hace que las capas inferiores de aire queden como aprisionadas contra el suelo, y que en ellas se acumulen el vapor de agua y los núcleos de condensación. La eficacia de ambos como radiadores térmicos, favorecida por la vecindad de un suelo muy frío, provoca la producción de una bruma y, por fin, de una niebla.

Las nieblas así formadas se caracterizan por su escaso espesor vertical, hasta el punto de que, por lo común; puede verse el cielo a través de ellas; eso que horizontalmente, la visibilidad suele ser muy mala, sobre todo en las capas inferiores.

El espesor rara vez pasa de 300 m; pero a veces es sólo de unas cuantas decenas de metros, de modo que basta trepar a la más insignificante colina para hallarse fuera de la niebla.

Debemos advertir que el nombre de *nieblas de aire estancando*, dado a las que se forman por *irradiación hacia el suelo*, responde más que nada a la necesidad de esquematizar la clasificación de las nieblas. En rigor, ni el reposo absoluto del aire, ni la anulación de la turbulencia son necesarios, ni siquiera favorables, para que se formen las de este origen. Parece, en efecto, que la falta absoluta de agitación vertical impide que el frío del suelo penetre en el espesor del aire, salvo en una

capa tan estrecha, que sólo se producen *precipitaciones superficiales* en forma de rocío; y con ello el aire se empobrece en vapor y se hace más difícil la ulterior formación de niebla. A eso se atribuye el que no haya niebla todas las noches en que la temperatura desciende, en la garita meteorológica, por bajo del punto de rocío y del intervalo de bruma. Acaso se deba también a eso el que la aparición de la niebla ocurra a veces bastante después del orto, cuando ya la temperatura lleva un rato subiendo; y que sobrevenga además de un modo repentino, como si para su producción hubiese resultado indispensable el pequeño aumento de turbulencia que la salida del sol ocasiona.

Claro que estos vientos, compatibles con las nieblas de radiación, han de ser muy flojos; y eso tanto más, cuanto con más lentitud se enfríe el suelo. De aquí resulta la necesidad de un ajuste muy delicado y difícil entre la turbulencia y la velocidad de enfriamiento, y de este modo podrían explicarse frecuentes faltas de niebla, en condiciones al parecer propicias para su formación. Las velocidades de viento comprendidas entre 0,5 y 2,5 m/s son las que se consideran más favorables. Corrientes tan flojas no precisan un gradiente definido de presión: se producen en virtud de la mayor densidad del aire frío inferior, que le impulsa a fluir *pegado* al terreno, hacia las partes más bajas. (*Drenaje catabático* del aire frío.)

La influencia de la topografía menuda en estas nieblas es enorme y a veces muy difícil de explicar. En una misma región es común verlas extrañamente localizadas en ciertos parajes, mientras que otros inmediatos, de condiciones análogas, se encuentran exentos. Bien se comprende su conocida preferencia por las hondonadas, donde va desaguardo y acumulándose, por *drenaje catabático*, el aire frío de las alturas vecinas, y donde además el viento es siempre más flojo. Tampoco es extraño que prefieran los terrenos húmedos, a pesar de la mayor lentitud con que se enfrían. Pero otras particularidades de la localización de estas nieblas son tan difíciles de comprender, que se ha pensado en un influjo de la conductividad térmica del terreno.

Algunas veces, aunque menos a menudo, en vez de formarse las nieblas por enfriamiento de la inversión de tierra, y propagarse de abajo a arriba, se forman en la base de una *inversión de subsidencia* no muy elevada—de unos 300 m de altura, lo más—y se propagan de arriba a abajo. Ya hemos dicho por qué en la parte superior de toda *masa de aire*, es decir, en la base de la inversión que la separa de la *masa*, siempre más cálida, que está encima, suelen extenderse horizontalmente, y quedar suspendidos, los núcleos de condensación y el vapor de agua, aportados desde las capas inferiores por la convección térmica durante el día, y que, debido a la mayor densidad de las corrientes que los elevan, no pueden penetrar en la *masa de aire* superior. En esta zona límite entre las dos masas, rica en vapor y en núcleos, la

temperatura es más baja, además, que en el resto del aire inferior; pues en éste, ya durante el día, la temperatura disminuye desde el suelo a la inversión de subsidencia.

En la base misma de dicha inversión tenemos, por tanto, *gran humedad relativa, frío y abundancia de núcleos*, que son condiciones suficientes para que se forme una bruma, aun antes de anoecer. Dicha capa brumosa, enfriándose durante la noche por radiación, *como un suelo*, se transforma en una nube de las llamadas *estratos o nieblas altas*; a lo cual contribuye, no menos que el gran poder radiante de la zona de bruma, la excepcional transparencia del aire descendente que tiene encima. En cambio el verdadero suelo, abrigado por la nube así formada, se enfría muy moderadamente, de modo que la diferencia de temperatura entre él y el *estrato* se hace cada vez mayor, pudiendo alcanzarse gradientes térmicos del orden de $2^{\circ}/100$ m. Estratificación tan inestable favorece el movimiento vertical entre la inversión de subsidencia y el suelo, y por consiguiente, la propagación del enfriamiento hacia abajo, hasta que la nube alcanza el suelo mismo, quedando cerrada la niebla.

A diferencia de las debidas al primer mecanismo (inversión de tierra enfriada por su proximidad al suelo), estas nieblas están muy netamente limitadas por encima, por la misma inversión de subsidencia en que han comenzado a formarse; y además, lejos de crecer en ellas la temperatura con la altura, presentan en todo su espesor un fuerte gradiente térmico, muchas veces superadiabático.

Todas estas *nieblas de enfriamiento de aire estancado*, requieren, como hemos visto, *situación anticiclónica*, y abundan de un modo especial en las *estaciones frías*: en primavera, en invierno y aún más en otoño, ya que en este último es máxima la diferencia de temperatura entre el aire y el suelo: es decir, que entonces, de un modo normal, yace aire templado sobre suelos más fríos. En verano se observan rarísima vez, y sólo en ciertos valles muy húmedos, en los que el aire se carga de vapor de agua durante el día, y queda represado durante la noche, gracias a la forma del terreno; y, en íntimo contacto con él, se refresca lo suficiente para alcanzar el punto de rocío. Así y todo la niebla formada es siempre muy tenue y fugaz.

Sobre el mar la falta de onda térmica diurna hace imposible que se formen nieblas de irradiación. Ni siquiera se producen de

gran intensidad encima de los ríos caudalosos, cuyo cauce proporciona a los aviadores, en las noches de *nieblas de irradiación*, una ruta relativamente despejada. (En cambio, si las nieblas son de las que se llaman *de evaporación*, los ríos y sus proximidades presentan, como se explicará, las más peligrosas condiciones para el vuelo.)

94. *Nieblas de advección*.—Puesto que se producen, como queda indicado, por enfriamiento de una masa caliente y húmeda de aire al pasar sobre un suelo frío, es evidente que *para su formación resulta indispensable un viento de cierta persistencia y velocidad*. En ésto se diferencian estas nieblas de las de radiación; así como también en que el frío nocturno no influye gran cosa en su génesis, por lo cual lo mismo aparecen de día que de noche y, lejos de disiparse al amanecer, pueden persistir días enteros.

Pero entiéndase que el papel del viento en la formación de estas nieblas no se reduce a conducir el aire tibio a las regiones frías; sino que funciona además como *agitador*, haciendo posible, merced a su turbulencia, el intercambio de calor entre el suelo y el aire, que de otro modo sería casi nulo, dada la gran estabilidad que adquieren las masas aéreas calientes cuando se enfrían por debajo. Por otra parte, gracias a la turbulencia, la estabilización del aire no se queda confinada a una tenue zona de contacto con el suelo; sino que va invadiendo capas cada vez más espesas, y en esas condiciones deja de ser obstáculo y resulta favorable para la niebla; pues evita que la agitación vertical adquiera excesivo desarrollo y la disipe.

Como se ve, supuesta la existencia del viento cálido que sopla sobre la superficie fría, los demás requisitos tienden a completarse por sí solos. Ni siquiera es necesario muchas veces que el viento sea inicialmente muy húmedo; pues el vapor de agua puede entrar en el aire, procedente del suelo, a la vez que el frío, y por idéntico proceso de intercambio; sobre todo cuando el viento corre sobre la superficie del mar. Por eso la advección es un mecanismo de producción de nieblas mucho más eficaz que el enfriamiento nocturno, cuyas condiciones favorables ya vimos que eran difícilmente compatibles unas con otras; y así, las nieblas de advección suelen ser más extensas, sin lagunas de carácter local, y más persistentes, y pueden alcanzar mucho más considerables espesores.

No se crea, sin embargo, que son en todas partes las más frecuentes. En muchas regiones, precisamente de nuestras latitudes, abundan más las de radiación. El enfriamiento nocturno proporciona diariamente en todas partes una posible ocasión para que se formen; y, en cambio, en algunas comarcas el acceso de aire caliente está muy obstaculizado por la topografía.

Tampoco hay que creer que se producirán nieblas de advección sean cualesquiera el viento y el contraste de temperaturas. Es claro que se precisa un ajuste entre esos dos factores, aunque no tan delicado y difícil como el que exigían las nieblas de radiación. Así, el viento podrá ser tanto más fuerte cuanto mayor sea el contraste de temperaturas. Un viento demasiado fuerte disiparía la niebla por excesiva agitación; y un viento demasiado flojo no agitaría el aire lo suficiente, ni se prestaría a producir el necesario contraste térmico; pues no hay que olvidar que *la diferencia de temperatura entre el suelo y el aire se debe al cabo al viento mismo*. Por eso lo más favorable será que el viento sople perpendicularmente a las isotermas, ya que toda componente tangencial aumentaría la turbulencia, sin contribuir a acentuar el contraste térmico.

Se observa que dicho contraste presenta en cada lugar un valor *óptimo*, a partir del cual la frecuencia de las nieblas disminuye, lo mismo si el contraste crece que si se hace menor. Explícate esto considerando que los contrastes excesivos, o sea las invasiones súbitas de aire cálido, implican vientos muy fuertes y de carácter tempestuoso, cuya desmedida turbulencia tiene que impedir que la niebla se forme; y los contrastes insignificantes no estabilizan el aire lo suficiente para impedir que la niebla se disipe por turbulencia, por flojo que sea el viento.

La penetración del frío y de la humedad del suelo en el aire cálido se rige por leyes análogas a las de *la conducción térmica*; sólo que en las ecuaciones hay que introducir, en vez de la temperatura corriente, la temperatura potencial, para tener en cuenta el efecto de los cambios de presión; y en vez del coeficiente de conductividad molecular, el de intercambio turbulento, ya que no se trata de medir el transporte molecular, insignificante en este caso, sino el transporte por burbujas de aire.

De ahí resulta, en primer término, que dicho coeficiente de intercambio es inmensamente mayor que el de conductividad; y además que en vez de ser casi constante como él, depende de la movilidad vertical de las burbujas de aire; es decir, que será creciente con la fuerza del viento (causa productora de los impulsos verticales), y decreciente con la estabilidad (resistencia del aire a dichos impulsos).

El problema resulta singularmente sencillo cuando la superficie fría es la del mar, pues entonces su temperatura se mantiene constante. En un ejemplo de este tipo de advección estudiado en

Terranova, las curvas de estado calculadas (fig. 27) coinciden satisfactoriamente con las obtenidas en los sondeos aerológicos. El aire caliente era continental, de 27°C de temperatura potencial, que se suponía constante en los cálculos. Esta masa isentrópica se lanzaba a la velocidad de 5 m/s sobre el mar, cuya temperatura era de 13°C , produciendo una niebla muy densa. La recta *a*) representa el supuesto estado inicial del aire (estratificación indiferente o adiabática) y las curvas *b*) y *c*) los estados teóricos al

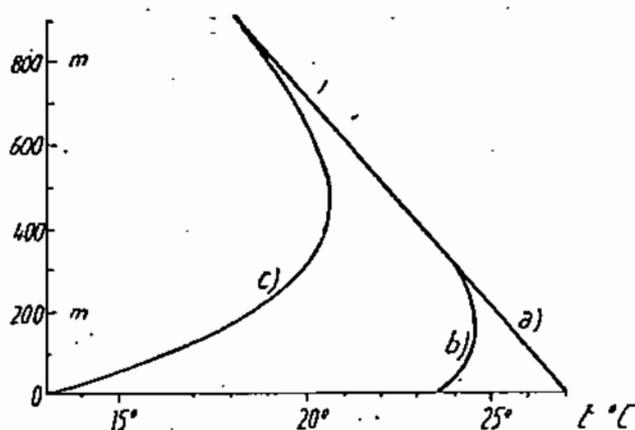


Figura 27

Enfriamiento teórico del aire, por intercambio con la superficie del mar.

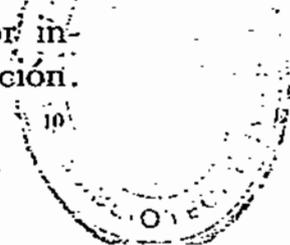
Adiabática *a*): estado inicial del aire.

Curvas *b*) y *c*): líneas de estado (calculadas) después de 1 y 3,5 días, respectivamente.

Temperatura del mar, 13°C .

cabo de 1 y 3,5 días, respectivamente. Se aprecia en la figura que el enfriamiento va penetrando con relativa rapidez en la masa cálida, eso que en este ejemplo el coeficiente de intercambio estaba muy disminuído por la gran estabilidad, como que sólo valía 3 g/cm.s. , que viene a ser la décima parte de los valores corrientes. Se ve además que la zona invadida por el influjo térmico de la superficie queda transformada en una fuerte inversión. Ahora bien, se ha observado que la niebla jamás ocupa esa inversión en toda su profundidad; lo cual era de prever, pues no basta que a una cierta altura empiece a notarse el enfriamiento, para que haya de comenzar también la saturación. Resulta, pues, que las nieblas advectivas, como todas las demás, tienen sobre ellas una inversión (la parte no saturada aún de la inversión total) que les sirve de tapadera o cubierta protectora, impidiendo que sean disipadas.

En virtud de tal carácter progresivo del enfriamiento por intercambio, el espesor de las nieblas irá creciendo con su duración.



Las muy «jóvenes» son a veces tan tenues que, según algunos relatos, basta subirse a los mástiles de los buques para contemplarlas desde encima; en cambio las plenamente desarrolladas alcanzan sin dificultad espesores de 800 m.

CLASIFICACION.—La más completa es la que se funda en el contraste de temperatura entre el aire y el suelo. Puede ser éste debido:

1.º *A la diferencia de temperatura entre el mar y las tierras.* Así se forman: en verano *nieblas de mar* cuando el aire cálido de los continentes sopla sobre las frescas aguas marinas; y en invierno *nieblas de tierra*, cuando el aire tibio del mar invade las llanuras y mesetas heladas de los continentes.

2.º *A la diferencia de temperatura entre la zona tórrida y los polos.*—Así se producen en todo tiempo, y tanto en el mar como en los continentes, las nieblas llamadas *preciclónicas*, cuando el aire tropical que precede a las depresiones se enfría al ir ganando las altas latitudes. *Estas nieblas son más frecuentes en invierno*, porque entonces es más pronunciada la caída de temperatura del trópico al polo; *y su densidad se acentúa más aún en las tierras*, donde el frío continental se suma al determinado por el aumento de latitud.

3.º *A diferencias de temperatura entre unos mares y otros;* pues a veces las hay muy marcadas, aun entre mares contiguos, y la niebla se produce en cuanto sopla el viento del más caliente al más frío. Así se forman nieblas en el Estrecho de Gibraltar, cuando el aire del Mediterráneo deriva hacia el Golfo de Cádiz, cuyas aguas están mucho más frescas.

Algunas nieblas de la parte mediterránea del Estrecho tienen otro mecanismo y representan una curiosa variedad de nieblas de advección; pues se producen cuando una corriente de agua atlántica fresca entra en el Mediterráneo, y se va extendiendo bajo el aire húmedo y caliente, estancado sobre este mar.

Las nieblas más importantes entre las debidas a este tercer motivo de contraste térmico son las que se producen en las costas de Terranova, en que fluyen muy cercanas dos corrientes marinas a muy distinta temperatura: la corriente fría *del Labrador* y la cálida *del Golfo de Méjico*. El fácil paso del aire de la segunda a la

primera explica que se registren allí hasta 23 días de niebla al mes en verano, que es la estación en que son más frecuentes, debido a que entonces la monzón sopla hacia tierra y desvía la corriente del Golfo hacia el norte, aproximándola aún más a la del Labrador.

En suma: las nieblas de advección, como han de formarse sobre suelos fríos, son casi siempre: *propias del verano, en el mar, donde, por cierto, apenas hay otras nieblas que estas advectivas; y propias del invierno, en los continentes; justificando así la célebre regla climatológica de que en toda comarca, los períodos del año en que más nieblas se registran son aquellos en que a ella le corresponde estar más fría que las circundantes.*

III. CONDENSACION POR MEZCLA

95. **Humedad relativa de una mezcla.**—Que en una masa de aire húmedo pueda producirse condensación al mezclarlo con aire más frío, no es cosa evidente por sí misma; pues si bien es notorio que la baja temperatura del aire frío favorecerá la saturación, en cambio, no se sabe si esa tendencia estará contrarrestada por un decrecimiento de la tensión del vapor, ni si resultará suficiente, aunque tal compensación no se produzca, para saturar la mezcla del todo. Para averiguarlo no hay más remedio que *calcular la humedad relativa de la mezcla, en función de las humedades de las masas componentes; problema cuya desproporcionada complicación analítica haremos ver en este apartado, para terminar por resolverlo por métodos gráficos en el siguiente.*

Supongamos que se mezclan al aire libre, es decir, a la presión p constante que reina en la superficie de contacto, dos masas de aire húmedo, M_1 y M_2 , de humedades específicas q_1 y q_2 ; compuestas, por tanto, de $M_1 \cdot q_1$ y $M_2 \cdot q_2$ de vapor de agua y de $M_1(1-q_1)$ y $M_2(1-q_2)$ de aire seco. A veces se da la composición por las cantidades de aire seco μ_1 y μ_2 , y las proporciones de mezcla m_1 y m_2 , y entonces

$$\mu m = M q \quad \text{y} \quad \mu = M(1 - q) \quad (103)$$

son las cantidades de vapor y de aire seco de las masas en función de μ y m .

Sean sus estados (T_1, e_1, p) y (T_2, e_2, p) , y h_1 y h_2 sus humedades

relativas. Determinemos las magnitudes q_3 , m_3 , T_3 , e_3 y h_3 de la mezcla. Desde luego, si todo el vapor de las masas componentes pasa, sin condensarse, a la mezcla, será:

$$q_3 = \frac{\text{total de vapor}}{\text{total de aire húmedo}} = \frac{M_1 q_1 + M_2 q_2}{M_1 + M_2} \quad (104)$$

Del mismo modo

$$m_3 = \frac{\text{total de vapor}}{\text{total de aire seco}} = \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{\mu_1 + \mu_2} \quad (104, a)$$

La temperatura T_3 se tiene expresando que en este proceso, *isobárico y adiabático* respecto al sistema total, no varía la entalpía; es decir, que, aproximadamente:

$$c_p M_1 T_1 + c_p M_2 T_2 \simeq c_p (M_1 + M_2) T_3$$

de donde

$$T_3 \simeq \frac{M_1 T_1 + M_2 T_2}{M_1 + M_2} \quad (105)$$

o, también,

$$T_3 \simeq \frac{\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2}{\mu_1 + \mu_2} \quad (105, a)$$

En estas ecuaciones no se ha tenido presente la diferencia de calor específico de las tres masas. Por eso son sólo aproximadas; más exactas son las que se obtienen poniendo

$$c_p (\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2) + c'_p (\mu_1 m_1 T_1 + \mu_2 m_2 T_2) = c_p (\mu_1 + \mu_2) T_3 + c'_p (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) T_3$$

en que el primer paréntesis de la izquierda es la entalpía del aire seco, y el segundo la entalpía del vapor de agua de las dos masas reunidas, y análogamente en el segundo miembro. Por tanto,

$$T_3 = \frac{c_p (\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2) + c'_p (\mu_1 m_1 T_1 + \mu_2 m_2 T_2)}{c_p (\mu_1 + \mu_2) + c'_p (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)} \quad (105, b)$$

Para obtener T_3 en función de M y q , basta sustituir $\mu m = Mq$; $\mu = M(1-q)$; resulta

$$T_3 = \frac{c_p (M_1 T_1 + M_2 T_2) + (c'_p - c_p) (M_1 q_1 T_1 + M_2 q_2 T_2)}{c_p (M_1 + M_2) + (c'_p - c_p) (M_1 q_1 + M_2 q_2)} \quad (105, c)$$

Los valores exactos no coinciden con los aproximados más que cuando

$$\frac{\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_1 m_1 T_1 + \mu_2 m_2 T_2}{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}$$

o sea cuando

$$(T_1 - T_2)(m_1 - m_2) = 0$$

es decir, cuando son iguales las temperaturas o las proporciones de mezcla de ambas componentes.

La tensión e_3 del vapor se obtiene introduciendo en las ecuaciones aproximadas

$$e_3 \simeq p \frac{m_3}{\varepsilon} = p \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{\varepsilon(\mu_1 + \mu_2)} \quad e_3 \simeq p \frac{q_3}{\varepsilon} = p \frac{M_1 q_1 + M_2 q_2}{\varepsilon(M_1 + M_2)}$$

los valores aproximados de m y q , fórmulas (71, a) y (73, a), página 94, y resulta

$$e_3 \simeq \frac{m_1 e_1 + m_2 e_2}{m_1 + m_2} \quad (106); \quad e_3 \simeq \frac{M_1 e_1 + M_2 e_2}{M_1 + M_2} \quad (106, a)$$

El valor exacto se obtendría sustituyendo en la fórmula exacta

$$e_3 = p \frac{m_3}{m_3 + \varepsilon} = p \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2 + \varepsilon(\mu_1 + \mu_2)}$$

los verdaderos valores de m_1 y m_2 ; se tiene

$$e_3 = p \frac{\varepsilon \left(\mu_1 \frac{e_1}{p - e_1} + \mu_2 \frac{e_2}{p - e_2} \right)}{\varepsilon \left(\mu_1 \frac{e_1}{p - e_1} + \mu_2 \frac{e_2}{p - e_2} \right) + \varepsilon(\mu_1 + \mu_2)}$$

y por último

$$e_3 = \frac{p(\mu_1 e_1 + \mu_2 e_2) - e_1 e_2 (\mu_1 + \mu_2)}{p(\mu_1 + \mu_2) - (\mu_1 e_2 + \mu_2 e_1)} \quad (106, b)$$

Como se ve el valor aproximado (106) sólo coincide con el exacto cuando

$$(\mu_1 e_1 + \mu_2 e_2)(\mu_1 e_2 + \mu_2 e_1) = e_1 e_2 (\mu_1 + \mu_2)^2$$

o sea

$$e_1^2 + e_2^2 - 2e_1 e_2 \equiv (e_1 - e_2)^2 = 0$$

es decir, cuando son iguales las tensiones de las masas componentes. Por eso es extraño que algunos autores que hacen notar la inexactitud de la fórmula (105, a), consideren rigurosa la (106).

En función de M y q se obtiene, por parecidos cálculos, la fórmula exacta

$$e_3 = \frac{p(M_1 e_1 + M_2 e_2) - (1 - \varepsilon) e_1 e_2 (M_1 + M_2)}{p(M_1 + M_2) - (1 - \varepsilon)(M_1 e_2 + M_2 e_1)} \quad (106, c)$$

En cuanto a la humedad relativa h_3 , será evidentemente

$$h_3 = \frac{100 e_3}{E_3} = \frac{M_1 h_1 E_1 + M_2 h_2 E_2}{E_3 (M_1 + M_2)}$$

Pero sabemos que (pág. 107)

$$\ln \frac{E_1}{E_3} = \frac{L}{R'} \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{L}{R' T_1 T_3} (T_1 - T_3) = K (T_1 - T_3)$$

en que K no es constante para todas las mezclas, pero sí muy aproximadamente igual, dentro de cada mezcla, para el par de temperaturas (T_1, T_3) , que para la pareja (T_2, T_3) .

Ahora bien, adoptando las fórmulas aproximadas de T_3 , según las cuales la temperatura se compone según la ley de las mezclas, será (regla del precio medio):

$$\frac{T_1 - T_3}{T_3 - T_2} = \frac{M_2}{M_1} \quad (107); \quad T_1 - T_3 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} (T_1 - T_2)$$

de donde

$$\frac{E_1}{E_3} = e^{K \frac{M_2}{M_1 + M_2} (T_1 - T_2)}$$

y, análogamente, o permutando los índices 1 y 2,

$$\frac{E_2}{E_3} = e^{K \frac{M_1}{M_1 + M_2} (T_2 - T_1)}$$

y, por último,

$$h_3 = \frac{M_1 h_1 e^{\frac{K M_2}{M_1 + M_2} (T_1 - T_2)} + M_2 h_2 e^{\frac{K M_1}{M_1 + M_2} (T_2 - T_1)}}{M_1 + M_2} \quad (108)$$

96. Estudio gráfico de los problemas de mezclas.—La complejidad que presenta la fórmula (108), no obstante ser sólo aproximada, justifica que no se la aplique nunca y que, tanto para calcular h_3 , como para discutir la posibilidad de *la condensación por mezcla*, se recurra siempre a procedimientos gráficos. El diagrama que se usa es el e, T , que ya nos ha hecho buenos servicios (véanse las figs. 23, 24, 25 y 26). Si en él dibujamos, como de costumbre, la curva de saturación $e = E(T)$, la humedad relativa h_1 , correspon-

diente a un estado e_1, T_1 del vapor, tiene una representación inmediata; pues si (fig. 28) P_1 es el punto que representa dicho estado (punto de coordenadas e_1, T_1), la humedad h_1 viene dada por $h_1 = 100 \frac{P_1 B}{A B}$. Las curvas de igual humedad relativa h_1 son, pues, afines de la línea de saturación, siendo $h_1/100$ la razón de afinidad. Por tanto, todas ellas serán también cóncavas hacia arriba.

Supongamos (fig. 28) que se mezclan a presión constante la masa M_1 de aire, con tensión del vapor e , y temperatura T_1 (pun-

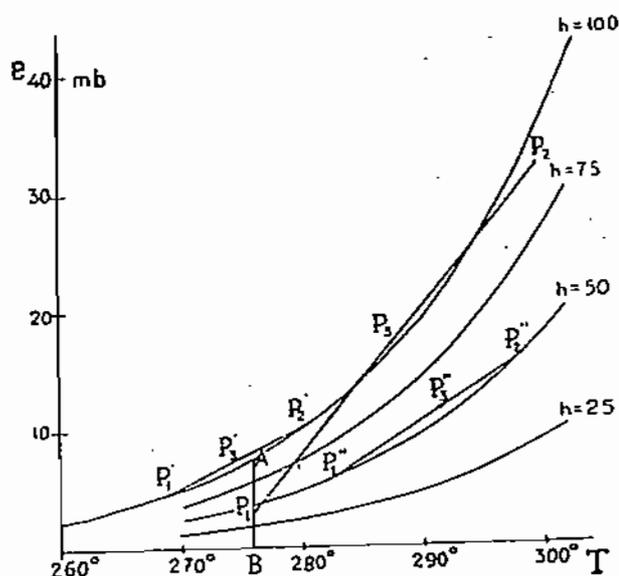


Figura 28

Diagrama e, T , con curvas de igual h para ilustrar la condensación por mezcla.

Masas saturadas (P'_1 y P'_2) dan siempre una mezcla sobresaturada, P'_3 .

Masas de igual humedad (P''_1 y P''_2) dan una mezcla más húmeda que ambas, P''_3 .

Puede haber condensación (P_3), aunque ninguna de las masas (P_1 y P_2) esté saturada.

to P_1), y la masa M_2, e_2, T_2 (punto P_2). Llamando e_3 y T_3 a las coordenadas del punto P_3 que representa el estado de la mezcla, las fórmulas (105) y (106, a)—o aún más claramente las del *precio medio*, tipo de la (107)—nos dicen que P_3 es el centro de gravedad del par de puntos P_1 y P_2 , de masas M_1 y M_2 . Si las masas que se mezclan están saturadas, el aire mixto viene, pues, representado por un punto P'_3 de la cuerda $P'_1P'_2$ de la curva de saturación, y por tanto está sobresaturado. Más general: si las masas que se mezclan tienen la misma humedad relativa h_1 , la mezcla viene re-

presentada por un punto P''_3 de una cuerda $P''_1 P''_2$ de la curva $h=h_1$, y por tanto tiene más humedad que las masas componentes.

En este sentido es como puede decirse que la mezcla favorece la condensación, y no debe extrañarnos que a veces se produzcan condensaciones, aunque no esté saturada ninguna de las dos masas que se funden; tal ocurre para P_1 y P_2 (fig. 28). Es fácil determinar la humedad relativa común que han de tener como mínimo dos masas de aire de temperaturas dadas, T_1 y T_2 , para que al mez-

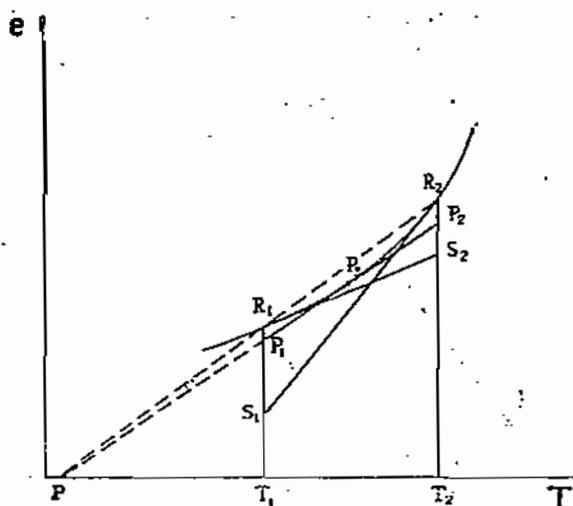


Figura 29

clarse se produzca saturación: basta cortar la curva de equilibrio (fig. 29) por las ordenadas T_1 y T_2 , y trazar la tangente a dicha curva por el punto P en que la cuerda $R_1 R_2$ corta al eje de las T . La relación

$$100 \frac{P_1 T_1}{R_1 T_1} = 100 \frac{P_2 T_2}{R_2 T_2}$$

nos da la humedad que se busca; y la proporción en que ha de mezclarse la masa P_1 con la P_2 será $\frac{P_3 P_2}{P_1 P_3}$

Por el extremo R_1 del arco, tracemos la tangente; sea S_2 el punto en que corta a la ordenada del otro extremo. La relación $100 \frac{S_2 T_2}{R_2 T_2}$ nos da la humedad mínima que ha de tener una masa

de temperatura T_2 para mantener la saturación de la masa R_1 , al mezclarse con cantidades inmensamente mayores de ella. En efecto, como el punto de contacto R_1 es doble, representa a la vez la mezcla saturada, y un ingrediente saturado, infinitamente predominante sobre el otro. Del mismo modo la relación $100 \frac{S_1 T_1}{R_1 T_1}$ nos da la hu-

medad mínima que ha de tener una masa de temperatura T_1 para mantener la saturación de la masa R_2 , al mezclarse con cantidades inmensamente mayores de ella. Ahora bien, como $\frac{S_1 T_1}{R_1 T_1} < \frac{S_2 T_2}{R_2 T_2}$,

resulta que la condensación por mezcla de una masa muy húmeda con cantidades mínimas de otra es más fácil (requiere menos humedad en la otra masa) cuando ésta es la más fría. Por eso se con-

densa nuestro aliento cuando el aire está muy frío, aunque no haya mucha humedad (masa caliente saturada, en contacto con aire frío). En cambio, jamás se observa condensación al abrir en verano una nevera (aire frío saturado, mezclándose con aire caliente).

Esta mayor facilidad de las nieblas de mezcla cuando el aire más húmedo es también el más cálido se deriva fácilmente del carácter positivo de $E''(T)$, para el caso de pequeñas diferencias de temperatura.

Una gran ventaja del diagrama e, T consiste en que puede usarse también como diagrama q, T o m, T , con idénticas construcciones. En efecto, de $q_i \simeq m_i \simeq \varepsilon \frac{e_i}{p}$, en que p es la misma para ambas componentes y para la mezcla, resulta que las e son proporcionales a las q o a las m , y que el eje de las e puede graduarse en q o en m , bien entendido que cada graduación no sirve más que para cierta p , o todo lo más, para un estrecho margen de presiones. Pues bien, este diagrama q, T no sólo nos indica en qué casos habrá condensación, sino que nos sirve para medir la cantidad de agua que se condensa en cada caso. A primera vista parece que si el punto representativo de la mezcla es el P_3 (fig. 30) tendrá que condensarse por unidad de masa de la mezcla el vapor que sobre para la saturación a esa temperatura, que es el representado por el segmento $P_3 Q$ en la escala de q . Esto es lo que se creyó primeramente, y como al hacer los cálculos numéricos resultaban condensaciones muy abundantes, con tal que hubiese suficiente diferencia de temperatura entre las masas mezcladas, hubo una época en que se atribuyó a la mezcla un papel preponderante en la producción de las lluvias. La experiencia parecía corroborar en cierto modo esta tesis, poniendo de manifiesto que en la atmósfera no es raro que se junten corrientes de aire a muy distintas temperaturas, y que precisamente en la zona de encuentro es donde se producen las más copiosas precipitaciones. Claro que esta teoría dejaba sin explicar las lluvias de la zona tórrida, que son las más fuertes de la tierra y se forman sin embargo en una masa de aire casi exenta de con-

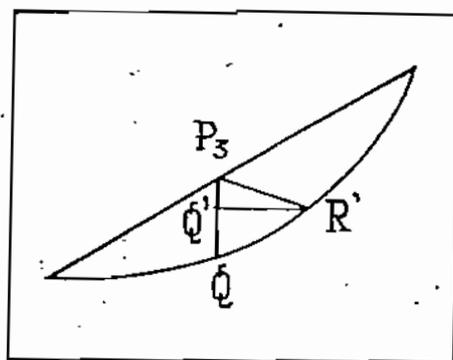


Figura 30

Determinación de una cantidad de agua condensada en una mezcla cuyo punto indicador es P_3 .

$P_3 Q$: condensación aparente.

$P_3 Q'$: condensación efectiva.

trastes térmicos. Pero lo que hace de todo punto inadmisibile esta tesis es que, al suponer que se condensa por unidad de masa el vapor $P_3 Q$, prescinde del efecto del calor de vaporización desprendido. Para calcular dicho efecto basta tener en cuenta que la condensación de $-\Delta q$ gramos de vapor desprende $-L\Delta q$ calorías, que elevarán la temperatura de la unidad de masa en $\Delta T = -\frac{L \cdot \Delta q}{c_p}$. Por tanto si la condensación empezase en el punto P_3 , este punto no se movería a lo largo de la ordenada $P_3 Q$, como parece suponer la interpretación antigua, sino a lo largo de una recta inclinada respecto al eje de las T un ángulo α tal, según la ecuación anterior, que

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\Delta q}{\Delta T} = \frac{c_p}{L}$$

El punto R' en que dicha recta $P_3 R'$ corta a la curva de saturación representa el estado final de la mezcla, pues en él cesarían la condensación y el calentamiento. Se ve que la cantidad $P_3 Q'$ de vapor, condensado por unidad de masa, es mucho menor que la cantidad $P_3 Q$ que se admitía antes; pues la oblicua $P_3 R'$ es casi horizontal ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2500}$); en la figura 30 se ha exagerado enormemente su inclinación para hacerla visible. Aun graduando el eje de ordenadas en gramos de vapor por kilogramo de aire húmedo, el ángulo α no pasa de $\operatorname{arctg} \frac{1}{2,5} \simeq 21^\circ$, y para temperaturas por bajo de 0° C. es menor todavía ($\alpha' = \operatorname{arctg} \frac{240}{675}$); ya que el calor que entonces se desprende es el de sublimación \mathcal{L} .

Estos valores de α se han calculado suponiendo que 1 g. de vapor en la escala q ocupa la misma longitud que 1° C. en la escala T . Como eso casi nunca se cumple en la práctica, lo mejor para determinar la inclinación de la recta $P_3 R'$ será trazarla paralela a la que une el punto 20 g. de la escala q , con el punto de la escala T que diste 50° C. del origen; ya que la condensación de 20 g. de vapor eleva en unos 50° la temperatura de 1 Kg. de aire.

En todo caso, el agua $P_3 Q'$ que en realidad se condensa es una

insignificante fracción de la P_3Q que se condensaría si no fuera por el calor latente desprendido, pues (fig. 30)

$$\frac{P_3 Q'}{P_3 Q} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + E' (T_3)}$$

fracción pequeña y que, además, disminuye rápidamente al crecer T_3 . Resulta, pues, demostrado que *la condensación por mezcla da cantidades de agua que en modo alguno pueden explicar las lluvias de intensidad corriente.*

97. **Nieblas de mezcla.**—Desechada la idea de que la mezcla a presión constante (es decir, la *mezcla horizontal*) puede ocasionar lluvias, se la creía sin embargo capaz de producir nubes y, sobre todo, importantes nieblas. Pero recientemente Petterssen ha negado también que puedan formarse nieblas por *mezcla horizontal*, arguyendo: 1.º Que el agua precipitada en este tipo de mezclas jamás alcanza la cantidad precisa para superar el *intervalo de bruma*. Y 2.º que toda mezcla horizontal va por fuerza asociada a una agitación vertical que tiende a disolver la condensación producida, ya que, como sabemos (págs. 68 y 69), conduce calor hacia abajo y vapor hacia arriba; de modo que *es en las capas altas donde la agitación vertical produce precipitaciones*, en forma de nubes de las llamadas *estratos o nieblas altas*. Según eso, *podría hablarse de nubes y de brumas de mezcla; pero jamás de nieblas de ese origen.*

Es innegable que Petterssen tiene razón, en el sentido de que se ha exagerado mucho la eficacia de la mezcla horizontal para producir nieblas. Sin embargo, su opinión de que *no puede producir ninguna* también nos parece exagerada, pues creemos que hay al menos un tipo de nieblas de las llamadas hasta ahora de mezcla, que son debidas efectivamente a ese mecanismo.

Por eso nos hemos guardado de seguir el ejemplo, bastante corriente en los modernos tratados, de omitir el estudio teórico de la condensación por mezcla, o dejarlo reducido a unas vagas indicaciones.

En Europa las nieblas a que nos referimos se producen de una manera típica en invierno, cuando una borrasca que avanza desde el Atlántico comienza a invadir el continente. Entonces el aire frío, casi estancado, del anticiclón continental se extiende hacia el Oeste en forma de delgada cuña, en suave declive hacia el mar, y por encima de ella soplan con ímpetu vientos marítimos del Sur, per-

tenecientes ya al sistema dinámico de la borrasca. Este contraste de velocidades entre el aire marítimo y el continental favorece la formación de *olas* en la superficie frontera, las cuales se vuelcan o *rompen*, a causa del escaso espesor de la masa fría (es decir, por lo mismo que las olas del mar rompen cerca de las playas), y quedan divididas en multitud de *remolinos de mezcla*. De este modo, el aire frío del suelo de Europa va disolviéndose en el aire cálido superior y al mismo tiempo aparecen las condensaciones de mezcla en forma de *estratos*, los cuales en seguida se propagan hacia el suelo hasta dejar cerrada la niebla. El fenómeno ocurre casi siempre de noche o al amanecer, cuando el frío del suelo acrecienta el contraste de temperatura entre las dos masas; pero también es frecuente que no sobrevenga hasta bastante después de salir el sol, que, como ya hemos explicado, estimula la agitación vertical y favorece la mezcla.

Es notorio que en estas circunstancias carecen de valor las objeciones de Pettersen: Por un lado el contraste térmico alcanza un orden de magnitud excepcional, ya que se suman los debidos a la diferencia de latitudes, al contraste entre la tierra y el mar y a la irradiación nocturna. Además, como el aire superior es el que tiene más humedad específica, *la agitación vertical transporta, en este caso, vapor hacia el suelo*, lejos de empobrecer las capas inferiores. La circunstancia de estar más húmeda la masa más caliente ya hemos dicho que también fomenta la condensación. Por último, como el aire superior venía corriendo sobre el mar antes de subir por la rampa del aire frío, resulta que el calentamiento que sufre al descender de nuevo a tierra no hace más que compensar el enfriamiento debido a una previa elevación; por tanto, aunque las masas están superpuestas, puede decirse que no hay *mezcla vertical*, sino *mezcla horizontal*, a través de un rodeo que da el aire caliente por las alturas.

Las nieblas así formadas se caracterizan por su rápido desarrollo, bien distinto de la gradual aparición de las nieblas de enfriamiento directo, y por su mayor densidad y espesor. Por tanto, son de las más peligrosas para los aviadores y marinos, y las de predicción más importante y, a la vez, más difícil. Aparte de la situación isobárica explicada, deberá ponernos en guardia contra ellas la existencia de una inversión a pocos hectómetros de altura, con vientos fuertes, cálidos y húmedos, por encima, y radiación nocturna intensa en las capas inferiores, como se puede esperar si el cielo quedó sin nubes al atardecer. Entonces no será raro que, llegada la noche, aparezcan bruscamente a la altura de la inversión girones

de fracto-estrato, en veloz movimiento; los cuales, medrando con rapidez, formarán pronto una capa continua de nubes, cada vez más espesa y próxima al suelo, hasta que queda cerrada una niebla sumamente tupida.

Las nubes producidas por la *mezcla vertical*, como no son condensaciones a presión constante, las estudiaremos en otro capítulo.

98. Método de Schnaidt para el estudio de las mezclas.—En estas mezclas a presión constante se conserva la entalpía. Por tanto la temperatura equivalente de Schnaidt t_{e3} , correspondiente al aire mixto, puede calcularse por la *regla de las mezclas*

$$t_{e3} = \frac{\mu_1 t_{e1} + \mu_2 t_{e2}}{\mu_1 + \mu_2}$$

lo mismo que se calcula m_3 (104, a), pág. 148.

Pues bien, Schnaidt parte de los valores t_{e3} y m_3 así calculados, para determinar la temperatura t_3 de la mezcla por medio de la fórmula (96), pág. 113, es decir, pone

$$t_{e3} = t_3 \left(1 + \frac{c m_3}{c_p} \right) + \frac{L(t_3) \cdot m_3}{c_p}$$

Este método tiene en cuenta el calor específico del agua, por lo cual nos da t_3 con más exactitud que el explicado en 96. Para facilitar los cálculos se opera en un diagrama t_e, t (fig. 31), en el cual t_3 será la abscisa del punto P de intersección de la recta

$$y = \frac{L(x) m_3}{c_p} \equiv \frac{L_0}{c_p} m_3 - \frac{c - c'_p}{c_p} m_3 x \quad (a)$$

con la

$$y = t_{e3} - \left(1 + \frac{c m_3}{c_p} \right) x \quad (b)$$

Para trazar la (a) se unen los puntos F y G de graduación m_3 en las escalas AB y CD. Para trazar la (b) (HJ de la figura), como su ordenada en el origen es t_{e3} , bastará darle el coeficiente angular debido, trazándola paralela a la que une el punto fijo B con el punto de graduación m_3 en la escalilla S.

Si la mezcla determina condensación, el valor de m_3 deducido por la regla de las mezclas *no representa sólo vapor, sino cantidad total de agua* por unidad de masa de aire. De este total se encuentra en estado de vapor $M(t_3, p)$, y en estado líquido $m_3 - M(t_3, p)$; luego la t_{e3} de Schnaidt vale

$$t_{e3} = t_3 \left(1 + \frac{c m_3}{c_p} \right) + \frac{L(t_3) \cdot M(t_3, p)}{c_p}$$

ya que sólo la parte gaseosa $M(t_3, p)$ suministra calor de condensación, mientras que calor de enfriamiento lo suministra toda el agua presente, m_3 . Según esto, t_3 es la abscisa del punto Q de intersección de la recta (b), con la línea $y = \frac{L(x) \cdot M(x, p)}{c_p}$, que se construye de una vez para todas, aunque es claro que para cada valor de p habrá que construir una línea diferente.

Conoceremos que ha habido condensación en que el punto P quedará

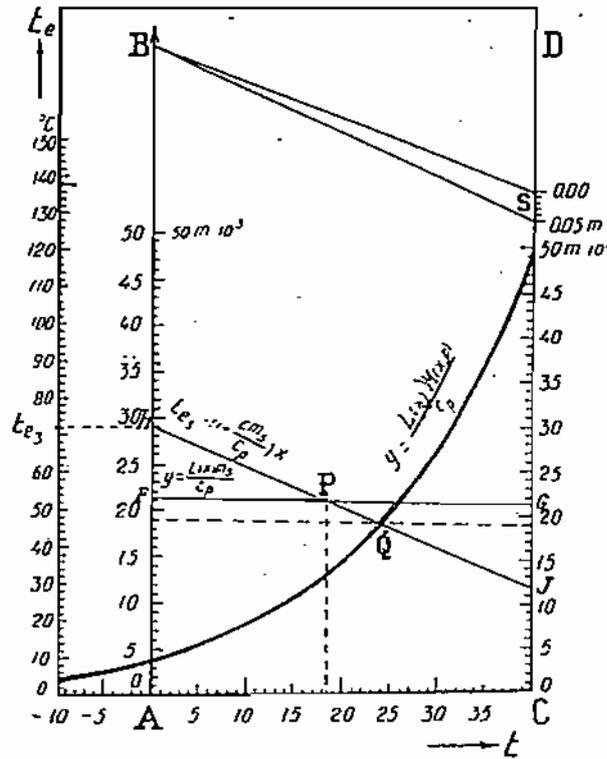


Figura 31

Diagrama t_3, t de Schnaidt para determinar la temperatura t_3 de una mezcla, y la cantidad $m_3 - M(t_3, p)$ de agua condensada.

encima de dicha curva, como en el ejemplo de la figura 31. En tal caso, la cantidad condensada se determina leyendo en la escala AB, o en la CD, la parte de graduación m , comprendida entre la recta FG y la del mismo haz (a) que pasa por Q, marcada de trazos en la figura.

IV. CONDENSACIONES POR EVAPORACION

99. Nieblas de río y de casquete polar.—Cuando una masa de aire se encuentra sobre agua más caliente que él, la evaporación en su seno es muy activa, y proseguirá aun después que el aire se haya saturado; pues la superficie líquida, como está más calien-

te, tiene una humedad equivalente menor de 100 (pág. 131). Este exceso de vapor, al entrar en el aire ya saturado, no puede menos de condensarse inmediatamente: por eso *echan humo* las aguas muy calientes, y de ese modo se forman nieblas en las estaciones frías sobre los ríos y los lagos.

Sabido es que las aguas de éstos suelen tener desde otoño temperaturas varios grados más altas que las tierras de sus orillas. Débese tal diferencia a que el agua es transparente para los rayos solares de onda corta, los cuales calientan de día el fondo del río; mientras que la radiación oscura de onda larga, que emiten dichos fondos, es absorbida en gran parte por el agua; de modo que el calor que penetra en el río queda como aprisionado en él. Por la noche el contraste térmico se acentúa, 1.º por la activa irradiación de las tierras, y 2.º por el *drenaje catabático*, en cuya virtud el aire potencialmente más frío del valle es el que termina por ocupar el más bajo nivel, colocándose sobre la superficie del río, y recibiendo directamente sus vahos. Las nieblas que así se producen descansan al principio sobre el agua misma, y presentan el aspecto de un *río de humos* que cubriese el río líquido, adaptándose a cada una de sus vueltas y meandros; pero después crecen en altura y se desbordan, hasta inundar, en ocasiones, todo el valle.

Mas para que se formen estas nieblas es preciso también que exista una inversión a moderada altura sobre el río. De otro modo la superior temperatura del agua destruirá la estabilidad del aire, y los vahos líquidos serán disipados por la convección, sin llegar a constituir la niebla. Ya sabemos que por falta de esa inversión ocurre a menudo (pág. 143) que es precisamente el río la única zona respetada por una niebla de irradiación que llena su valle. La inversión tendrá que ser tanto más pronunciada cuanto menos flojo sea el viento, y mayor el contraste de temperaturas entre el agua y el aire. Por eso las nieblas de río y de lago alcanzan su máxima frecuencia en otoño y primavera (más aún en otoño, porque entonces hay más estabilidad). En verano nunca se forman, porque el suelo está más caliente que el agua. En invierno son raras, porque los ríos tienen tan grande exceso de temperatura sobre el aire que casi siempre la estabilidad se destruye; o bien porque la superficie evaporante está cubierta de una capa de hielo. Cuando esta capa se rompe, brota por el boquete un verdadero surtidor de niebla.

A pesar de su escaso espesor, que rara vez excede de 200 m., estas nieblas, por lo muy tupidas y persistentes que suelen ser, hacen

ingrata en otoño la vecindad de los ríos de cierto caudal. Y como cerca de ellos se instalan muchos aerodromos, resulta que también desde el punto de vista del aviador son perjudiciales y dignos de estudio estos fenómenos.

De origen parecido son las nieblas que se forman, especialmente también en otoño, sobre ciertos terrenos húmedos (pantanos, bosques, etc.), menos afectados por el enfriamiento nocturno que los circundantes. Mas en este caso la evaporación es menos activa, y sólo enturbia, generalmente, una capa de algunos metros de espesor, y, a veces, más delgada aún (recuérdense las famosas *nieblas más bajas que un hombre*).

Las nieblas de evaporación de los mares polares se producen principalmente en extensiones de mar libre rodeadas de témpanos, y por eso alcanzan su mayor frecuencia en verano, cerca del borde del casquete glacial.

100. Nieblas y estratos producidos por evaporación de lluvias.— Es frecuente que las gotas de lluvia caigan a través de aire más frío que ellas. Las nieblas de evaporación que entonces se producen tienen mayor importancia que las de río, porque son de carácter menos local y, de ordinario, más espesas.

Una circunstancia que favorece su formación es que en la primera fase del fenómeno, cuando el aire atravesado por la lluvia no ha tenido aún tiempo de saturarse, la evaporación de las gotas lo enfriará, acrecentando el contraste térmico, y pudiendo llegar a producirlo, si inicialmente no existe. Mas recuérdese que este enfriamiento del aire tiene un límite, que es su temperatura t' del termómetro húmedo. Por tanto, si t' es inicialmente mayor que la temperatura de las capas de que la lluvia cae, jamás se pondrá el aire más frío que ella, ni, por tanto, podrán producirse condensaciones de evaporación.

Ni siquiera a t' bajará, en rigor, la temperatura del aire, cuando desde el principio esté la lluvia más caliente que él; pues entonces su temperatura t' no es invariante para las evaporaciones de agua en su seno, sino que aumenta, ya que el calor latente lo suministrarán las gotas mismas de lluvia, al menos hasta que la evaporación las ponga más frías que el aire. Una vez saturado éste, su temperatura ya no variará, sino para subir de un modo insensible, por efecto del contacto con las gotas, más calientes. (La evaporación no cuenta, ya que el calor que en ella se gasta se desprende de nuevo al condensarse el vapor producido.)

Las principales lluvias que dan origen a nieblas de este género son las llamadas *lluvias de frente cálido*, que se producen cuando una masa de aire caliente sube a lo largo de la rampa que le presenta una masa inferior de aire frío en forma de cuña (fig. 32). La lluvia formada por el enfriamiento adiabático de este viento ascendente se evapora al atravesar la cuña de aire frío, y las condensaciones que así se producen se llaman *nieblas o estratos prefrontales*, porque en el movimiento de conjunto de las dos masas, cuya direc-

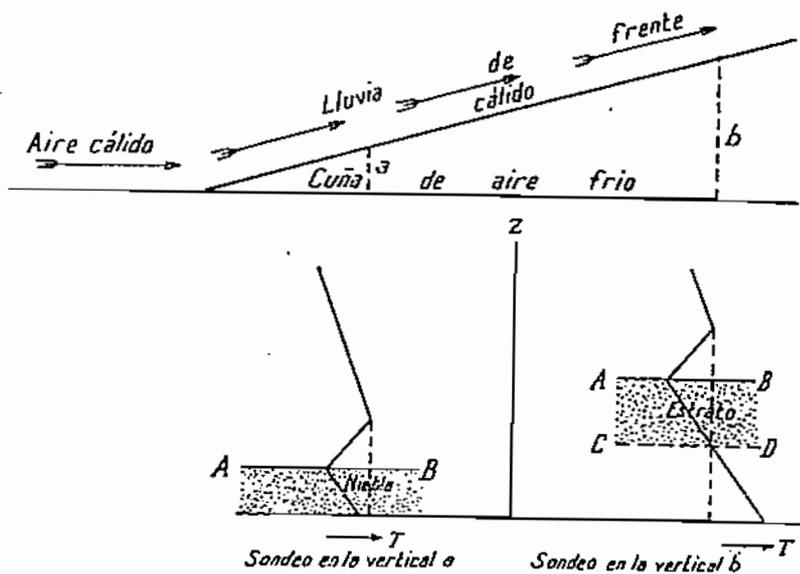


Figura 32

Condensaciones prefrontales por evaporación de la lluvia de frente cálido.
 Parte superior: Ascenso del aire caliente, para escalar la cuña del aire frío.
 Parte inferior: Distribución de la temperatura en las verticales *a* y *b*. *AB*, base de la zona en que se engendra la lluvia.

ción es la misma de la corriente caliente, estos fenómenos caminan *delante del frente cálido*, que es como se llama el borde de la cuña fría.

Como la temperatura de ésta no es uniforme, sino que en general desciende con la altura, puede ocurrir que sólo su parte superior se encuentre más fría que la lluvia, y entonces, en vez de una niebla, se producirá un *estrato de evaporación*. La figura 32 pone de manifiesto que el que suceda lo uno o lo otro depende, en general, de la distancia al frente cálido. En las proximidades de él (sondeo en la vertical *a*) todo el aire que queda bajo la capa en que se produce la lluvia está más frío que ella, y, por tanto, es una *niebla lo que resulta*. A una distancia mayor del frente

cálido, el sondeo en la vertical b demuestra que sólo entre los niveles AB y CD está el aire más frío que la lluvia, y por tanto resultará un *estrato de evaporación*.

V. OTRAS PARTICULARIDADES DE LAS NIEBLAS

101. *Nieblas de otros orígenes.*—Para no echar en olvido ninguna posible causa de producción de nieblas por enfriamiento, Petterssen hace un análisis de la velocidad de descenso relativo de la temperatura del aire $-\frac{d \ln T}{dt}$. Según la fórmula (29), página 29, valdrá:

$$\frac{d \ln T}{dt} = \frac{1}{c_p} \cdot \frac{dS}{dt} + \frac{R}{c_p} \frac{d \ln p}{dt}$$

Desarrollemos, en el segundo sumando,

$$\frac{d \ln p}{dt} = \frac{\partial \ln p}{\partial t} + \vec{c} \cdot \nabla \ln p$$

en que \vec{c} designa el vector *velocidad del viento*, cuya componente horizontal llamaremos \vec{c}_3 (la vertical es z). Si llamamos $\nabla_3 \ln p$ a la componente horizontal de $\nabla \ln p$, será:

$$\frac{d \ln p}{dt} = \frac{\partial \ln p}{\partial t} + \vec{c}_3 \cdot \nabla_3 \ln p + z \frac{\partial \ln p}{\partial z}$$

y por tanto

$$-\frac{d \ln T}{dt} = -\frac{R}{c_p} \left[\frac{\partial \ln p}{\partial t} + \vec{c}_3 \cdot \nabla_3 \ln p + z \frac{\partial \ln p}{\partial z} \right] - \frac{1}{c_p} \frac{dS}{dt}$$

a) Pasamos por alto el último término, $-\frac{1}{c_p} \frac{dS}{dt}$, que expresa la disminución de temperatura por pérdidas de calor a presión constante, ya que las nieblas originadas por estos *enfriamientos isobáricos* han quedado cumplidamente discutidas bajo los títulos 93 y 94.

b) El término $-\frac{R}{c_p} z \frac{\partial \ln p}{\partial z}$ (enfriamiento por elevación adiabática) es el más importante para la formación de *nubes*; pero para que pueda originar *nieblas* es menester que el aire *suba sin apar-*

tarse del suelo, es decir, que suba deslizándose a lo largo de una pendiente. Para que se produzcan estas nieblas de pendiente es necesario además que sea muy estable la estratificación, para que no alcancen a subvertirla ni el calor latente desprendido, ni la turbulencia del viento. Las nieblas de pendiente suelen ser muy profundas, pues por lo general toman parte en el deslizamiento *cuesta arriba* capas de aire de gran espesor.

c) El término $-\frac{R}{c_p} \overline{c_3} \cdot \nabla_3 \ln p$ representa el enfriamiento adiabático del aire al fluir horizontalmente hacia las bajas presiones, y es proporcional al gradiente horizontal relativo de la presión, y al flujo del viento a través de las isobaras. Mas la Dinámica enseña que a grandes gradientes horizontales corresponden fuertes vientos, y que cuando el aire cruza con rapidez las isobaras es porque hay mucho rozamiento. En uno y otro caso se producirá gran turbulencia, de modo que este flujo horizontal del aire hacia las bajas presiones no puede determinar nieblas de importancia, a no ser que le ayuden otros factores meteorológicos.

Así, aunque algunos tratados atribuyen a este efecto las nieblas que suelen observarse hacia la parte central de las borrascas, es seguro que en su formación intervienen con más eficacia aún otros factores, a saber: 1.º, la advección en el sentido de 94 (en este caso, el enfriamiento de

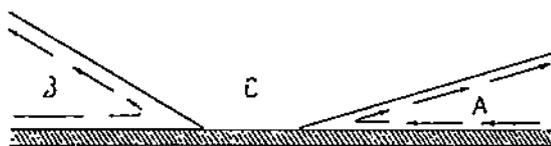


Figura 33

Elevación del aire en las cuñas frías por *convergencia subfrontal*. El fenómeno es más frecuente en el frente frío B que en el cálido A, y se debe a un retardo de la superficie frontal en su avance (hacia la derecha en la figura).

las corrientes tropicales, al avanzar hacia el norte en la parte anterior del núcleo de la borrasca); 2.º, la evaporación prefrontal de lluvias (100), y 3.º, los deslizamientos ascendentes a que se ve forzado el aire en lo interior de las cuñas frías, cuando el viento llega al borde de la cuña y no puede escapar más que hacia arriba, a lo largo de su cara superior o *superficie frontal* (fig. 33). Este mecanismo, que podría llamarse *elevación por convergencia subfrontal*, no produce nieblas por sí solo; pero las nubes que origina son muy bajas, debido a la mucha humedad que hay en el centro de la depresión, y fácilmente se prolongan hasta el suelo, a favor de los otros agentes productores de nieblas.

d) El término $-\frac{R}{e_p} \frac{\partial \ln p}{\partial t}$ representa la rapidez con que desciende la temperatura en virtud de la depresión *local* o *isalobárica*, y puede alcanzar considerable magnitud. Mas para que el enfriamiento producido sea grande, esta depresión local ha de afectar durante largo rato a la misma masa aérea, y entonces los fuertes gradientes de presión que se forman desencadenarán vientos capaces de disipar toda niebla en el suelo. Más probable es que por este mecanismo se formen nubes a grandes alturas, donde las corrientes son menos turbulentas, y, además, las *depresiones relativas* son más importantes que en el suelo, ya que las *depresiones absolutas* tienen el mismo orden de magnitud arriba que abajo.

Como fruto de esa discusión hemos hallado sólo una nueva especie de nieblas: las *nieblas de pendiente*. Los términos c) y d), así como las convergencias subfrontales de la figura 33, representan mecanismos que pueden, todo lo más, *contribuir* a la formación de nieblas, asociados con otros agentes más eficaces.

Pero he aquí que los modernos estudios están demostrando que aun los factores más poderosos—radiación, advección, evaporación, etcétera—necesitan con frecuencia sumar sus efectos para producir *nieblas de origen mixto*, que en ciertas regiones parecen ser las más comunes. Así, en muchas nieblas de radiación, el *drenaje catabático*, al arrastrar el aire frío hacia los niveles inferiores, pone el aire caliente que hay encima en contacto con el suelo frío, y produce de este modo un efecto de advección. También las *nieblas de mezcla* descritas en 97 tienen mucho de advección, puesto que al mezclarse el aire frío continental con el aire cálido, queda la masa mixta sobre una planicie helada que le comunicará al principio una temperatura inferior a la que le corresponde por la fórmula de las mezclas. Y, análogamente, podrían aducirse otros muchos ejemplos que nos demostrarían hasta qué punto sería equivocado el emprender el estudio físico de una niebla con el prejuicio de que ha de ser producida por *una sola* de las causas estudiadas; las cuales, a poco que se reflexione, se advertirá que, lejos de ser incompatibles entre sí, no son ni siquiera independientes en el fondo, por más que al estudiarlas se haga abstracción de los rasgos comunes, para esquematisar la teoría.

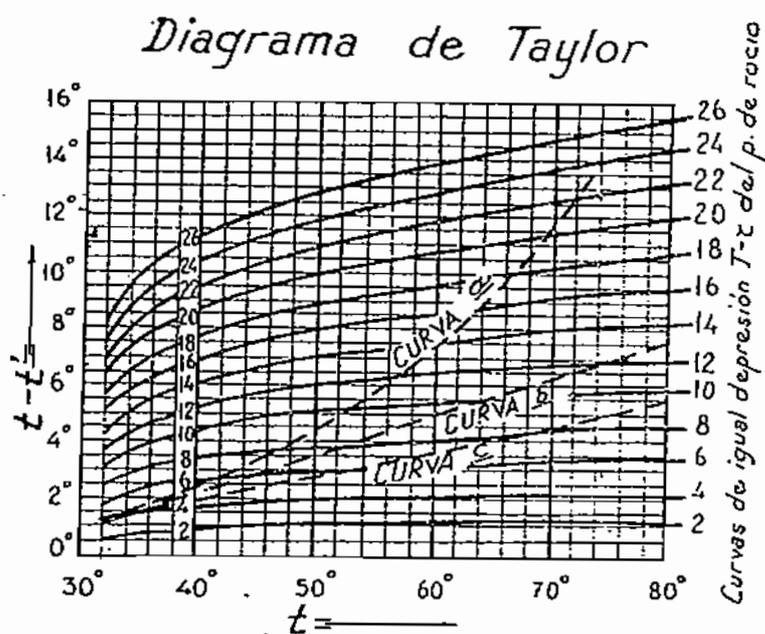
En cuanto a la clasificación de las nieblas, nos conformamos con la *genética*, tal como queda explicada, sin detallar siquiera su nomenclatura, que nos parece poco feliz, por sus denominaciones, ambiguas algunas, como la de *nieblas de inversión* o la de *nieblas monzónicas*, y francamente confusas otras (distinción entre *nieblas de mar* y *nieblas marítimas*). Las clasificaciones modernas, adaptadas al punto de vista de las *masas de aire*, son menos claras y *menos físicas*, y responden a un criterio práctico que no se acomoda a nuestros propósitos.

En el capítulo de *Meteorología coloidal* se estudiarán las relaciones

de la niebla con la nieve, y ciertas particularidades relacionadas con la índole de los núcleos de condensación, como el peculiar carácter de las nieblas de urbe y el influjo de la luz en las nieblas.

102. Predicción de las nieblas.—Pronosticar si en una noche determinada se formará niebla o no es un problema que no puede abordarse por métodos puramente físicos, pues el ajuste de los diversos factores meteorológicos es tan delicado, y los influjos locales tan complejos, que escapan a todo análisis.

Por fortuna, la estadística da resultados excelentes, sobre todo si está orientada por un previo estudio físico de las diferentes clases



Si la observación de las 18 h queda por encima de la curva a, o la observación de las 20 h por encima de la curva b, no es de esperar niebla por la noche.
Si una observación cualquiera queda por encima de la curva c, no es de esperar niebla en las cuatro horas siguientes.

de niebla propias de la comarca. En cada localidad bastará determinar estadísticamente los valores máximo, mínimo y óptimo del viento en los días de niebla de cada clase, y el valor normal del enfriamiento nocturno y del descenso de la temperatura de rocío; la comparación de estas magnitudes sugiere de un modo inmediato reglas empíricas casi infalibles.

Taylor construyó para Kew un diagrama de probabilidad de nieblas en las noches de calma (viento de unos 2 m/s.) que conviene conocer, porque ha sido adaptado con éxito a otros muchos observatorios. Las ordenadas son (fig. 34) las diferencias psicro-

métricas $t-t'$; las abscisas, las temperaturas t (todo en grados Fahrenheit); y las curvas llenas son las líneas de igual depresión $T-\tau$ del punto de rocío. Taylor comprobó que la probabilidad de que haya niebla por la noche varía de un modo muy discontinuo cuando el punto que representa el estado del aire a las 18 h. cruza la línea superior de trazos a de la figura 34; pues por encima de

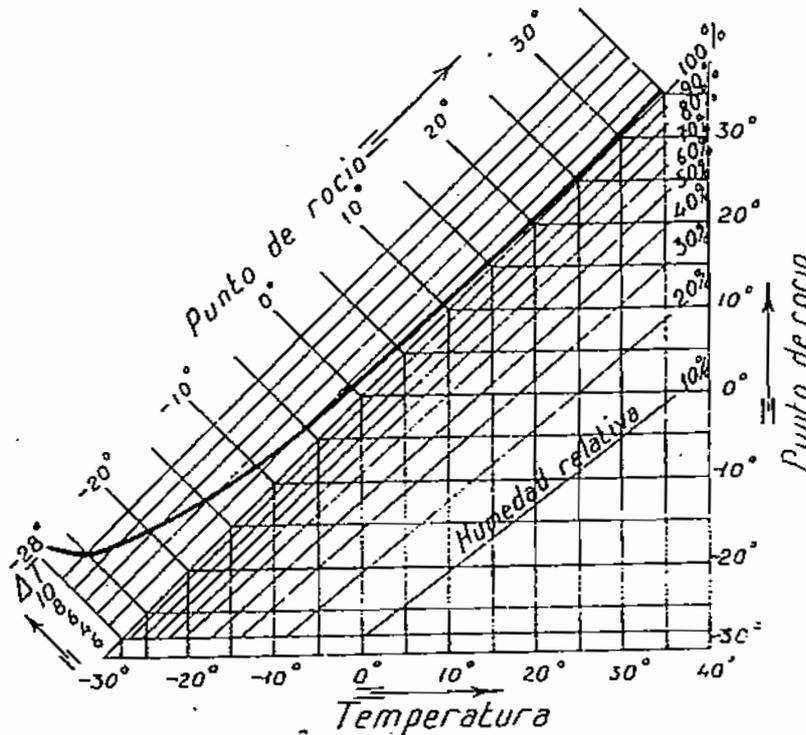


Figura 35

Diagrama de Petterssen.

Por medio del haz de líneas de igual humedad, se marca el punto inicial t_0, b_0 . Su ordenada nos da τ . Restando de τ la ordenada ΔT correspondiente, de la curva auxiliar, se obtiene la temperatura a que se formará la niebla.

dicha línea la probabilidad de niebla es $\leq 1/10$, y por debajo $\geq 1/2$. Análogas propiedades tiene la curva central de trazos b respecto a la observación de 20 h. Si la observación se hace a una hora cualquiera, la curva inferior de trazos c se comporta de un modo parecido respecto a la probabilidad de niebla en las cuatro horas siguientes.

Petterssen propone trasladar esas tres curvas al diagrama $(\tau-273, t)$ (fig. 35), que se presta muy bien a medir el enfriamiento necesario para alcanzar la saturación y para salvar el intervalo de bruma. En efecto, en este diagrama la curva de equilibrio $\tau-273=t$ es la bisectriz, $y=x$, del primer cuadrante, y de ella

se sirve Petterssen como eje de abscisas de un ábaco auxiliar, cuyas ordenadas ΔT son los enfriamientos por bajo del punto de rocío. En este segundo ábaco va trazada la curva que limita el *intervalo de bruma*; de modo que de él puede deducirse con gran facilidad la temperatura a que se forma la niebla.

Una gran ventaja del sistema coordenado $\tau-273, t$ es que en él resultan casi rectas las líneas de igual humedad relativa h . En efecto, por definición de punto de rocío podemos escribir la ecuación (89) (pág. 107) en la forma

$$\ln \frac{E(T)}{e} = \frac{L}{R'} \left[\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T} \right]$$

de donde

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{T} + \frac{R'}{L} \ln \frac{E(T)}{e} \simeq \frac{1}{T} + \frac{0,11}{600} \ln \frac{100}{h} \quad (110)$$

luego las curvas de igual humedad son las hipérbolas

$$\frac{1}{y + 273} = \frac{1}{x + 273} + 0,000183 \ln \frac{100}{h}$$

que, en los estrechos intervalos de temperatura del diagrama, se confunden con rectas.

No menos interesante que predecir la formación de nieblas es pronosticar su disolución. El diagrama de Petterssen da de un modo inmediato el aumento de temperatura preciso para disolver la *niebla mínima* (0,5 g. de agua por m³); pero sería fácil completarlo con las curvas correspondientes a nieblas de densidades mayores. De todos modos, se ve que cuanto más baja es la temperatura más difícilmente se disolverá la niebla. Por eso, en ambientes muy fríos es muy común que las nieblas resistan todo el día, sin disiparse, los rayos del sol.

Capítulo VI

CONDENSACIONES POR ELEVACION ADIABATICA DEL AIRE

I. SATURACION DEL AIRE POR ASCENSO ADIABATICO

- 103. **Variación de la humedad relativa en el aire ascendente.**— En este capítulo vamos a demostrar que la elevación adiabática del aire puede producir condensaciones, cosa que ya habíamos afirmado (págs. 127 y 128), pero haciendo notar que no es evidente, ya que se trata de un enfriamiento con disminución de e . Demostraremos, ante todo, en este mismo apartado, que cuando el aire sube adiabáticamente, su humedad relativa h aumenta, y que si el ascenso continúa, acaba por alcanzarse la saturación.

Diferenciando logarítmicamente la fórmula $h = 100 \frac{e}{E}$, e introduciendo en el resultado el valor de $\frac{dp}{p}$ propio de la evolución adiabática, y el valor de $\frac{dE}{E}$ que nos da la fórmula (87), página 106, se tiene:

$$\frac{dh}{h} = \frac{de}{e} - \frac{dE}{E} = \frac{dp}{p} - \frac{dE}{E} = \frac{c_p}{R} \cdot \frac{dT}{T} - \frac{L}{R'} \cdot \frac{dT}{T^2} \quad (111)$$

o sea,

$$\frac{dh}{dT} = \frac{h}{T} \left[\frac{c_p}{R} - \frac{L}{R' T} \right]$$

Ahora bien, la condición necesaria y suficiente para que el ascenso adiabático haga crecer la humedad es que $\frac{dh}{dT} < 0$; pues

entonces crecerá h al disminuir la temperatura, o sea, al aumentar la altura. Habrá de ser, pues,

$$c_p T < \frac{R}{R'} L = \varepsilon L$$

o bien

$$T < \frac{\varepsilon L}{c_p} \simeq \frac{375}{0,24} \quad (112)$$

condición que infaliblemente se cumple, sobre todo a las temperaturas atmosféricas.

Integrando la ecuación (111) bajo la hipótesis de L constante, se obtiene:

$$\ln \frac{h}{h_0} = \frac{c_p}{R} \ln \frac{T}{T_0} + \frac{\varepsilon L}{R} \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right] \quad (113)$$

fórmula que da la humedad relativa del aire ascendente, en función de su temperatura. Poniendo en ella $h=100$, se obtiene una ecuación que podría servirnos para determinar la temperatura T , a que el aire queda saturado. Fácil es ver que dicha ecuación admite siempre una solución T , *positiva*, es decir, físicamente admisible, con tal que sea $h_0 \neq 0$; y como por baja que resulte esa temperatura T , hay siempre un nivel en que el aire ascendente la alcanzaría, queda probado que *el ascenso de aire húmedo conduce siempre a la saturación, con tal que no se pongan límites a su alcance.*

Más fácil todavía es recurrir a la ecuación diferencial aproximada

$$\frac{dh}{h} \simeq \left[\frac{c_p}{R} - \frac{\varepsilon L}{R T_0} \right] \frac{dT}{T}$$

pues su integral

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{- \left(\frac{\varepsilon L}{R T_0} - \frac{c_p}{R} \right)} \quad (114)$$

cuyo exponente es verdaderamente negativo en virtud de (112), se presta mejor al cálculo numérico, y, sobre todo, al cálculo gráfico. En efecto, en virtud de (114) en un diagrama $\ln h$, $\ln T$, la variación de h con T , a partir de un estado h_0 , T_0 , viene representada por la recta

$$y - y_0 = - \left[\frac{\varepsilon L}{R T_0} - \frac{c_p}{R} \right] (x - x_0)$$

de suerte que la abscisa de la intersección de esta recta con la horizontal de humedad 100 nos da de un modo inmediato la temperatura T_s . La solución así obtenida

$$T_s = T_0 \left(\frac{100}{h_0} \right)^{\frac{1}{\frac{\varepsilon L}{RT_0} - \frac{\varepsilon_p}{R}}} \quad (114, a)$$

es aproximada *por defecto*, y con un error insignificante, ya que la temperatura exacta de condensación admite la forma

$$T_s = T_0 \left(\frac{100}{h_0} \right)^{\frac{1}{\frac{\varepsilon L}{RT_m} - \frac{c_p}{R}}} \quad (114, b)$$

siendo T_m una temperatura intermedia entre T_0 y T_s , y, por tanto, menor que T_0 . Así, pues, la ecuación (114 a), además de la utilidad práctica de darnos un valor aproximado de T_s , tiene el interés teórico de que nos demuestra que existe el valor exacto, de un modo más sencillo que el estudio directo de la fórmula (113).

- 104. Nivel de condensación.—Así se llama la altura Z_s a que el aire ascendente queda saturado; o sea, la altura a que se alcanza la temperatura T_s . Viene dado por

$$Z_s = \frac{T_0 - T_s}{\gamma} \simeq (T_0 - T_s) \text{ Hm. dinámicos} \simeq 102 (T_0 - T_s) \text{ metros} \quad (115)$$

pues para que se desarrollen corrientes ascendentes de importancia es preciso que sea $\alpha \simeq \gamma$, y entonces el enfriamiento adiabático individual puede tomarse también $\simeq \gamma$.

a) *Fórmula de Schubert*.—La ecuación (115) no es nada cómoda, pues exige determinar previamente T_s , por medio de la (114 a). Un modo más fácil de obtener Z_s se deduce teniendo en cuenta que T_s es el punto de rocío τ_s a la altura Z_s . Si τ_s fuese igual al valor inicial τ_0 , es decir, si τ no variase con la altura, la diferencia $T - \tau$ disminuiría 1° C. por Hm. dinámico, y, por tanto, la altura Z_s a que se anularía sería, precisamente, de $T_0 - \tau_0$ Hm. dinámicos. Pero como τ disminuye a su vez en 1/6 de grado por Hm. din. de elevación (pág. 137), resulta que la diferencia $T - \tau$ no disminuye más que 5/6 de grado por Hm. din., y por tanto, se anulará a la altura

$$Z_s \simeq \frac{6}{5} (T_0 - \tau_0) \text{ Hm. din} \simeq 122 (T_0 - \tau_0) \text{ metros} \quad (116)$$

Esta es la llamada fórmula de Schubert, de Hennig o de Ferrel.

En realidad, la fórmula (102 d) (pág. 137), que nos ha servido para deducirla, se obtuvo suponiendo $\tau \simeq 273^\circ$ y $L=L_0$. Pero mediante una sencilla modificación del coeficiente 122 de la (116), se puede hacer aplicable esta fórmula a temperaturas bastante distintas de 0° . Basta poner en la (102 b) (pág. 137) $\frac{\tau^2}{T} \simeq \tau$, y escribirla después en la forma

$$d\tau \simeq \frac{c_p \cdot 273 \left(1 + \frac{\tau}{273}\right) dT}{\epsilon L_0 \left(1 - \frac{0,6}{I_0} \frac{\tau}{273}\right)} \simeq \frac{273 c_p}{\epsilon L_0} \left[1 + \left(\frac{1}{273} + \frac{1}{1000}\right) \tau\right] dT$$

en que τ es la temperatura de rocío en escala centígrada. Resulta, pues,

$$d\tau \simeq 0,176 (1 + 0,0047 \tau) dT$$

Introduciendo, por tanto, en las fórmulas ese valor en lugar de $1/6$, el coeficiente k de la (116) tomaría los siguientes valores, según el valor de τ_0 .

τ_0	-20°	-10°	0°	10°
k	119	121	122	123

b) *Fórmula de Väisälä.*—Para obtener Z_s sin previa determinación de τ_0 , es decir, a base de los datos directos de observación T_0 y h_0 , recurriremos a la fórmula (113). Llamando

$$x = \log \frac{100}{h_0} = M \ln \frac{100}{h_0}; \quad (M = \log e),$$

resulta

$$x = M \ln \frac{100}{h_0} = M \frac{c_p}{R} \ln \frac{T_s}{T_0} + M \frac{\epsilon L}{R} \left[\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_0} \right]$$

y poniendo

$$\ln \frac{T_s}{T_0} \simeq \frac{T_s - T_0}{T_0} = -\frac{\gamma Z_s}{T_0}; \quad \frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_0} = \frac{\gamma Z_s}{T_0 \cdot T_s}$$

queda

$$x = \frac{M \gamma Z_s}{R T_0} \left[\frac{\epsilon L}{T_s} - c_p \right]$$

y despejando Z_s

$$Z_s = \frac{R T_0}{M \gamma} \cdot \frac{x}{\frac{\epsilon L}{T_s} - c_p} = \frac{R}{M \gamma \epsilon L} \cdot \frac{T_0 x}{\frac{1}{T_s} - \frac{c_p}{\epsilon L}}$$

Para eliminar el T_s del denominador, Väisälä desarrolla

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_0 \left[1 - \frac{\gamma Z_s}{T_0} \right]} \approx \frac{1}{T_0} \left(1 + \frac{\gamma Z_s}{T_0} \right)$$

con lo cual, sin embargo, introduce en dicho denominador un término Z_s , que sustituye luego por

$$Z_s \approx 3870 x$$

valor que para $t_0=0$ constituye una *primera aproximación* aceptable. Acaso sea más cómodo, y no menos exacto, poner en primera aproximación $\frac{1}{T_s} = \frac{1}{\tau_s} \approx \frac{1}{\tau_0}$, ya que la variación de τ es muy pequeña, como hemos visto. Y como ((110) pág. 167),

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{T_0} + \frac{R}{\varepsilon L} \ln \frac{100}{h_0} = \frac{1}{T_0} + \frac{R}{\varepsilon L} \cdot \frac{x}{M}$$

resulta

$$Z_s = \frac{R}{M \gamma \varepsilon L} \cdot \frac{T_0 x}{\frac{1}{T_0} + \frac{R x}{\varepsilon L M} - \frac{c_p}{\varepsilon L}}$$

De cualquiera de los dos modos, poniendo $T_s = 273 + t_0$, y despreciando los términos en $\left(\frac{t_0}{273}\right)^2$, etc., se llega a una expresión del tipo

$$Z_s = a \frac{\left(1 + \frac{t_0}{273}\right) x}{1 - \frac{b t_0}{273} + \frac{x}{c}}$$

la cual, por el orden de magnitud de los coeficientes, admite la simplificación

$$Z_s \approx a \left[1 + \frac{b+1}{273} t_0 \right] \frac{x}{1 + \frac{x}{c}} = A(t_0 + B) \frac{x}{x + c} \equiv 188 (t_0 + 105) \frac{x}{x + 5,1} \quad (117)$$

que es la fórmula de Väisälä. Este autor ha construido reglas de cálculo para utilizarla muy rápidamente. (Advertiremos que en su deducción se vale de la fórmula empírica de Magnus—(88) pág. 106—, y no de fórmulas teóricas, como la (113).)

c) *Construcción gráfica.*—Por medio de cualquier diagrama aerológico se determina fácilmente el nivel de condensación, interpolando por el punto p_0 , T_0 , representativo del estado inicial, una adiabática, y limitándola en el punto Q en que corta a la línea

equisaturada $M=m_0$, correspondiente a la proporción de mezcla del aire ascendente (fig. 36); pues es claro que la saturación se alcanzaría en ese punto Q, y así, con su temperatura T_s , ya se puede aplicar la fórmula (115), es decir, la regla de los Hm. din.

d) *Advertencias sobre el uso de estos métodos.*—Estas fórmulas y construcciones se aplican mucho en Meteorología para determinar la altura de la base de las nubes; pero sólo son válidas cuando nos consta que las nubes se producen por ascenso del mismo

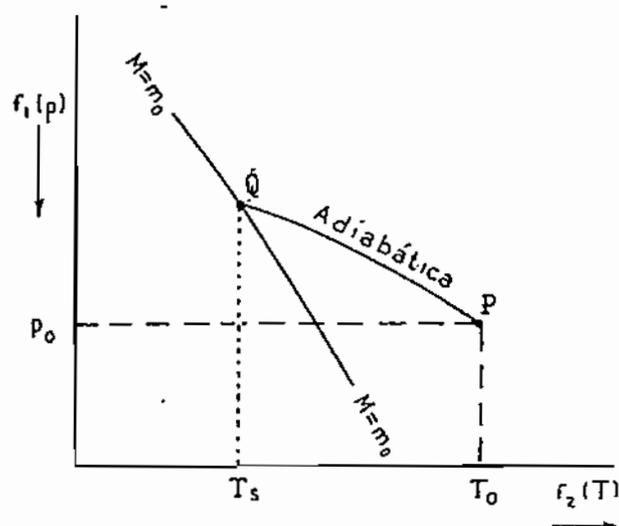


Figura 36

Construcción para hallar el nivel de condensación.

aire en que medimos T_0 y h_0 . Si las nubes no son de corriente ascendente, las fórmulas nos darán resultados absurdos. Lo mismo ocurrirá si la corriente ascendente en que la nube se forma no *arranca del suelo mismo*; por ejemplo, si tratamos de medir la altura de una nube de las llamadas de relieve—producidas por la elevación del viento al transmontar una sierra—y hacemos nuestras observaciones de T_0 y h_0 en el fondo de una hondonada, en aire que no toma parte en el ascenso.

Aun aplicadas con toda precaución dan estas fórmulas resultados poco precisos; pues las medidas telemétricas suelen situar el verdadero nivel de las nubes bastante por encima del *nivel de condensación teórico*. Esto parece ser debido a que el aire sube recibiendo calor por radiación, y perdiendo vapor de agua por mezcla con las corrientes descendentes contiguas. O bien, a que hacemos las observaciones que sirven de base a nuestros cálculos demasiado cerca del suelo, en una lámina de aire muy perturbado, que no sirve para representar las condiciones medias del aire ascendente.

105. **Pronóstico de la altura de los cúmulos.**—Insistimos en que las fórmulas (116) y (117) presuponen la existencia real de la corriente ascendente, revelada por la nube producida. Es decir, que resuelven el problema de, *dada una nube de corriente ascendente, determinar su altura, conocido el estado T_0 , h_0 inicial del aire.* Si aplicásemos, por ejemplo, la fórmula (116) en el seno de una inversión matutina, la altura Z , que obtendríamos sería *la de las*

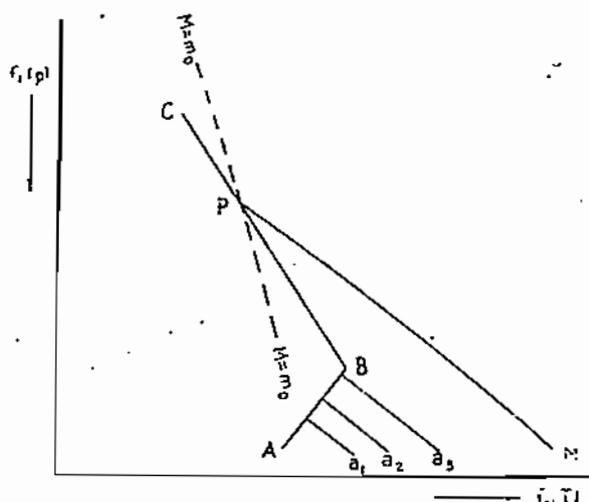


Figura 37

Pronóstico del nivel de los cúmulos.
 ABC , línea de estado a 7 h.
 Línea de trazos, equisaturada a $M = m_0$, correspondiente a la proporción de mezcla en el suelo. m_0 .
 P , punto en que el aire, subiendo a lo largo de la adiabática MP , alcanza la saturación.

nubes que podrían producirse si el aire del suelo subiera adiabáticamente hasta saturarse; pero eso es un resultado sin sentido físico alguno, ya que entonces, mientras no desapareciera la inversión, resultaría de todo punto imposible que el aire de tierra ascendiese a centenares de metros.

Gran interés meteorológico presenta, en cambio, el problema de pronosticar por la mañana la altura de los cúmulos que puedan formarse a mediodía. Claro que para eso tampoco nos sirve la fórmula (116), ya que a mediodía T_0 y h_0 tienen valores completamente distintos de los de la mañana. Para resolver este problema se necesita un sondeo aerológico. Sea ABC (fig. 37) la línea de estado a 7 h. Para que el aire A del suelo pueda subir, es preciso que el calentamiento inferior y la agitación turbulenta le vayan preparando en el ambiente el único camino posible de elevación, o sea, una línea de estado adiabática. Ahora bien, desde el ama-

ner, ambos agentes, actuando con arreglo al mecanismo explicado en (49) (págs. 68 y 69), comienzan a destruir la estabilidad de la inversión y a establecer sucesivamente las líneas de estado adiabáticas a_1, a_2, a_3, \dots , que permiten al aire inferior ascensos de creciente alcance. Pero la condensación no se producirá hasta que el aire no llegue al punto P, en que su humedad específica m_0 , que habrá variado muy poco en el curso de la mañana, resulte ya saturante. Por tanto:

a) *Los cúmulos, si es que se producen, se formarán al nivel del punto P, en que la línea equisaturada $M=m_0$ corta a la línea de estado.*

b) *La probabilidad de que el aire pueda subir hasta ese nivel, o sea, de que se formen en efecto los cúmulos, se apreciará comparando la distancia entre la línea de estado matutina ABP y la adiabática de ascenso MP, con la potencia de los agentes que tienen que transformar la una en la otra (calentamiento diurno de la tierra, y turbulencia mecánica). Por eso, el área comprendida entre ambas líneas en los diagramas llamados *emagramas*, se toma, como veremos, como índice de la energía necesaria para desencadenar la formación de los cúmulos.*

Algunos autores recomiendan que la construcción anterior no se haga exclusivamente a base del aire del suelo, muy perturbado, sino a base de aire situado a cierta altura. Desde luego, la comparación con medidas ópticas de la altura demuestra que en nuestros climas los cúmulos suelen formarse más bajos de lo que anuncia el pronóstico: lo cual debe atribuirse a que m_0 no es rigurosamente invariante en el curso de la mañana, sino que suele aumentar (pág. 136), sobre todo hasta el momento en que comienza la formación de los cúmulos, pues entonces el intercambio se activa de tal modo que el aire del suelo no tarda en empobrecerse en vapor.

106. Distribución vertical de la humedad relativa. Nubes de turbulencia.—La constancia de m y de θ , que, según hemos dicho en la página 126, tiende a ser establecida por la agitación vertical, no podría alcanzarse para todo el espesor de la atmósfera, aunque los fenómenos de condensación no lo impidiesen. Bastaría para vedarlo la existencia de las *inversiones*, las cuales, con su gran estabilidad, cohiben de tal modo los intercambios verticales que puede decirse que la atmósfera queda dividida por ellas en masas independientes, imposibilitadas de mezclarse las unas con las otras; de

modo que la acción del intercambio vertical queda reducida a ir estableciendo una m y una θ uniformes *dentro de cada masa*.

Ahora bien, en toda masa suficientemente agitada para que esas magnitudes hayan llegado a ser constantes en su seno, se verificará, en virtud de la uniformidad de m , que $\frac{de}{e} = \frac{dp}{p}$; y en virtud de la constancia de θ que $\frac{dp}{p} = \frac{c_p}{R} \frac{dT}{T}$; y, por tanto, serán aplicables las ecuaciones (111) a (117), deducidas para el aire ascendente, con la diferencia de que para él las variaciones con la altura tenían un sentido individual, y aquí lo tienen geométrico. Por tanto:

a) *En toda masa bien agitada, la humedad relativa aumenta con la altura con arreglo a la ecuación (113)*. Por eso se observa en los sondeos que la curva de la humedad $h(p)$ sigue un curso casi exactamente inverso al de la curva de la temperatura $T(p)$; creciendo la humedad con la altura en lo interior de cada masa de aire, que es donde la temperatura decrece, y descendiendo bruscamente h en las inversiones, debido a que en ellas, la parte superior es más húmeda de la masa de abajo se encuentra en la inmediata proximidad de la parte inferior o más seca de la masa de encima.

b) *En toda capa bien agitada se producirán nubes, en cuanto su espesor pase de la altura Z , del nivel de condensación, dada por las fórmulas (116), etc.* Estas nubes de turbulencia pueden formarse en todas las masas de la atmósfera; pero son frecuentes, sobre todo, en la inferior, comprendida entre el suelo y la inversión más baja, porque en ella son mayores que en ninguna otra, tanto la humedad específica, como la turbulencia térmica y la dinámica.

A esta clase de nubes pertenecen los cúmulos y fracto-cúmulos que se forman en las masas húmedas cuando las arrastra un viento fuerte y de gran turbulencia. Pero también las hay que se producen sin viento, por convección térmica: tales son los llamados *estratos de mezcla vertical*, que aparecen bajo la inversión de subsidencia, en aire anticiclónico, sin movimiento horizontal casi, pero muy removido verticalmente, durante el día, por el calentamiento de las capas inferiores, y durante la noche por el enfriamiento de las superiores (pág. 142).

Estos estratos, importantes por sí mismos, y más aún porque

en ellos se inicia a veces la formación de nieblas, pueden pronosticarse por medio de la fórmula de Schubert, con tal que se conozca la altura de la inversión de subsidencia. Si ésta es menor que Z_i , no se formará el estrato; y si se forma durante la noche por enfriamiento, tenderá a disiparse de día. Si la inversión está poco más alta que el nivel de condensación, se formará una capa nubosa intermitente y propensa a disiparse. Sólo cuando la inversión empiece muy por encima de Z_i , habrá que contar con una capa de nubes continua, persistente y espesa.

II. CONDENSACION DEL VAPOR EN EL AIRE ASCENDENTE

107. **Condición de condensación por enfriamiento adiabático.**— Si una vez saturado, el aire continúa subiendo, se hace preciso un nuevo estudio para inquirir lo que sucederá. *A priori* no lo sabemos, ya que no parece imposible que la condensación se interrumpa a poco de comenzar, debido, por una parte, al calor de vaporización que se desprende, y, por otra, a la inercia térmica del agua condensada. Comenzaremos, pues, por estudiar cómo se comporta el vapor de agua, puro o mezclado con la fase líquida, al expandirse adiabáticamente; y pasaremos después a investigar el comportamiento del sistema agua-vapor, cuando se expansiona mezclado con el aire.

a) *Expansión adiabática del sistema agua-vapor.*— Sea una mezcla de x gramos de vapor con $1-x$ de agua, en estado de equilibrio. Para que al expansionarse adiabáticamente, o sea, al descender su temperatura, haya evaporación (aumento de x), y no condensación, es preciso que sea x función decreciente de la temperatura, o bien que

$$\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_s < 0$$

Ahora bien, para que sea

$$\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_s = - \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_x}{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_T} < 0$$

la fracción $\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_x}{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_T}$ habrá de ser positiva, y como su denominador

lo es, desde luego, ya que para evaporar agua a temperatura constante hay que aportar entropía, también el numerador habrá de ser positivo; es decir, llamando c_x al calor específico de la mezcla, cuando evoluciona a x constante, o sea, sin cambiar de composición, habrá de ser

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_x \equiv \frac{1}{T} \cdot \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_x \equiv \frac{c_x}{T} > 0$$

lo cual exige que

$$c_x > 0$$

La condición necesaria y suficiente para que en una mezcla de vapor con agua líquida la dilatación adiabática produzca evaporación es que sea positivo su calor específico «a composición constante». *

Esta consecuencia podría haberse deducido sin fórmulas; pues si el enfriamiento adiabático produce evaporación, para mantener la composición constante habrá que condensar de nuevo el líquido evaporado, lo cual exige que el sistema desprenda calor. Por tanto, la mezcla desprende calor al descender su temperatura; es decir, tiene un calor específico positivo. Igual se prueba que para que el enfriamiento adiabático produzca condensación, ha de ser negativo el calor específico a x constante.

* En el caso del agua, consideremos primero el vapor saturante puro ($x=1$). Para determinar su calor específico (que llamaremos C_s como de costumbre, y no c_s), escribiremos, tratándolo como gas perfecto de volumen específico V' , y calor específico a presión constante c'_p :

$$(\delta Q)_s = C_s dT = c'_p dT - V' dE$$

de donde, aplicando la fórmula de Clapeyron,

$$C_s = c'_p - V' \frac{dE}{dT} = c'_p - \frac{V'}{V' - v} \frac{L}{T} \simeq c'_p - \frac{L}{T} \quad (118)$$

pongamos ahora $c'_p = 0,44$ y $\frac{L}{T} \simeq 2$; resulta:

$$C_s \simeq -1,56 \text{ cal./g. grad.}$$

El vapor saturante puro tiene negativo su calor específico, y, por tanto, se condensa por expansión adiabática.

* Calculemos ahora el calor específico de la mezcla x , $1-x$, ya

que conocemos el de sus dos componentes (el del agua c_0 se puede tomar $\simeq 1$).

Valdrá

$$c_x = c_0(1 - x) + x C_x \simeq 1 - x - 1,56 x \simeq 1 - 2,56 x \quad (119)$$

luego el enfriamiento adiabático de la mezcla sólo produce condensación entre $x = 1$ y $x \simeq \frac{1}{2,56} = \frac{25}{64}$. Para valores de x más pequeños aún, es evaporación lo que se produce.

Cierto que en la atmósfera no suelen darse estas mezclas tan ricas en líquido (8 de líquido por 5 de vapor), pues es sabido que aun en nubes muy densas suele haber más agua al estado de vapor que al estado líquido. Pero la proporción $8/5$, aunque excepcional en la atmósfera, no es imposible, y desde luego hay que contar con ella siempre que se hace la suposición—muy común en Meteorología—de que el aire sube (arrastrando consigo toda el agua que va condensándose) hasta alcanzar tan grandes elevaciones que casi todo el vapor se licúa. Esta suposición, que sirve de base a ciertas definiciones y razonamientos meteorológicos, resultaría, pues, absurda, si el vapor y el agua líquida subiesen solos; pero en seguida vamos a demostrar que el influjo del aire modifica el comportamiento de la mezcla, hasta el punto de hacer que en la atmósfera la condensación por enfriamiento adiabático continúe indefinidamente, en vez de cesar al alcanzarse una determinada riqueza de líquido.

En el caso de líquido puro o casi puro, el razonamiento anterior no nos dice cómo se comporta la mezcla agua-vapor al *expandirse* adiabáticamente; sólo nos dice que, por ser $c_0 > 0$, habrá evaporación cuando se *enfríe* adiabáticamente; pero nótese que aquí no siempre es lo mismo *enfriamiento adiabático* que *expansión adiabática*; a veces es lo contrario, ya que el agua, por tener negativo entre ciertas temperaturas su coeficiente de dilatación a presión constante, se *enfría* entonces al *contraerse* adiabáticamente.

El estudio precedente de la mezcla agua-vapor puede hacerse muy intuitivo por medio del diagrama T, S. La figura 38 representa en dicho diagrama la curva de equilibrio CA del líquido puro; la CV del vapor puro; y dos mezclas (líneas 1 y 2) de composición constante. Se ve que en la curva CV del vapor y en la 1 de la mezcla más pobre en líquido, al crecer S decrece T, como corres-

ponde al *calor específico negativo* de ambas evoluciones; pues bien, las flechas (líneas de enfriamiento isentrópico) que arrancan de esas curvas conducen evidentemente a mezclas más ricas en líquido; es decir, que entonces *el enfriamiento adiabático produce condensación*. En cambio las flechas que parten de las líneas como la CA y la 2 en que T crece con S y por consiguiente $c_x > 0$, apuntan a mezclas menos condensadas, demostrando que *cuando predomina mucho el líquido, el enfriamiento isentrópico produce evaporación*.

b) *Expansión adiabática de aire saturado que contiene gotas de agua líquida*.—Cuando el sistema agua líquida + vapor saturado

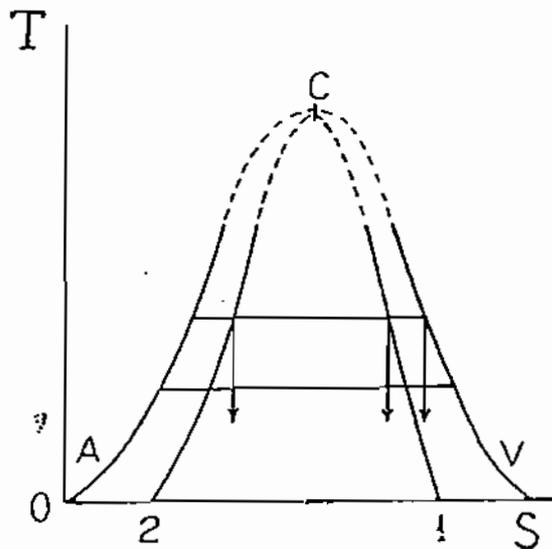


Figura 13

38

sube mezclado con aire, es notorio que la presencia de éste favorecerá la condensación; pues, según vimos en la página 99, el vapor de agua, a igualdad de expansión relativa, se enfría más cuando está mezclado con aire que cuando se expande solo. Pero para apreciar en toda su enorme importancia el influjo del aire, hay que estudiarlo cuantitativamente.

Sea 1 gramo de aire seco al que acompañan a gramos de agua, de los cuales M son de vapor y $a - M$ de líquido, ambos saturados. Para que la expansión adiabática de esta mezcla ocasionase *evaporación* sería preciso que fuese *positiva* su capacidad calórica, al evolucionar a *composición constante*. Es decir, que designando por

$p' = p - E$ la presión del aire seco y por V su volumen específico, habría de ser

$$\underbrace{c_p - V \frac{dp'}{dT}}_1 + \underbrace{(a - M) c_0 + M \left(c_p' - \frac{L}{T} \right)}_2 > 0 \quad (120)$$

ya que los términos 2 representan, según (118), la capacidad calórica del agua, y los 1 la del aire seco. Ahora bien, por ser constante la cantidad de vapor, y por permanecer éste saturado, se tiene $\frac{dp'}{p'} = \frac{de}{e} = \frac{dE}{E}$, y podemos escribir

$$V \frac{dp'}{dT} = \frac{RT}{p'} \cdot \frac{dp'}{dT} = \frac{RT}{E} \cdot \frac{dE}{dT} = \varepsilon V' \frac{dE}{dT} \approx \varepsilon \frac{L}{T}$$

y por tanto (120) toma la forma

$$c_p - \varepsilon \frac{L}{T} + (a - M) c_0 + M \left(c_p' - \frac{L}{T} \right) > 0 \quad (120 a)$$

y despejando en esta inecuación a , que es la única incógnita, ya que las demás magnitudes son constantes o funciones de estado, resulta la condición

$$a > \frac{\varepsilon \frac{L}{T} - c_p + \left(\frac{L}{T} + c_0 - c_p' \right) M}{c_0} \quad (121)$$

o sea, para $T \approx 300^\circ$,

$$a > \frac{5}{4} - 0,24 + 2,56 M \approx 1,01 + 2,56 M$$

Como se ve, sólo en mezclas con más agua líquida que aire se producirá *evaporación por enfriamiento adiabático*; de modo que ese proceso puede descartarse en absoluto como posibilidad meteorológica. Por de pronto queda plenamente justificada la suposición de que *en toda masa de aire que se eleva arrastrando consigo el agua líquida que va apareciendo, la condensación prosigue indefinidamente*; pues entonces es $a = M_0 \ll 1$.

Nótese que cuanto más baja la temperatura, más crece $\frac{L}{T}$ y más disparatadamente excesiva resulta, por tanto, la cantidad a de agua exigida por la condición (121); sobre todo para temperaturas bajo 0°C , pues entonces L se convierte en \mathcal{L} y c_p se reduce a la mitad, por representar el calor específico del hielo.

108. **Gradiente adiabático del aire saturado.**—Una de las consecuencias más importantes de la condensación del vapor en el aire saturado ascendente consiste en que el calor latente desprendido aminora el enfriamiento que la elevación produce. Así, cuando el aire saturado sube con la misma densidad que el ambiente, su índice $-\frac{dT}{dz}$ de enfriamiento por elevación adiabática, en vez de ser igual a la constante γ como en el caso del aire puro, tiene un valor variable, pero siempre más pequeño que γ , que llamaremos Γ . Para calcular Γ escribamos que el calor cedido al sistema 1 g de aire $+ Mg$ de vapor saturado es precisamente el $-LdM$ procedente de la condensación; es decir, que

$$-L dM = (c_p + M c'_p) dT - V dp \quad (122)$$

en que $c_p + M c'_p$ es la capacidad calórica de la mezcla, y V su volumen, o sea el volumen específico del aire puro. Ahora bien, en virtud de la pequeñez de M podemos tomar en primera aproximación

$$-L dM \simeq c_p dT - V dp \simeq c_p dT + g dz$$

y también, despreciando E y dE en relación con p y dp ,

$$-L dM \simeq -LM d \ln \left(\epsilon \frac{E}{p} \right) = -LM \left(\frac{dE}{E} - \frac{dp}{p} \right) \simeq -LM \left(\frac{dE}{E} + \frac{g dz}{RT} \right)$$

con lo cual queda (122) en la forma

$$-\left(c_p + \frac{LM}{E} \frac{dE}{dT} \right) dT \simeq g \left(1 + \frac{LM}{RT} \right) dz$$

de donde

$$\Gamma \equiv -\frac{dT}{dz} \simeq \frac{g \left(1 + \frac{LM}{RT} \right)}{c_p + \frac{LM}{E} \frac{dE}{dT}} \simeq \frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{\epsilon LE}{RT p}}{1 + \frac{\epsilon L}{p c_p} \frac{dE}{dT}} = \gamma \frac{p + \epsilon \frac{LE}{RT}}{p + \epsilon \frac{L}{c_p} \frac{dE}{dT}} \quad (123)$$

El cálculo de esta fórmula se facilita teniendo en cuenta que el término $\varepsilon \frac{L}{c_p} \frac{dE}{dT}$ no es independiente del $\varepsilon \frac{LE}{RT}$, ya que según la fórmula (87), página 106, no menos aproximada que la (122), se verifica

$$\varepsilon \frac{L}{c_p} \frac{dE}{dT} = \varepsilon \frac{L}{c_p} \frac{L}{R} \frac{E}{T^2} = \frac{\varepsilon^2 L^2 E}{c_p RT^2} \approx \frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 E$$

luego

$$\Gamma = \gamma \frac{p + \frac{\varepsilon L}{RT} E}{p + \frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 E} \quad (123 a)$$

He aquí un cuadro de los valores de $\frac{\Gamma}{\gamma}$ para las temperaturas y presiones que pueden registrarse en la atmósfera:

$\frac{p}{T}$	1.000 mb.	900	800	700	600	500	400	300
320°	0,28	0,28						
315	0,30	0,29						
310	0,32	0,31	0,30					
305	0,35	0,34	0,32					
300	0,38	0,37	0,35	0,33				
295	0,42	0,40	0,38	0,36				
290	0,47	0,45	0,43	0,40	0,38			
285	0,52	0,50	0,47	0,45	0,42	0,39		
280	0,58	0,56	0,53	0,50	0,47	0,44	0,40	
275	0,64	0,62	0,59	0,56	0,53	0,49	0,45	
273 (a)	0,67	0,64	0,62	0,59	0,56	0,52	0,47	
273 (b)	0,56	0,58	0,56	0,53	0,49	0,46	0,41	
270	0,65	0,62	0,60	0,57	0,54	0,50	0,45	0,40
265	0,72	0,70	0,68	0,65	0,62	0,58	0,53	0,47
260	0,79	0,78	0,76	0,73	0,70	0,67	0,62	0,56
255	0,85	0,84	0,82	0,80	0,78	0,75	0,70	0,65
250	0,90	0,89	0,88	0,86	0,84	0,82	0,78	0,73
245	0,93	0,93	0,92	0,91	0,89	0,88	0,85	0,81
240	0,96	0,95	0,95	0,94	0,93	0,92	0,90	0,87
235	0,97	0,97	0,97	0,96	0,96	0,95	0,94	0,92
230	0,98	0,98	0,98	0,98	0,97	0,97	0,96	0,95
220	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98

Como se ve, a igualdad de presión, decrece $\frac{\Gamma}{\gamma}$ al aumentar la temperatura, lo cual se comprende considerando que, según vimos en la página 133, cuanto más caliente está el aire más copiosa es la

condensación, y mayor por tanto el calor latente que se aplica a aminorar el enfriamiento. En cambio Γ crece con p , a igualdad de T , debido a que cuanto mayor sea p más pequeños serán M y el calor $-LdM$ disponible para atenuar el enfriamiento de cada unidad de masa de aire puro.*

Las fórmulas (123 y 123 a) dan una aproximación suficiente para todos los casos posibles en la práctica; así que el obtener valores más exactos de Γ sólo puede interesar desde el punto de vista especulativo, y nosotros no nos entretendríamos en dar la fórmula exacta, si no fuese porque en algunos tratados, al pretender mejorar las (123) y (123 a) se introducen errores físicos y numéricos más grandes aún, que es necesario corregir.

Para obtener el verdadero valor de Γ , introduzcamos en la fórmula (122) la ecuación barométrica exacta, la cual, por ser $\frac{1+M}{V}$ la densidad del aire húmedo, dirá

$$-V dp = V g \frac{1+M}{V} dz = g(1+M) dz \quad (124)$$

Calculemos también exactamente la diferencial

$$\begin{aligned} -L dM &\equiv -LM d \ln \frac{\epsilon E}{p-E} = -LM \left[\frac{dE}{E} - \frac{dp}{p-E} + \frac{dE}{p-E} \right] = \\ &= -LM \left[\frac{p}{p-E} \frac{dE}{E} - \frac{dp}{p-E} \right] \end{aligned}$$

y sustituyamos en el paréntesis, según (124),

$$-\frac{dp}{p-E} \equiv -\frac{V dp}{V(p-E)} = -\frac{g(1+M) dz}{RT}$$

La ecuación (122) queda convertida en la

$$-LM \left[\frac{p}{p-E} \frac{dE}{E} + \frac{g(1+M) dz}{RT} \right] = (c_p + M c_p') dT + g(1+M) dz$$

de donde

$$\begin{aligned} \Gamma &= \gamma(1+M) \frac{1 + \frac{LM}{RT}}{1 + \frac{M c_p'}{c_p} + \frac{p}{p-E} \frac{LM}{E c_p} \frac{dE}{dT}} = \\ &= \gamma(1+M) \frac{p-E + \frac{\epsilon L}{RT} E}{p-E + \epsilon \frac{c_p'}{c_p} E + \frac{p}{p-E} \frac{2}{7} \left(\frac{\epsilon L}{RT} \right)^2 E} \end{aligned}$$

En el denominador, pongamos

$$\varepsilon \frac{c_p'}{c_p} = \frac{R}{R'} \frac{c_p'}{c_p} = \frac{R}{c_p} : \frac{R'}{c_p'} \approx \frac{2}{7} : \frac{2}{8} = \frac{8}{7}$$

y, por fin, resulta

$$\Gamma = \gamma(1+M) \frac{p + \left(\frac{\varepsilon L}{RT} - 1 \right) E}{p + \left[\frac{p}{p-E} \cdot \frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 - \frac{1}{7} \right] E} \quad (123 \text{ b})$$

Por medio de esta fórmula se han obtenido los números del cuadro anterior. Los valores de M , que aquí desempeña el papel de una corrección insignificante, se han leído, con aproximación sobrada, en un diagrama termodinámico. De las simplificaciones que conducen de esta fórmula exacta a la aproximada (123 a), la más legítima sin duda es la que consiste en prescindir en el denominador del término $\frac{E}{7}$. Más aventurado es prescindir de $-E$ en el numerador, y más todavía reducir a 1 el coeficiente $\frac{p}{p-E}$ del gran término $\frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 E$ del denominador; pues ambas simplificaciones producen aumentos de Γ que pueden resultar considerables, sobre todo para pequeñas presiones y elevadas temperaturas. Pero estos errores se compensan en parte con la disminución introducida al reducir a 1 el coeficiente $1+M$ de la fracción; por lo cual la fórmula (123 a) resulta muy aceptable sin necesidad de enmiendas, como lo demuestra el cuadro siguiente, en que se comparan los valores que ella da con los valores exactos, en las más desfavorables condiciones:

T	p	$\frac{\Gamma}{\gamma}$ aprox. (123 a)	$\frac{\Gamma}{\gamma}$ exacto (123 b)
320°	900 mb	0,296	0,275
310°	800	0,315	0,298
300°	700	0,345	0,332
290°	600	0,387	0,379

En todo caso, lo que no es admisible es que para perfeccionar esta fórmula (123 a), se introduzcan otras, deducidas a base de incorrecciones físicas o matemáticas, como las

$$\Gamma = \gamma \frac{1 + \frac{LM}{RT}}{1 + \frac{LM}{E c_p} \frac{dE}{dT} - \frac{LM}{c_p T}}$$

$$\Gamma = \gamma \frac{p + \frac{\varepsilon L}{RT} E}{p + \frac{\varepsilon L}{c_p} \cdot \frac{dE}{dT} + \frac{\varepsilon}{c_p} \left(c + \frac{dL}{dT} \right) E} \quad (c, \text{ calor específico del agua líquida})$$

que se encuentran en algunos tratados.

III. EL CALOR DE CONDENSACION COMO FUENTE DE INESTABILIDAD EN LA ATMOSFERA

- 109. **Superior dinamismo del aire saturado. Higrolabilidad.**— Para que en el aire saturado haya estabilidad contra los impulsos ascendentes, es preciso que sea $\alpha < \Gamma$, lo cual, como, según hemos visto, $\Gamma < \gamma$, se cumple más difícilmente que la condición $\alpha < \gamma$ de estabilidad del aire seco. Así, para los gradientes α tales que

$$\Gamma < \alpha < \gamma$$

habrá estabilidad si el aire está seco; pero habrá inestabilidad si está saturado. Esta inestabilidad del aire, debida precisamente a su estado de saturación, se llama *higrolabilidad*.

Por otra parte, aun supuesta la estabilidad para el aire saturado ($\alpha < \Gamma$), toda burbuja saturada, más caliente que el medio, necesitará subir más, para alcanzar el *nivel de equilibrio*, que si estuviese seca a la misma temperatura, y por tanto llegará a dicho nivel con velocidad mayor. Este superior alcance y rapidez de los movimientos ascendentes del aire saturado se traduce, por continuidad, en una mayor pujanza de las corrientes horizontales que los alimentan, y por este sencillo mecanismo es como el calor de condensación se transforma en energía cinética de los movimientos atmosféricos.

Así se explica que, en igualdad de condiciones, los vientos muy húmedos sean siempre más fuertes que los secos. En la India, por ejemplo, si la monzón invernal, relativamente seca, es muchísimo más floja que la de verano, de procedencia marítima, es porque ésta, al chocar con el macizo del Himalaya, tiene que elevarse, y produce torrenciales lluvias; y el calor desprendido por estas condensaciones, que son las más copiosas del mundo, acelera de tal modo la monzón de verano, que en esta época desaparece en el Océano Indico el régimen normal de vientos alisios y la zona de

calmas ecuatoriales. Mas sin buscar ejemplos tan extremados, la misma brisa de mar es casi siempre *menos floja* que la de la tierra, aunque muchas veces la condensación en la ^{mas fuerte} primera es tan poco importante, que no llega a producir lluvias, sino sólo alguna nubosidad de relieve.

La estabilidad del aire saturado es tanto más difícil, cuanto más alta sea su temperatura. En el suelo, aire saturado a 35° necesitaría un gradiente menor que $0,33^{\circ}/100$ m para tener estabilidad. Así se explica el enorme dinamismo del aire húmedo y cálido a la vez, que se pone de manifiesto en los ciclones tropicales, en las diarias tormentas de la zona ecuatorial de calmas y, en suma, en todos aquellos meteoros cuya energía motriz proviene de una subversión vertical.

Una prueba de que los ciclones tropicales están alimentados principalmente por el calor de condensación es que siempre se engendran y propagan en parajes marítimos; si asaltan un continente, pierden ímpetu y pronto se extinguen. En cambio las borrascas de aire frío de nuestras latitudes toman la mayor parte de su energía, no de subversiones verticales, activadas por la condensación, sino de la inestabilidad horizontal que resulta de hallarse contiguas dos masas aéreas de diferentes temperaturas. Por eso estas perturbaciones siguen con frecuencia trayectorias terrestres.

110. Influjo del calor de condensación en la distribución vertical de la temperatura.—Hemos visto (pág. 68) que en toda columna de aire, la mezcla vertical tiende a producir estratificación indiferente; es decir, un gradiente $\alpha = \gamma$, si el aire está seco. Pero si todas las burbujas que lo agitan subiesen y bajasen saturadas, es claro que no se establecería el gradiente γ ; sino el Γ . Y como el aire baja, en general, seco, pero sube muchas veces saturado, *es de esperar que en toda columna bien agitada verticalmente se establezca un gradiente intermedio entre el γ y el Γ ; y esto es lo que en realidad se observa.*

Cierto que el gradiente medio, calculado para cada punto de la troposfera, no está comprendido entre γ y Γ , sino que es menor aún que Γ ; pero eso consiste en que en el valor de dicho promedio no influyen sólo las capas agitadas, sino también las zonas de inversión que las separan a unas de otras.

Ahora bien, la magnitud Γ aumenta con la altura, pues lo que crece Γ por disminuir T con z es mucho más que lo que decrece

por disminuir p con z . Por encima de los 5.000 metros Γ apenas difiere ya de γ ; por tanto, es de esperar que a partir de esas alturas el gradiente α se aproxime mucho a γ ; y, en efecto, así ocurre.

Más arriba aún, cerca ya de la base de la estratosfera, se registran a menudo gradientes todavía mayores que γ ; pero estos gradientes superadiabáticos se explican casi lo mismo que los que se producen junto a tierra: Se deben a que la estratosfera, con su gran estabilidad, actúa como un suelo, estorbando las corrientes verticales troposféricas que tienden a restablecer la sedimentación estable, cuando cualquier causa la perturba.

El influjo de la radiación sobre el gradiente térmico sólo se hace sentir donde está muy disminuído el intercambio vertical, como ocurre en la estratosfera y en las inversiones.

111. **Inestabilidad condicional del aire húmedo. Efecto de disparo.** Estudiemos ahora lo que sucederá cuando aire húmedo, no saturado, pero próximo a la saturación, presenta un gradiente α , tal que

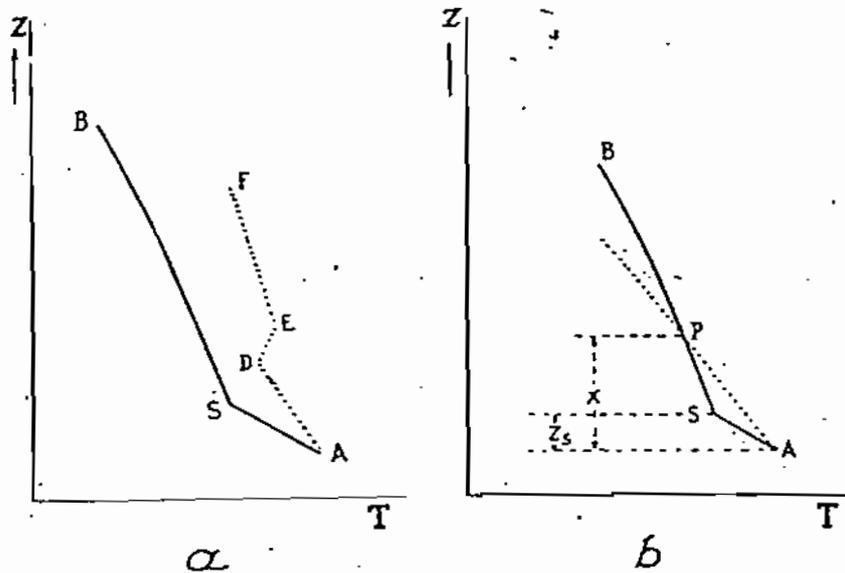


Figura 39

Estabilidad condicional.—a) Caso estable. b) Caso de inestabilidad latente. De puntos, las líneas de estado. Llenas, las líneas de evolución, compuestas de AS (adiabática seca) y SB (adiabática saturada).

$\Gamma < \alpha < \gamma$. Entonces es claro que una burbuja ascendente se comportará como estable mientras el ascenso no llegue a saturarla; pero si la burbuja es elevada por encima de su nivel de condensación Z_s , empieza, evidentemente, a ser posible que se comporte como inestable. Decimos *posible*, y no *seguro*, porque como la burbuja sube en régimen estable hasta su nivel de condensación (fig. 39, punto S), llegará a él más fría que el ambiente, es decir, con ten-

dencia a descender de nuevo a su punto de partida A, y para que se anule esta tendencia, que representa una *estabilidad acumulada*, será preciso que sigamos elevando la burbuja hasta que su temperatura vuelva a ser igual a la del medio, cosa que a veces resultará imposible, como muestra la figura 39 a, en que una variación del curso de la línea ADEF de estado del ambiente la aparta, cada vez más, de la línea ASB de evolución de la burbuja.

Por eso siempre que el gradiente α del aire no saturado es tal que $\Gamma < \alpha < \gamma$, se dice que hay *inestabilidad condicional* para los grandes impulsos ascendentes; dando a entender que verdadera inestabilidad no existe en todos los casos, sino sólo cuando la línea de evolución de la burbuja elevada corta de nuevo a la línea de estado del ambiente. Si esa condición no se cumple, resulta infundada la sospecha de inestabilidad y tenemos lo que se denomina *el caso estable* de la inestabilidad condicional o sospechosa.

Cuando la condición de cortarse ambas líneas se cumple (figura 39 b), la burbuja, a partir del punto P de intersección, sube ya más caliente que el medio, y por tanto hay verdadera inestabilidad. Entonces puede ocurrir que la energía desarrollada en el ulterior ascenso acelerado de la burbuja nos devuelva con creces el trabajo que hemos tenido que invertir para elevarla *a la fuerza* a lo largo del camino ASP, en que su densidad era mayor que la del ambiente. En este caso, en la columna de aire hay una energía latente que se puede aprovechar mediante la aplicación de una pequeña energía inicial de desencadenamiento; por eso se dice entonces que hay *inestabilidad latente efectiva*. En cambio, si la energía desarrollada por el ascenso de la burbuja a partir de P resultase menor que el trabajo que cuesta elevar la burbuja hasta ese punto, sería bien impropio hablar de energías disponibles de inestabilidad, y por eso lo que se dice entonces es que hay *falsa inestabilidad latente*.

* El caso de *inestabilidad latente efectiva* es muy común en la atmósfera, y da origen a meteoros de la mayor importancia: una pequeña elevación inicial, forzada por el choque del viento con un relieve, o por el oleaje atmosférico, lleva al aire por encima de su nivel de condensación, y desata por ventura subversiones de formidable violencia. A veces es tan enorme la desproporción entre el impulso inicial y la energía desencadenada, que el fenómeno recibe el nombre de efecto de disparo.

Es interesante calcular el ascenso forzado x , preciso para des-

atar la subversión. Si se supone (fig. 39, b) que en todo el espesor de dicho ascenso se mantienen constantes, α a lo largo de la línea de estado, y Γ a lo largo de la curva de evolución, expresando que el descenso de temperatura ha de ser el mismo por una línea que por otra se tiene

$$\alpha x = \gamma Z_s + \Gamma (x - Z_s)$$

de donde

$$x = Z_s \frac{\gamma - \Gamma}{\alpha - \Gamma} \quad (125)$$

fórmula que ha sido llamada por Refsdal *(ecuación de los aguaceros)*

112. Trabajo de elevación de una burbuja aérea, en un medio de distinta densidad.—Más interesante aún que conocer el ascenso inicial x , necesario para provocar la subversión, es medir el trabajo preciso para elevar hasta ese nivel x la burbuja de aire frío, venciendo la resistencia debida a su mayor densidad; o sea, *medir el trabajo de elevación del peso aparente de la burbuja en el aire exterior.*

Ahora bien, vimos en 36, página 49, que 1 g de fluido, de densidad ρ , pesa aparentemente, en el seno de un fluido de densidad ρ' ,

$$g \frac{\rho - \rho'}{\rho} = g \frac{v' - v}{v'}$$

luego elevar dz ese peso costará el trabajo

$$d\mathcal{T} = g \frac{v' - v}{v'} dz = (v' - v) g \rho' dz = (v - v') dp \quad (126 a)$$

Resulta, pues, que el trabajo \mathcal{T} de elevación de la unidad de masa vendrá representado en el diagrama, p, v (fig. 40, a) por el área comprendida entre las isobaras extremas del recorrido, la curva de estado y la curva de evolución; y será positivo o negativo según que la línea de estado quede a la derecha o a la izquierda de la otra.

Pero el diagrama p, v tiene las isotermas curvas, y no se presta a la cómoda representación de las líneas de estado. Es preferible operar en otro, que, en vez de v , tenga por coordenada la temperatura. Por tratarse del aire se verifica

$$d\mathcal{T} = (v - v') dp = (pv - p'v') \frac{dp}{p} = (T - T') \cdot d(R \cdot \ln p) \quad (126 b)$$

luego también en el diagrama $R \cdot \ln p$, T , el trabajo de elevación es igual al área encerrada por las mismas líneas (isobaras, curva de

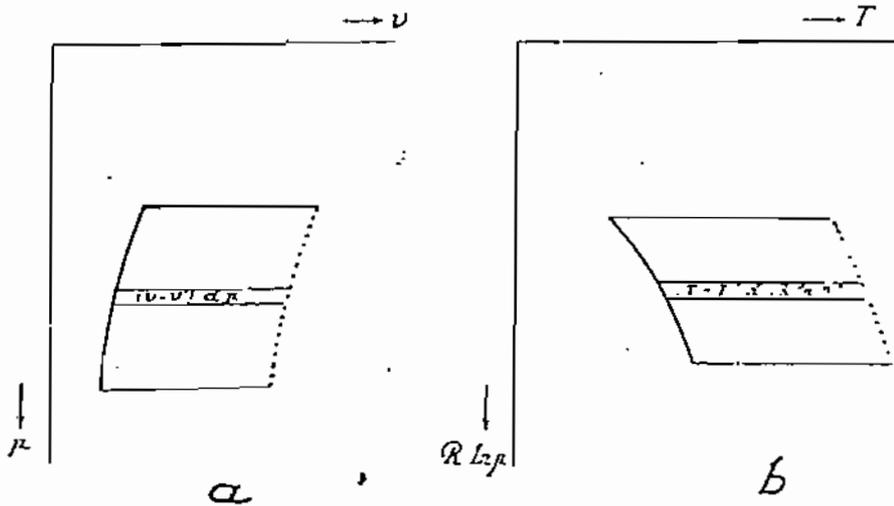


Figura 40

Área equivalente, en ambos diagramas, al trabajo que cuesta elevar 1 g. de aire, desde la isobara de abajo a la de arriba. De puntos, la línea de estado del ambiente. Llena, la línea de evolución de la masa elevada.

estado y curva de evolución); y también aquí deberá contarse positivo ese trabajo cuando la línea de estado quede a la derecha.

113. Distinción entre la inestabilidad latente efectiva y la falsa. Hemos visto que si la línea de estado queda a la izquierda de la línea de evolución, el trabajo que cuesta elevar la burbuja es *negativo*. Quiere esto decir que entonces ella desarrolla, en su ascenso espontáneo, una energía equivalente a dicha área. Esta energía se manifestará casi toda en un aumento de la velocidad de la burbuja; pues sólo una pequeña parte será necesaria para vencer sus rozamientos con el ambiente, y al cabo se transformará en calor. Así, pues, *ese trabajo negativo representará la energía cinética de los movimientos desencadenados por la elevación inicial*.

Esto nos proporciona un modo muy sencillo de reconocer cuándo es efectiva y cuándo es falsa la inestabilidad latente. Bastará (fig. 41) comparar el área ASP, equivalente al trabajo invertido para elevar la burbuja, con el área PDE que representa el trabajo que ella nos rinde después. Según que sea mayor la segunda, o la primera de dichas áreas, así tendremos *inestabilidad latente efectiva* (caso a de la figura 41), o *falsa inestabilidad latente* (caso b).

Como se ve en la figura, en estas elevaciones en que, tanto en el nivel de partida como en el de llegada, la burbuja se encuentra en el mismo estado que el ambiente, no es menester trazar las isobaras extremas.

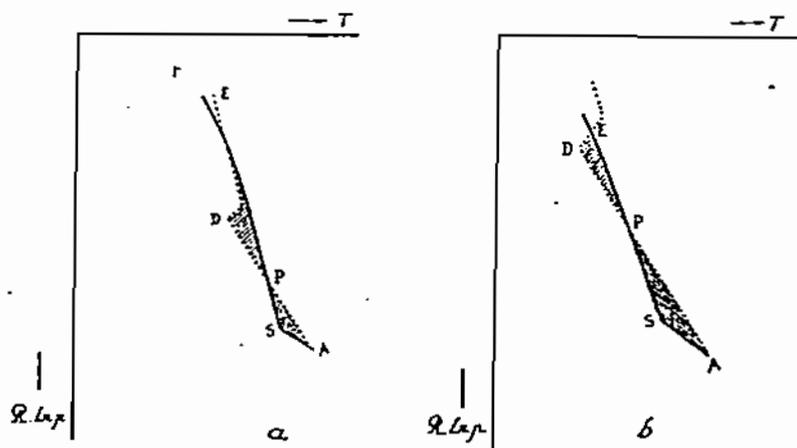


Figura 41

- a) Inestabilidad latente efectiva. (Área superior más grande que la inferior).
 b) Falsa inestabilidad latente. (Área superior más pequeña que la inferior).
 De puntos, las líneas de estado. Llenas, las líneas de evolución, compuestas de la adiabática seca AS y la diabática saturada SP.

Notemos que así como *no es suficiente* para que haya inestabilidad latente que se verifique, en el punto de partida de la burbuja, la condición $\alpha > \Gamma$, dicha condición *tampoco es, en rigor, necesaria*. La figura 42 representa un efecto de disparo en que el aire arranca de una inversión de tierra. Por consiguiente, el caso $\alpha < \Gamma$ hay que incluirlo entre

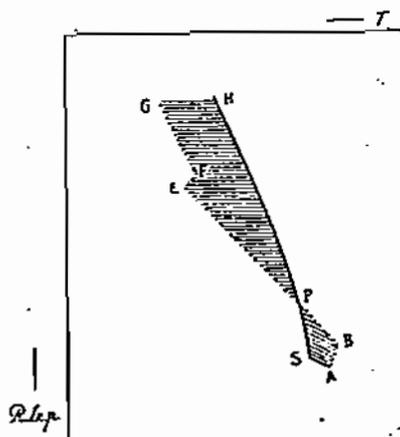


Figura 42

Efecto de disparo, producido por elevación de una masa, desde la base A de la inversión de tierra.

los de *inestabilidad condicional*, en vez de ponerlo aparte, como hacen algunos, los cuales lo designan con la impropia denominación de *caso de estabilidad absoluta*, como si entonces estuviese descartada toda sospecha de *inestabilidad latente*. Precisamente lo característico de esta clase de

inestabilidad es que no se tantea con *ascensos virtuales*, sino con *ascensos finitos*, muy grandes a veces; así que mal se podrá responder de la estabilidad de una partícula a lo largo de toda una columna, basándose en una condición como la de $\alpha < \Gamma$, que se cumple en un solo punto.

A veces el efecto de disparo se produce por elevación de una burbuja que no arranca de tierra, pero que está en mejores condiciones que las próximas al suelo para desencadenar energías latentes. Así, pues, la inestabilidad latente hay que tantearla para todos los puntos de la curva de estado.

Esto parece imposible, porque implica infinidad de construcciones; pero más adelante se darán procedimientos para abarcar en una ojeada los caminos de evolución que pueden seguir, después de saturarse, todas las burbujas de una columna.

He aquí un resumen de todos los casos posibles de inestabilidad del aire húmedo para grandes ascensos:

1.º $\alpha \leq \Gamma$.—Inestabilidad condicional.	<table style="border: none;"> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding: 0 10px;">A) las curvas de estado y evolución no se cortan por cima del nivel de condensación.</td> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;">CASO ESTABLE.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding: 0 10px;">B) las curvas se cortan.</td> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;"><i>Inestabilidad latente.</i></td> </tr> </table>	{	A) las curvas de estado y evolución no se cortan por cima del nivel de condensación.	}	CASO ESTABLE.	{	B) las curvas se cortan.	}	<i>Inestabilidad latente.</i>	<table style="border: none;"> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding: 0 10px;">a) de las áreas comprendidas entre ambas curvas, es mayor la que queda debajo.</td> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;">FALSA INESTABILIDAD LATENTE.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="padding: 0 10px;">b) es mayor el área de encima.</td> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;">INESTABILIDAD LATENTE EFECTIVA</td> </tr> </table>	{	a) de las áreas comprendidas entre ambas curvas, es mayor la que queda debajo.	}	FALSA INESTABILIDAD LATENTE.	{	b) es mayor el área de encima.	}	INESTABILIDAD LATENTE EFECTIVA
{	A) las curvas de estado y evolución no se cortan por cima del nivel de condensación.	}	CASO ESTABLE.															
{	B) las curvas se cortan.	}	<i>Inestabilidad latente.</i>															
{	a) de las áreas comprendidas entre ambas curvas, es mayor la que queda debajo.	}	FALSA INESTABILIDAD LATENTE.															
{	b) es mayor el área de encima.	}	INESTABILIDAD LATENTE EFECTIVA															
2.º $\alpha > \Gamma$.—INESTABILIDAD ABSOLUTA.																		

114. **Inestabilidades latentes desencadenadas por calentamiento.** Muchas veces la inestabilidad condicional se revela calentando burbujas, en vez de elevarlas de un modo directo. Sea una columna tal, que en todo su espesor $\Gamma < \alpha < \gamma$. A las horas de más insolación, su base se calienta por contacto con el suelo, y se produce la convección térmica, la cual, con más o menos ayuda de la convección dinámica, transforma gradualmente la línea de estado, de la manera explicada en la página 174, hasta que, siguiendo uno de los caminos adiabáticos que van quedando abiertos, alcanzan las burbujas su nivel de condensación. Entonces, por ser $\alpha > \Gamma$, el aire continuará ascendiendo espontáneamente; y como al llegar a su nivel de equilibrio (punto P de la figura 43) sube con una energía

cinética igual al área SPR de la figura, seguirá ascendiendo hasta consumirla; es decir, que no se detendrá hasta un punto L, tal que el área PLE sea poco menor que la SPR. Así se forman los cúmulos, y por eso no es de extrañar que en algunas de sus partes (por encima de P) estén más fríos que el ambiente.

Si se comparan los dos casos representados en la figura 43, se advierte que la energía de inestabilidad desencadenada de este modo (área SPR), y por tanto el alcance vertical de la subversión,

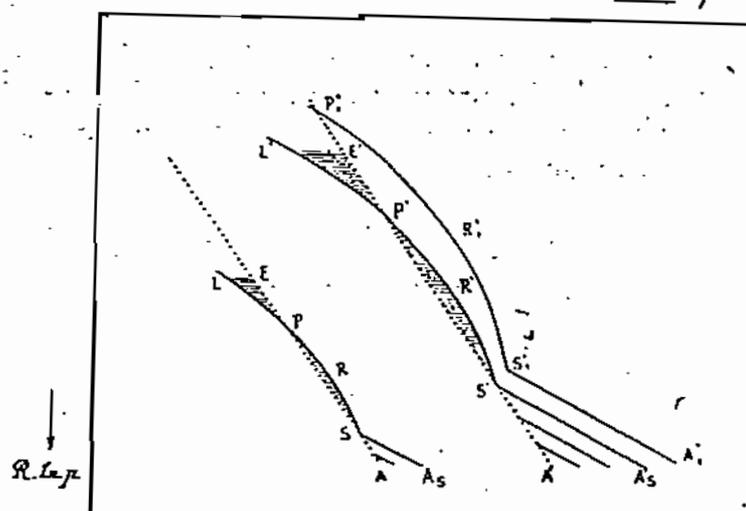


Figura 43

Inestabilidades latentes desencadenadas por calentamiento.
De puntos las líneas de estado.

Líneas A, SRL, A', S' R' L' y A', S', R', P', curvas de evolución.
Paralelas cortas: adiabáticas de evolución y estado a la vez,
producidas sucesivamente por el calentamiento del aire
por debajo.

aumenta mucho con la temperatura. En efecto, al crecer T, disminuye Γ , y la línea SR de evolución de la burbuja saturada se aleja de la línea de estado, con lo cual crece el área comprendida entre las dos, y la altura de los puntos P y L. Por eso los cúmulos producidos por la insolación en invierno son mucho menos espesos y fuertes que los del verano.

Por otra parte, la línea A', S', R', P', de la figura muestra hasta qué punto un pequeño calentamiento del aire de tierra, por encima de la temperatura indispensable para alcanzar el nivel de condensación (calentamiento de A' a A'), hace aumentar la subversión en violencia y en alcance.

115. *¿Inestabilización de columnas de aire por ascensos de conjunto. Inestabilidad convectiva.*—Existe aún otra clase de inestabilidad: la producida a veces por el calor de condensación, cuando, en vez de subir burbujas de aire, desde el extremo inferior al superior de una columna, lo que sube es *la columna en conjunto*. Entonces, si la base B de la columna se satura antes que su extremo superior A, el aire de A seguirá enfriándose por elevación, según el gradiente adiabático seco γ , o sea, más de prisa que el aire de B; que se enfriará según el gradiente adiabático de saturación Γ . Pero aun después que el aire A de arriba queda también saturado, podrá seguir enfriándose más de prisa que el B de abajo, ya que Γ suele aumentar con la altura. Pues bien, este más rápido enfriamiento de la parte superior de la columna, puede, al fin, destruir su estabilidad, y entonces es evidente que el aire, cualquiera que fuese su estabilidad según otros criterios, se ha comportado como inestable para una elevación de conjunto. Este género de inestabilidad se llama *inestabilidad convectiva*.

Fácil es convencerse de que no todas las columnas de aire la presentan. Por ejemplo, una masa estable, saturada por arriba y totalmente seca por debajo, se estabilizaría más aún al elevarla. Más difícil es discernir cuándo las columnas son convectivamente estables, y cuándo inestables. Más adelante se darán criterios.

Entre los muchos fenómenos producidos por la *inestabilidad convectiva*, vamos a describir dós de los más importantes:

a) *Subversiones en la inversión del alisio.*—Los vientos alisios soplan hacia el Ecuador en uno y otro hemisferio; y como proceden de latitudes más altas, y corren por parajes tan cálidos, se comportan como *masas frías*. Sobre estos vientos se encuentra una masa de aire del más caliente y seco del mundo; de modo que la inversión que la separa del alisio es sumamente brusca, y de estabilidad, al parecer, inconvencible. Sin embargo, esa inversión tiene *inestabilidad convectiva*, y basta un ascenso de conjunto, de conveniente amplitud, para subvertirla. En efecto, la activa agitación vertical, propia de las *masas frías*, condensa en lo alto del alisio las abundantes evaporaciones de los Océanos tropicales (*mar de nubes del alisio*) o, por lo menos, mantiene el aire a ese nivel muy próximo a la saturación. Como, en cambio, sobre la inversión la humedad relativa es insignificante, resulta una inestabilidad convectiva

extremada. Las elevaciones de conjunto que destruyen la estabilidad de esta inversión y otras semejantes pueden ser debidas a olas atmosféricas, a influjos del relieve o a convergencia de los vientos.

Calculemos el ascenso mínimo x , necesario para inestabilizar una capa aérea, saturada sólo por abajo, y cuyo espesor δ se supone constante durante la elevación. La capa quedará inestable, en cuanto su gradiente primitivo α se convierta en el Γ ; es decir, en cuanto la diferencia de temperatura entre su base inferior y la superior haya aumentado en $(\Gamma - \alpha) \cdot \delta$. Mas como dicha diferencia crece en $\gamma - \Gamma$ por unidad de altura salvada, tendremos

$$(\gamma - \Gamma) x = (\Gamma - \alpha) \delta$$

o sea

$$x = \frac{\Gamma - \alpha}{\gamma - \Gamma} \delta$$

Ascenso mínimo necesario para inestabilizar una capa que se eleva.

En el caso de inversiones de espesor nulo, llamando ΔT al salto de temperatura, se puede aprovechar la fórmula con sólo sustituir $\Delta T = \alpha \delta$ y $\Gamma \cdot \delta = 0$. Resulta la ecuación de Ficker

$$x = \frac{\Delta T}{\gamma - \Gamma}$$

Como se explicó en 106 a), pág. 176, todas las inversiones que separan dos masas de aire muy removidas verticalmente están muy húmedas por debajo y muy secas por arriba. Por tanto, se hallan en las mismas condiciones de inestabilidad convectiva que la inversión del alisio y, como ella, pueden ser subvertidas por una elevación de conjunto.

(b) *Aguâceros tormentosos en el frente cálido.*—Sabido es que el ascenso del aire es mucho más impetuoso e irregular en los frentes fríos que en los frentes cálidos.

Débase tal diferencia a que en los primeros la cuña de aire frío es más veloz que el aire caliente que tiene delante; y como además dicha cuña está demasiado inclinada, a consecuencia de su rozamiento con la tierra (fig. 44), resulta que el aire frío irrumpe por debajo del cálido, y le obliga a elevarse tumultuosamente, produciéndose las espesas nubes cumuliformes y los chubascos y tormentas propios del frente frío. En cambio, en el frente cálido, el aire caliente lleva mayor velocidad que la cuña fría que va delante, la cual, además, presenta en las capas infe-

riores una pendiente muy suavizada por el rozamiento, así que el aire cálido puede escalarla de un modo lento y regular, dando origen a la

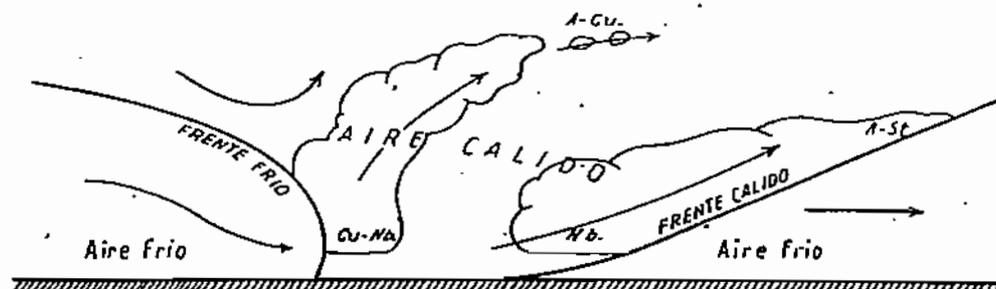


Figura 44

Nubes normales estratiformes del frente cálido, en contraste con las nubes tormentosas del frente frío.

nubosidad estratiforme y a las lluvias mansas y continuas, propias del frente cálido.

No obstante, hoy está fuera de duda que también en el frente cálido se producen a veces aguaceros tormentosos. Pues bien, la razón de este extraño fenómeno es que entonces el aire caliente sube en el frente cálido con *inestabilidad convectiva*; por lo cual la elevación de conjunto, aunque lenta, puede llegar a producir subversiones en su seno.

En tales ocasiones, las nubes de frente cálido, en vez de ofrecer el aspecto normal que muestra la figura 44, presentan las formas sucesivas

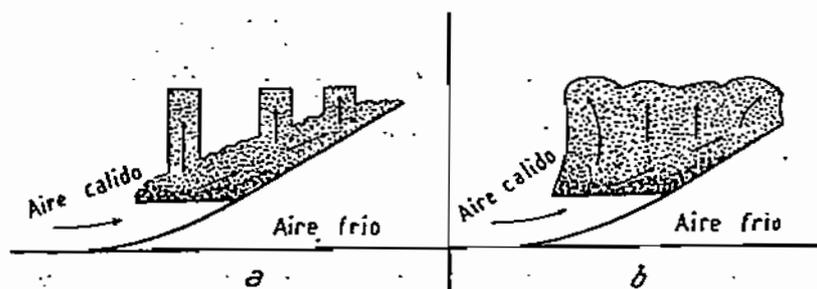


Figura 45

Nubes tormentosas en el frente cálido.

- a) Fase inicial: emisión de protuberancias por inestabilidad convectiva del aire cálido ascendente.
- b) Cb, formado cuando la subversión de las capas es completa.

indicadas en la figura 45. Este caso se da de un modo típico en Europa cuando el aire ascendente es de origen tropical, y nos llega después de un cierto recorrido sobre mares. Entonces, como se comporta como *masa cálida*, tiene un gradiente α pequeño, lo cual impide que el intercambio vertical transporte hacia las alturas el vapor de agua absorbido

por ella durante la parte marítima de su viaje. La masa que sube está, pues, mucho más húmeda por debajo que por arriba, y por tanto, es convectivamente inestable.

116. Nubes producidas por elevación de columnas de aire en conjunto.—Cuando una masa de aire bien removida verticalmente se eleva en conjunto, su parte superior, que según vimos en 106 a), página 176, tiene más humedad relativa que el resto del estrato, es la que se satura primero. Las nubes así producidas están muy netamente delimitadas por ambas bases: por abajo, por el nivel de condensación; y por arriba, por la inversión que cubre a la masa elevada.

a/ *Nubes en forma de olas.*—Por este mecanismo se producen nubes en las crestas de las olas atmosféricas. La figura 46 explica su aspecto en los distintos casos.



Figura 46

Nubes de oleaje atmosférico.

- 1.º Si el nivel de condensación está en Z_s, Z_s , se ven desde el suelo bandas nubosas paralelas, separadas por zonas de cielo despejado.
- 2.º Si el nivel de condensación es Z'_s, Z'_s , no hay claros; pero persiste el aspecto de oleaje, por la mayor transparencia de las bandas situadas debajo de los valles de ola.
- 3.º Si el nivel de condensación está más bajo aún, el oleaje ya no se ve desde el suelo; se vería desde encima de la inversión. (En este caso y en el 2.º, las nubes no son producidas por el oleaje, sino sólo deformadas por él.

Son tan corrientes las nubes en forma de olas que nadie habrá que no las haya observado. (Recuérdese el aspecto de muchos St-Cu y Ci.) Esto indica la gran frecuencia de los oleajes gravitatorios en la atmósfera, los cuales se producen en las inversiones, por lo mismo que se forman en la superficie del mar: es decir, porque tanto las unas como la otra sirven de frontera a dos fluidos de distinta densidad y movimientos. (En el caso de las inversiones, el contraste de densidades es mucho menor, y por eso son mucho mayores las olas que resultan.)

Observando desde tierra las bandas nubosas producidas por el oleaje atmosférico, se ve que no avanzan, en general, perpendicularmente a sí mismas. Consiste esto en que las olas se ponen perpendiculares al viento que las levanta, que es la diferencia vectorial entre el viento de enci-

ma de la inversión y el de debajo; y en cambio, desde tierra las vemos avanzar con una velocidad comprendida entre las de ambos vientos. A veces un segundo oleaje, perpendicular al primitivo, divide las bandas nubosas producidas por él en pequeñas nubes de tamaño uniforme, que quedan perfectamente alineadas según dos direcciones perpendiculares (caso de muchos A-Cu y Ci-Cu) (1).

Cuando las nubes se forman encima de la inversión (caso de las *nubes de frente térmico*) no son las crestas de las olas, sino los valles, lo que se ve desde abajo; y cuando se cruzan dos oleajes, las protuberancias descendentes, doblemente alineadas, que resultan toman el típico aspecto de los Mm-Cu, cuya forma cónica parece indicar un rápido descenso del aire en cada nubecilla, acelerado por la caída de las grandes gotas que la constituyen. Nótese que estas nubes que se encuentran sobre la inversión no son en modo alguno *producidas* por sus olas, sino sólo *deformadas* por ellas; y que aquí las citamos únicamente como ejemplo de ondulaciones de notable forma que resultan del concurso de dos oleajes.

b) *Nubes de obstáculo orográfico.*—Las montañas, al estrechar el cauce de los vientos que las transmontan, producen en una

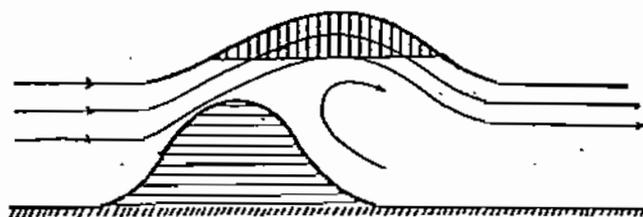


Figura 47

Nube estacionaria de obstáculo orográfico.

inversión próxima a su cresta un abombamiento fijo, semejante (figura 47) a la onda estacionaria que se ve en los arroyos junto a las piedras que llegan casi a la superficie. Las nubes formadas por este mecanismo son inseparables de la bóveda fija de la inversión, y por eso ofrecen la notable particularidad de flotar, al parecer inmóviles, en un fuerte viento. A veces en la atmósfera, lo mismo que en el arroyo, la onda estacionaria principal se continúa por una serie de ondulaciones más pequeñas, formando las llamadas *nubes de Moazagotl*.

(1) Hay otras posibilidades de explicación de la uniformidad de tamaño de estas nubes y de sus exactas alineaciones; pero no pueden ser expuestas en una Termodinámica.

c) *Tocas de las corrientes ascendentes.*—Abombamientos de las inversiones, muy semejantes a los descritos, se producen a veces en el aire libre, lejos de todo obstáculo orográfico, *por encima de las corrientes ascendentes*; las cuales, o bien estrechan el curso de una corriente horizontal (figura 48), o bien, aunque no haya viento, elevan directamente las inversiones, empujándolas hacia arriba.

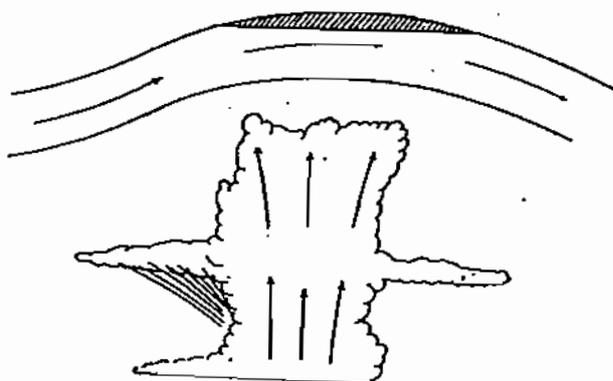


Figura 48
Toca de un Cb.

Así se forman, por ejemplo, encima de la corriente ascendente de los Cu-Nb, los velos cirrosos llamados *tocas*.

d) *Formas lenticulares.*—Hasta ahora se ha supuesto (figs. 46, 47 y 48) que las nubes producidas por elevación de conjunto tienen su base horizontal, y eso es lo que ocurre cuando la masa elevada está tan removida verticalmente que tiene una ϑ y una m constantes; pues entonces, según figura 36, página 173, *el nivel de condensación es el mismo para todas las partículas de la masa*. Pero cuando la agitación vertical haya sido menos activa, ϑ crecerá aún con la altura, mientras que m será máxima abajo; de modo que *los estratos inferiores de la masa, más húmedos, y potencialmente más fríos que en el caso de la mezcla perfecta, tendrán el nivel de condensación más bajo que los superiores*. Y como al abombarse la inversión, son las partículas inferiores las que quedan en la parte interna de la bóveda (fig. 49), resulta que la condensación empezará más abajo en esta parte central que en los bordes. Así se engendran las nubes de forma biconvexa llamadas *nubes lenticulares*.

e) *Nubes de inestabilidad convectiva.*—Todas las nubes de elevación de conjunto que hemos descrito se forman antes de que la inversión elevada tenga tiempo de subvertirse por *inestabilidad*

convectiva; pues para que tal subversión ocurra hemos visto que es indispensable que debajo de la inversión se forme una nube, de modo que el aire, en los ulteriores ascensos adiabáticos, se enfríe allí menos que arriba, que es como se desarrolla la inestabilidad. Cuando al fin la inversión se inestabiliza, las nubes de su base emiten protuberancias a través de ella, y así se forman los A—Cu—Cast, cuya aparición pone de manifiesto que la importantísima inversión que cubre los A—Cu no puede ya resistir los impulsos ascendentes inferiores, y está en trance de subvertirse. Por eso el

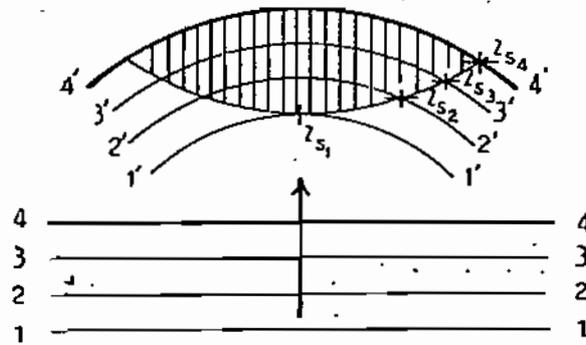


Figura 49

Nube lenticular producida por abombamiento de un estrato poco agitado.

1, 2, 3 y 4: posiciones iniciales de las capas, cuyos niveles de condensación son Z_{s1} , Z_{s2} , Z_{s3} y Z_{s4} .

1', 2', 3' y 4': posiciones finales de las mismas, mostrando que las capas inferiores son las que quedan dentro de la bóveda.

85 por 100 de las veces que se ven A—Cu—Cast, se produce una tormenta antes de veinticuatro horas.

117. **Inestabilidad selectiva.**—Al obtener la fórmula (48) de la estabilidad, hemos cometido una inexactitud que es necesario corregir. En efecto, al calcular la reacción descendente que sufre una burbuja de masa unidad, elevada la unidad de longitud sobre su nivel de equilibrio, hemos supuesto que la burbuja subía en un *ambiente inmóvil*, cosa imposible, ya que la continuidad del medio exige que al subir unas partes de él bajen otras. Cierto que tal inexactitud no tiene trascendencia cuando lo que sube es una burbuja aislada; pues entonces los movimientos descendentes de compensación se distribuyen en una masa tan enorme que resultan inapreciables. Pero basta mirar un cielo bien poblado de cúmulos, para reconocer que las masas ascendentes son con frecuencia del

mismo orden de magnitud que las descendentes, y entonces es imprescindible una revisión del cálculo de la estabilidad.

Consideremos un recinto atmosférico surcado a la vez por multitud de corrientes ascendentes y descendentes. Sea m_1 la masa que toma parte en las primeras, y v_1 su velocidad de ascenso; del mismo modo, sea m_2 la masa descendente, y v_2 su velocidad de descenso. Supongamos que no hay movimiento vertical de conjunto, esto es, que

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

Para calcular la estabilidad verdadera γ' , hay que tener presente que mientras una masa sube *enfriándose* el trayecto δz_1 , el aire que la rodea habrá bajado *calentándose* un trayecto δz_2 , tal que

$$\frac{\delta z_2}{\delta z_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

Para mayor generalidad, llamemos γ_1 a lo que se enfría el aire ascendente, por unidad de recorrido vertical, y γ_2 a lo que se calienta el aire descendente. Según (38), pág. 35, si el medio estuviese inmóvil, el aire elevado se hallaría, al final del trayecto δz_1 , $(\gamma_1 - \alpha)\delta z_1$ más frío que él. Pero como a su vez dicho ambiente se ha calentado $(\gamma_2 - \alpha)\delta z_2$, su exceso de temperatura sobre la masa elevada es

$$T_{-\delta z_2} - T_{\delta z_1} = (\gamma_1 - \alpha)\delta z_1 + (\gamma_2 - \alpha)\delta z_2$$

Por tanto, la verdadera estabilidad γ' (reacción descendente por unidad de masa, elevada la unidad de longitud) vale

$$\gamma' = \frac{g}{T} \frac{T_{-\delta z_2} - T_{\delta z_1}}{\delta z_1} = \frac{g}{T} \frac{(\gamma_1 - \alpha)\delta z_1 + (\gamma_2 - \alpha)\delta z_2}{\delta z_1} = \frac{g}{T} \left[(\gamma_1 - \alpha) + \frac{m_1}{m_2} (\gamma_2 - \alpha) \right] \quad (128)$$

o bien

$$\gamma' = \gamma \left[1 + \frac{m_1}{m_2} \frac{\gamma_2 - \alpha}{\gamma_1 - \alpha} \right] \quad (128, a)$$

Comparemos esta verdadera estabilidad γ' con la corriente η , en los casos más importantes:

1.° Sea $\gamma_1 = \gamma_2$. Entonces

$$\gamma' = \eta \left[1 + \frac{m_1}{m_2} \right] \quad (128, b)$$

Luego γ' es del mismo signo que η , pero tiene mayor valor absoluto.

En este caso nos encontraremos lo mismo si $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ que si $\gamma_1 = \gamma_2 = \Gamma$. Es decir:

Cuando el aire ascendente y el descendente evolucionan ambos como secos, o ambos como saturados, los criterios usuales de estabilidad resultan exactos cualitativamente, puesto que al darnos el verdadero signo de η' nos dicen sin error si hay estabilidad o inestabilidad. Pero cuantitativamente los criterios antiguos se quedan cortos, pues nos dan siempre menos estabilidad o menos inestabilidad de la que hay. La proporción en que rebajan la una y la otra es de $1 : \left[1 + \frac{m_1}{m_2}\right]$, por lo cual, como ya habíamos anticipado,

el criterio antiguo resulta riguroso para $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$.

2.º Sea $\gamma_1 = \Gamma$, y $\gamma_2 = \gamma$. Es decir, supongamos que el aire sube saturado, pero baja seco. Entonces se tiene

$$\eta' = \eta \left[1 + \frac{m_1}{m_2} \frac{\gamma - \alpha}{\Gamma - \alpha} \right] \quad (128, c)$$

y para que η' y η sean, como antes, del mismo signo, es menester que lo sean $\Gamma - \alpha$ y $\gamma - \alpha$, lo cual puede ocurrir de dos modos, a saber:

a) Siendo ambos positivos, es decir $\alpha < \Gamma < \gamma$, o lo que es igual, habiendo *estabilidad absoluta* del aire saturado, según la nomenclatura corriente.

b) Siendo ambos negativos ($\alpha > \gamma > \Gamma$), es decir, habiendo *inestabilidad absoluta* según la nomenclatura corriente.

En ambos casos el criterio antiguo sigue siendo cualitativamente irreprochable, y sigue también quedándose corto en cuanto al valor de la estabilidad o de la inestabilidad.

c) Las diferencias cualitativas entre el criterio nuevo y el antiguo surgen ya para $\alpha = \Gamma$, pues entonces $\eta = 0$, es decir que el antiguo nos da *sedimentación indiferente*, mientras que, según (128),

$$\eta' = \frac{g}{T} \frac{m_1}{m_2} (\gamma_2 - \alpha) = \frac{g}{T} \frac{m_1}{m_2} (\gamma - \Gamma) > 0$$

de modo que el criterio exacto nos da *estratificación estable*.

d) Sea, por último, $\Gamma < \alpha < \gamma$, que es el caso de la inestabilidad

higrolábil del aire saturado, según el criterio corriente. Poniendo, para abreviar, $\gamma - \alpha = \mu$ y $\alpha - \Gamma = \nu$, resulta

$$\gamma' = \eta \left[1 - \frac{m_1}{m_2} \frac{\mu}{\nu} \right] \quad (128, d)$$

y como en este caso, tanto μ , como ν son positivos, la estabilidad verdadera ya no será del mismo signo que la corriente (es decir, negativa) para todo valor de $\frac{m_1}{m_2}$, sino sólo para los valores de

dicha fracción que sean lo bastante pequeños para hacer positivo el paréntesis de (128, d); es decir, que *habrá inestabilidad según los dos criterios sólo cuando sea*

$$\frac{m_1}{m_2} < \frac{\nu}{\mu}$$

siendo de advertir que *éste es el único caso en que el cálculo antiguo no se queda corto, sino que nos exagera el valor de la inestabilidad.*

En cambio, si $\frac{m_1}{m_2} > \frac{\nu}{\mu}$, *habrá estabilidad según la fórmula corregida; de modo que entonces, como en el caso c), hasta cualitativamente yerra el criterio usual.*

Resumiendo: en este caso d), que antes se llamaba de inestabilidad higrolábil, el nuevo estudio nos conduce a la peregrina conclusión de que *un mismo estrato puede reaccionar como estable o como inestable, según los valores $\frac{m_1}{m_2}$ de los impulsos con que la estabilidad se tantee.* Ciertos impulsos perturbadores (los que hagan $\frac{m_1}{m_2} > \frac{\nu}{\mu}$) serán rechazados; y en cambio otros (los que hagan $\frac{m_1}{m_2} < \frac{\nu}{\mu}$) hallarán acogida en el estrato aéreo. Este se comporta, pues, *como si eligiera* entre los impulsos de subversión que se le van ofreciendo, y por eso se dice que tiene una *inestabilidad selectiva.*

Obsérvese que este caso 2.º, en que $\gamma_1 = \Gamma$ y $\gamma_2 = \gamma$, es muy importante en la atmósfera, pues siempre que se forman cúmulos el aire sube saturado en la nube y baja seco en los claros. Para que sea $\gamma_2 = \Gamma$, es preciso que lo que baja sea *una nube*, cuyas partículas líquidas puedan mantener en estado de saturación el aire descendente.

118. **Energía de inestabilidad disponible en todo el estrato.**— La expresión (128), cambiada de signo, es la fuerza desarrollada por la inestabilidad del estrato sobre cada unidad de masa ascendente. Para obtener la fuerza *por unidad de masa del estrato* bastará multiplicar por $\frac{m_1}{m_1 + m_2}$. Si la cantidad que resulta

$$-\frac{m_1}{m_1 + m_2} \eta' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{g}{T} \left[\alpha - \Gamma - \frac{m_1}{m_2} (\gamma - \alpha) \right] = \frac{g}{T} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[\nu - \frac{m_1}{m_2} \mu \right]$$

la dividimos por $\frac{g}{T}$ y por $\mu + \nu$, que son constantes positivas características del estrato, ya que $\mu + \nu = \gamma - \Gamma > 0$, tendremos la función

$$S = \frac{\frac{m_1}{m_2} \left(\frac{\nu}{\mu} - \frac{m_1}{m_2} \right)}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \left(1 + \frac{\nu}{\mu} \right)} \quad (129)$$

la cual, aunque carece de dimensiones, pues es evidentemente un número, va a servirnos como índice de la energía de inestabilidad que puede dar de sí un estrato por unidad de su masa. Si se toma S como ordenada, $\frac{m_1}{m_2}$ como abscisa y $\frac{\nu}{\mu}$ como parámetro p , resulta el haz de hipérbolas

$$y = \frac{x(p - x)}{(1 + x)(1 + p)} \quad (129, a)$$

representado en la figura 50, en la cual se ha prescindido de las abscisas negativas, ya que siempre es $x = \frac{m_1}{m_2} > 0$.

Cada hipérbola corta al eje OX , no sólo en el origen, sino también en el punto $x = p$. Pero sólo para $p > 0$ es positiva esta segunda raíz, y tiene, por tanto, sentido físico. Esto significa que sólo las hipérbolas de parámetro positivo tienen una parte encima del eje OX (inestabilidad), para $0 < x < p$, y una parte debajo (estabilidad), para $x > p$; cosa que ya sabíamos, puesto que la condición $p = \frac{\nu}{\mu} > 0$ equivale a la $\Gamma < \alpha < \gamma$ de la *inestabilidad selectiva*. Por

eso el área cubierta por las hipérbolas de parámetro positivo se llama zona de inestabilidad selectiva.

Si $p < 0$, las hipérbolas ya no cortan al eje OX en su región positiva, y por tanto, o tienen todos sus puntos por encima de él, o los tienen todos por debajo. Lo primero representa *inestabilidad absoluta*, luego ocurrirá para $\mu < 0$, o sea para $\left| \frac{\nu}{\mu} \right| > 1$, ya que por ser positiva $\mu + \nu$, el sumando negativo ha de ser el más pequeño de

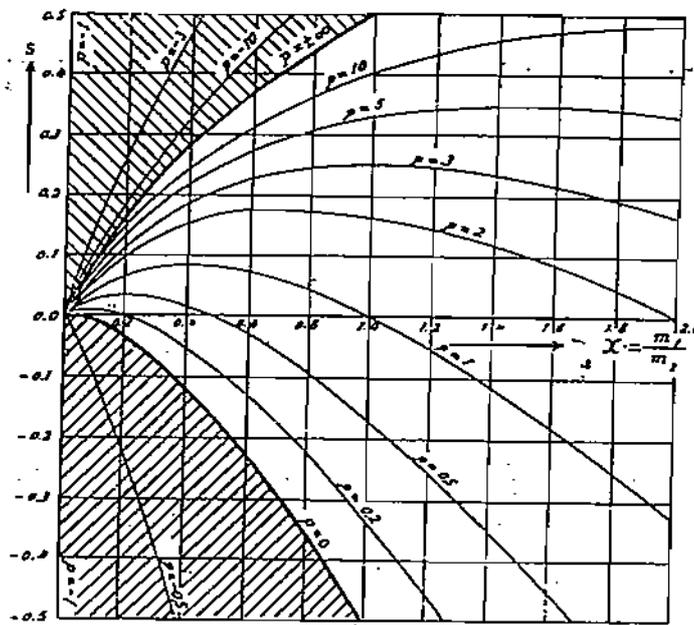


Figura 59

Variación de la inestabilidad S , con $\frac{m_1}{m_2}$, para los distintos valores de $p \equiv \frac{\nu}{\mu}$.

Parte rayada superior: Zona de inestabilidad absoluta.
 Parte rayada inferior: Zona de estabilidad absoluta.
 Parte blanca: Zona de inestabilidad selectiva.

los dos. Por eso la zona ocupada por estas hipérbolas cuyos parámetros son fracciones impropias negativas se llama zona de la inestabilidad absoluta. Las hipérbolas que tienen todos sus puntos por bajo del eje OX representan la estabilidad absoluta, luego tienen sus parámetros tales que $\nu < 0$, o sea $\left| \frac{\nu}{\mu} \right| < 1$. Por eso el área cubierta por las hipérbolas cuyos parámetros son fracciones propias negativas se llama zona de la estabilidad absoluta.

119. **Mecanismo de la selección y del crecimiento de los impulsos.**—Salta a la vista en la figura 50, que en el caso de la inestabilidad selectiva, cuanto más pequeño sea el valor positivo de p , más estrecho será el margen de impulsos de perturbación $\frac{m_1}{m_2}$ que podrán ser favorecidos por el aire. La experiencia confirma esta conclusión, pues cuando p es muy pequeña, es decir, cuando α excede muy poco de Γ , sólo hay cúmulos estrechos y sumamente espaciados (con pequeños valores de $\frac{m_1}{m_2}$). En cambio cuando α excede mucho de Γ (p grande), el cielo presenta cúmulos y claros de las más variadas secciones.

No se crea, sin embargo, que de todos los impulsos tales que $\frac{m_1}{m_2} < p$, será escogido indiferentemente uno cualquiera. En caso de pugna prevalecerá el *más potente*. Ahora bien, la potencia de un impulso no es proporcional a S (índice de energía por unidad de elongación ascendente), sino a Sv_1 (índice de energía por unidad de tiempo); y como

$$\dot{S} v_1 = \frac{m_1 v_1 \left(p - \frac{m_1}{m_2} \right)}{(m_1 + m_2) \left(1 + \frac{v}{\mu} \right)}$$

resulta:

- a) A igualdad de $\frac{m_1}{m_2}$ prevalecerá el impulso de mayor $m_1 v_1$.
- b) A igualdad de $m_1 v_1$ prevalecerá el impulso cuyo $\frac{m_1}{m_2}$ sea menor.

Además, las circulaciones ya existentes anulan los impulsos contrarios de menor potencia, y se benefician de los de igual sentido. Así crece la sección horizontal de los cúmulos; pero no de un modo ilimitado, pues aunque sea $p > 1$, ha de permanecer $\frac{m_1}{m_2} < 1$, es decir, que las bases de los cúmulos serán siempre más pequeñas que las secciones de los claros. En efecto, si tuviéramos $m_1 > m_2$, es decir, corrientes descendentes estrechas y veloces, y corrientes ascendentes lentas y amplias, bastaría invertir el sentido de la circulación, de modo que las masas saturadas subiesen por los cauces

En cambio si AA y BB están muy lejos (fig. 51, b), y el nivel de condensación se halla cerca de AA, el Cu podrá mantener su inestabilidad con sólo emitir protuberancias estrechas. Así se explica el conocido aspecto de los Cúmulos llamados eruptivos, propios de esta situación.

Por último los Cu-Nb se forman cuando BB además de hallarse lejos de AA y del nivel de condensación, se encuentra por cima de la isoterma de 0° C, de suerte que el agua de la nube llega a helarse, con lo cual arrecia de un modo formidable el viento ascendente, a impulsos del calor de congelación.

IV. LAS ZONAS IDEALES DE CONDENSACION EN EL AIRE ASCENDENTE

121. **El esquema de von Bezold.**—Según este clásico esquema, una masa de aire húmedo que ascendiese, arrastrando consigo una parte al menos de sus productos de condensación, pasaría por cuatro diferentes zonas: 1.ª La *zona seca*, situada entre el suelo y el nivel de condensación. 2.ª La *zona de la lluvia*, en que el vapor se condensa al estado líquido, comprendida entre el nivel de condensación y la superficie isoterma de 0° . 3.ª Se supone que en cuanto la nube llega a los 0° C se inicia la congelación de las gotas líquidas que la constituyen; por lo cual, no obstante proseguir el ascenso adiabático, la temperatura ya no baja de 0° C hasta que no desaparece toda el agua líquida. Esta zona de congelación isoterma de la nube se llama *zona del granizo*. 4.ª Congelado todo el líquido de la nube, el ascenso adiabático ya vuelve a hacer bajar su temperatura, y la condensación ocurre directamente al estado sólido, por lo que esta zona final se llama *zona de la nieve*. A pesar de que las cosas distan mucho de suceder siempre así, estudiaremos este esquema comenzando por la

122. **Zona de la lluvia.**—Para que el ascenso del aire sea propiamente isentrópico es preciso que, además de no haber cambio de calor con otras masas, toda el agua que se va condensando sea arrastrada por la corriente ascendente; pues toda eliminación de agua implica una pérdida de entropía. A este tipo ideal de evolución del aire lo llamaremos *adiabática saturada*. En ella el descenso de temperatura es más lento que en la *adiabática seca* porque está

moderado por el calor de condensación ; pero cuanto más baja es la temperatura, menos diferencia hay entre ambas evoluciones. En la figura 52 se ve que la adiábica de saturación PS está menos inclinada que la adiábica seca PR ; pero más que la línea equisaturada PM, ya que PS tiene que ir cortando equisaturadas de m cada vez menor.

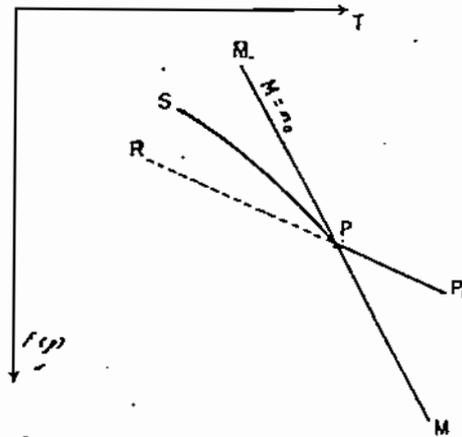


Figura 52

P_0 PS: Línea de evolución de una masa que parte de P_0 subiendo adiabáticamente.

P_0 P, adiábica seca que termina en la equisaturada $M=m_0$.

PS, adiábica saturada, más inclinada que la curva equisaturada PM, pero menos que la adiábica seca PR.

Ecuación de la adiábica saturada.—Expresemos que a lo largo de dicha línea es constante la entropía del sistema

$$1 \text{ de aire} + M \text{ de vapor} + (a - M) \text{ de líquido}$$

siendo a el total de agua por gramo de aire. Pero entre los puntos (p_0, T_0) y (p, T) (p , presión total) la entropía S' del aire seco crece en

$$S' - S'_0 = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p - E}{p_0 - E_0}$$

A su vez la entropía de la mezcla $(a - M)$ líquido + M vapor, al pasar del estado

$$a - M_0(p_0, T_0) \text{ de líquido, } M_0(p_0, T_0) \text{ de vapor}$$

al estado

$$a - M(p, T) \text{ de líquido, } M(p, T) \text{ de vapor}$$

experimenta un aumento que vamos a medir a lo largo del siguiente camino reversible:

1.° Se liquida a la temperatura constante T_0 , todo el vapor M_0

$$\left(\Delta_1 S'' = -\frac{L_0 M_0}{T_0}\right).$$

2.° Se eleva de T_0 a T la temperatura del líquido saturado a , cuyo calor específico se supone constante, e igual a c

$$\left(\Delta_2 S'' = a \cdot c \ln \frac{T}{T_0}\right).$$

3.° Se evapora M de líquido, a la temperatura T

$$\left(\Delta_3 S'' = \frac{LM}{T}\right).$$

En total, la entropía del agua ha aumentado

$$S'' - S''_0 = a \cdot c \cdot \ln \frac{T}{T_0} + \frac{LM}{T} - \frac{L_0 M_0}{T_0}$$

Como la entropía S del sistema agua + aire es casi igual a la suma de las entropías de los componentes, el incremento de S será la suma de los incrementos de S' y S'' . Expresando que $S - S_0$ es nulo en una transformación isentrópica, tendremos

$$S - S_0 \equiv (c_p + ac) \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p - E}{p_0 - E_0} + \frac{LM}{T} - \frac{L_0 M_0}{T_0} = 0 \quad (130)$$

o bien

$$(c_p + ac) \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p - E}{p_0 - E_0} + \varepsilon \cdot \left(\frac{LE}{(p - E) T} - \frac{L_0 E_0}{(p_0 - E_0) T_0} \right) = 0 \quad (130, a)$$

que es la ecuación de la adiabática saturada.

En cuanto a la cantidad total de agua a , se la podrá poner igual a la m_0 del aire ascendente antes de llegar al nivel de condensación, o bien igual a la $M_s = \frac{\varepsilon E_s}{p_s - E_s}$, correspondiente a dicho nivel.

123. **Temperatura virtual efectiva.**—Las gotas suspendidas en el aire pesan sobre él, de modo que la temperatura virtual corriente T_v , ya no basta para darnos idea de su densidad. Es preciso introducir en las fórmulas de la Estática, la llamada *temperatura virtual efectiva* T_{ve} .

que tiene en cuenta este efecto. Como el peso de las gotas recarga el del aire puro en la proporción de 1 a $1 + M_s - M$ será:

$$T_{ve} = \frac{T_s}{1 + M_s - M} \simeq T [1 - (M_s - M)] \cdot \left(1 + \frac{3}{5} M\right)$$

La cantidad $M_s - M$ de agua líquida por gramo de aire seco se lee en cualquier diagrama termodinámico por medio del haz de equisaturadas. En primera aproximación $M_s - M$ es, en cada nivel, proporcional a la diferencia ΔT de temperatura entre la adiabática saturada y la seca que parten del nivel de condensación, ya que dicha diferencia es un efecto del calor latente desprendido al condensarse el agua $M_s - M$; es decir, que

$$L(M_s - M) \simeq c_v \Delta T$$

luego poniendo

$$T [1 - (M_s - M)] = T_s$$

se tiene

$$-(T_s - T) = T(M_s - M) \simeq T \frac{c_p \Delta T}{L}$$

y dando a T en el segundo miembro un valor medio de 273° , resulta

$$T_s - T \simeq \frac{-\Delta T}{9}$$

Luego la temperatura T_s se construye dividiendo en la relación $1/8$ el segmento de isobara comprendido entre la adiabática saturada y la seca que parten del nivel de condensación. Y la temperatura virtual efectiva T_{ve} se halla sustituyendo T por T_s en la fórmula de la temperatura virtual corriente.

Para que los productos de condensación transmitan todo su peso al aire no es preciso que floten en reposo respecto a él; basta que caigan con movimiento uniforme. Pero si la velocidad es grande, $M_s - M$ no representará ya la cantidad de líquido por gramo de aire seco, puesto que las gotas ya no permanecen en la masa que las ha condensado.

124. Zonas del granizo y de la nieve.—En la zona del granizo la cantidad de agua líquida de la nube ascendente va disminuyendo, no sólo porque se congela, sino también porque, en parte, se evapora. En efecto, durante la congelación crece el volumen del aire saturado, sin disminuir su temperatura, de modo que tiene que aumentar su contenido en vapor.

En esta zona son constantes $T = 273^\circ$, $E = E_{273}$ y $L = L_{273}$; y M es la sencilla función de p , $M = \epsilon \frac{E_{273}}{p - E_{273}}$. Lo único que nos falta

determinar en función de p es cómo se distribuye el agua restante $a - M$ entre la fase sólida y la líquida.

Llamemos H a la cantidad de hielo por gramo de aire puro, y λ al calor de congelación. Sean p_1 y M_1 los valores de p y M al comienzo de la zona del granizo, es decir para $H = 0$. Al llegar el aire ascendente a una presión más baja p , es evidente que el calor desprendido en la formación del hielo H habrá suministrado la entropía precisa para dilatar el aire puro, y para producir el exceso $M - M_1$ de vapor; luego

$$\frac{\lambda H}{273} = R \ln \frac{p_1 - E_{273}}{p - E_{273}} + \frac{L_{273}}{273} (M - M_1) \quad (131)$$

o bien

$$H = 273 \frac{R}{\lambda} \ln \frac{p_1 - E_{273}}{p - E_{273}} + \frac{\varepsilon L_{273} E_{273}}{\lambda} \left[\frac{1}{p - E_{273}} - \frac{1}{p_1 - E_{273}} \right] \quad (131, a)$$

Para calcular la presión p_2 a que se acaba la zona de granizo, basta poner en estas fórmulas, $p = p_2$ y $H = a - M_2$, indicando que, a esta presión p_2 , se agota el agua líquida. La ecuación en p_2 que se obtiene hay que resolverla por métodos gráficos.

Según (68 b), pág. 87, la distancia entre las isobaras p_1 y p en un estrato isotérmico de temperatura T_0 es

$$z = \frac{RT_0}{g} \ln \frac{p_1}{p}$$

luego, aproximadamente, podemos sustituir en las anteriores fórmulas

$$273 R \ln \frac{p_1 - E_{273}}{p - E_{273}} \approx g z$$

en que z es el espesor de zona de granizo que queda debajo de la isobara p .

Zona de la nieve.—En ella rige la ecuación

$$(c_p + ac') \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p - E'}{p_0 - E'_0} + \varepsilon \varrho \left[\frac{E'}{T(p - E')} - \frac{E'_0}{T_0(p_0 - E'_0)} \right] = 0 \quad (132)$$

análoga a la (130, a), de la cual se deduce poniendo, en vez del calor específico c del agua, el c' del hielo, que viene a valer la mitad; en vez de las tensiones E de equilibrio sobre el agua, las E' de equilibrio sobre el hielo; y en lugar del calor L de condensa-

ción, el ξ de sublimación, que, como se ha demostrado en la página 109, se puede suponer constante.

125. Evolución pseudoadiabática del aire saturado.—En vez de suponer que en la *zona de lluvia* toda el agua líquida sube con el aire, hagamos la otra hipótesis extrema; es decir, supongamos que cada gota es eliminada en el instante mismo en que se produce. Esta nueva forma ideal de evolución del aire saturado se denomina *pseudoadiabática*, porque aunque no haya cambios de calor con las otras masas, perder materia es siempre perder entropía.

La diferencia entre ambas evoluciones consiste en que en la adiabática saturada el líquido constituye un manantial de entropía para el sistema, pues se enfría al par del aire puro, de modo que, además del calor de condensación, le cede *calor de enfriamiento*; mientras que en la pseudoadiabática el agua sólo puede dar calor latente. Por eso *a igualdad de expansión relativa el aire se enfría más, y condensa más vapor en el ascenso pseudoadiabático que en el adiabático*. Para temperaturas sobre 0° C, la diferencia es pequeñísima, debido a que el calor de enfriamiento es insignificante comparado con el de condensación; pero desde 0° C la discrepancia se hace más sensible, pues entonces en el proceso adiabático *es calor de congelación lo que el agua cede* (zona isoterma del granizo); mientras que *en la pseudoadiabática no hay lugar a zona del granizo*, de modo que la temperatura sigue siempre bajando.

Pero cuando la diferencia final de temperaturas toma una importancia enorme es *cuando las masas descienden de nuevo*. Pues entonces en la adiabática saturada el agua va evaporándose otra vez, de modo que el aire recobra a cada altura el estado con que pasó por ella al subir (inversión exacta del proceso). Mientras que en la pseudoadiabática, como no es posible tal evaporación, el aire desciende por vía adiabática seca y llega abajo mucho más caliente y seco de lo que partió. (Föhn ciclónico; véase pág. 225.)

La ecuación diferencial de la pseudoadiabática coincide a cada altura con la de aquella adiabática saturada que tiene allí su nivel de condensación. En efecto, a ese nivel no existe líquido en la adiabática saturada, que la haga distinta de la pseudoadiabática. Luego si diferenciamos la (130),

$$(c_p + ac) \frac{dT}{T} - R d \ln (p - E) + d \frac{LM}{T} = 0$$

y ponemos en el resultado $\underline{a} = \underline{M}$, para expresar que estamos en el nivel de condensación, se obtiene la fórmula de la pseudoadiabática

$$(c_p + M c) \frac{dT}{T} - R d \ln (p - E) + d \frac{LM}{T} = 0 \quad (133)$$

Esta expresión no es diferencial exacta, pues lo son todos sus términos menos el

$$\frac{M c}{T} dT \equiv c \varepsilon \frac{E}{p - E} \cdot \frac{dT}{T}$$

pero, sin buscar denominador integrante, se consigue sobrada aproximación poniendo en (133) un valor medio \overline{M} , de \underline{M} , e integrando. Resulta

$$(c_p + \overline{M} c) \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p - E}{p_0 - E_0} + \frac{LM}{T} - \frac{L_0 M_0}{T_0} = 0 \quad (133. a)$$

126. **¿Líneas adiabáticas, o líneas pseudoadiabáticas?**—Como la evolución real del aire saturado no es ni adiabática ni pseudoadiabática, sino intermedia entre las dos, y más parecida a la una o a la otra según los casos, ocurre preguntarse de cuál de las dos ecuaciones (130 a) ó (133 a) convendrá hacer uso. A primera vista parece preferible la (130 a) de las adiabáticas saturadas, por su exactitud; pero esa ventaja no es más que aparente:

En efecto, ni la fórmula (130 a), ni la (133 a) se prestan, por su gran complicación, al cálculo numérico. Ahora bien, en los diagramas para el cálculo gráfico no se pueden imprimir todas las adiabáticas saturadas, ya que por cada punto (p_0 , T_0) pasan infinitas (una para cada valor de a , o sea para cada proporción de mezcla inicial m_0). En cambio, por cada punto no pasa más que una pseudoadiabática, ya que la ecuación (133) no contiene parámetro alguno, sino sólo funciones de estado; de modo que no habría inconveniente en imprimir en un diagrama el haz de pseudoadiabáticas, después de determinar su ecuación con toda la exactitud precisa, aplicando la fórmula (133 a) a intervalos de integración suficientemente estrechos.

En realidad ac es tan pequeño comparado con c_p , que también resultan aceptables las líneas adiabáticas, trazadas a base de un valor medio, o más verosímil, de a .

V. LA TEMPERATURA POTENCIAL EQUIVALENTE

127. **Comparación de las distintas definiciones.**—En términos generales se llama temperatura potencial equivalente θ_0 , el valor que toma la temperatura potencial del aire, cuando éste absorbe el calor

de condensación de todo el vapor que le acompaña. Según el modo como se suponga absorbido este calor, se llega a resultados ligeramente desiguales θ_{eo} , θ_{eq} , θ_p ... Mas, en primera aproximación, todos ellos disfrutan a la vez de la invariancia de la temperatura equivalente para las evaporaciones y condensaciones isobáricas, y de la invariancia de la temperatura potencial para los cambios de presión adiabáticos; y, por consiguiente, son índices muy valiosos para identificar las masas de aire a través de procesos de ambos tipos.

a) Si el vapor se condensa a 1.000 mb., después de llevar el aire, por vía adiabática, a esa presión, se tiene la *temperatura equivalente completada* θ_{eo}

$$\theta_{eo} = \theta + \frac{L(\theta) \cdot m}{c_p} = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} + \frac{L(\theta) \cdot m}{c_p} \quad (134)$$

b) Si el vapor se condensa a la presión inicial p , resulta la llamada *temperatura equipotencial* θ_{eq} , que es distinta de la θ_{eo} , pues

$$\theta_{eq} = \left(T + \frac{L(T) \cdot m}{c_p} \right) \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (135)$$

y si las restamos, poniendo $L(T) \approx L(\theta)$, se tiene

$$\theta_{eq} - \theta_{eo} = \frac{L(T) \cdot m}{c_p} \left[\left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} - 1 \right]$$

luego $\theta_{eq} \geq \theta_{eo}$, según que $p \leq 1.000$ mb.

La temperatura equipotencial θ_{eq} es invariante para los mismos fenómenos que T_e , en particular para la evaporación isobárica de lluvia en el aire. Menos conservativa resulta en las evoluciones adiabáticas, secas y saturadas; prueba de ello es que $\theta_{eo} \neq \theta_{eq}$, eso que θ_{eo} no es más que el valor que toma θ_{eq} , cuando el aire pasa adiabáticamente a los 1.000 mb.

Estas dos definiciones se fundan en un proceso imposible: que el vapor le ceda calórico al aire, que está más caliente que él. He aquí una definición libre de ese defecto:

c) Llamamos nosotros *temperatura pseudopotencial equivalente* θ_p , el valor que toma la temperatura potencial θ del aire seco,

cuando éste absorbe, por vía reversible, la entropía que desprende el vapor al condensarse isotérmicamente. Si el aire está saturado, cosa necesaria para que la condensación sea reversible, se tendrá, según (59, a) página 65.

$$\ln \theta_p - \ln \theta_s = \frac{\Delta S}{c_p} = \frac{LM}{c_p T}$$

de donde, teniendo en cuenta al calcular la temperatura potencial θ , del aire puro, que éste se halla en el estado $(p-E, T)$, resulta

$$\theta_p = \theta_s e^{\frac{LM}{c_p T}} = T \left(\frac{1000}{p-E} \right)^{\frac{R}{c_p}} e^{\frac{LM}{c_p T}} \quad (136)$$

La figura 53 representa un modo de realizar el intercambio de entropía descrito. Mientras el vapor se condensa, comprimiéndolo con el pistón AA, permeable al aire, se mantiene fija la temperatura, tirando del émbolo BB lo preciso para que el aire vaya dilatándose isotérmicamente, a costa del calor latente que va quedando libre.

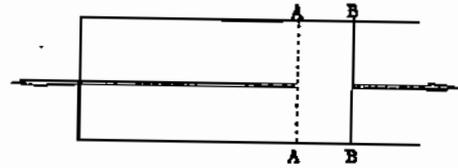


Figura 53

Si el aire no está saturado, lo dilatamos adiabáticamente hasta su temperatura T_s de saturación, y condensaremos después el vapor, a la temperatura fija T_s , por el mismo artificio de antes. Resultará

$$\theta_p = \theta_s e^{\frac{Lm}{c_p T_s}} = T \left(\frac{1000}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}} e^{\frac{Lm}{c_p T_s}} \quad (136, a)$$

y como T_s es la misma para todos los puntos de la adiabática seca que sigue el aire en su ascenso, θ_p será invariante para las transformaciones adiabáticas secas.

Además, θ_p es casi invariante en las transformaciones pseudo-adiabáticas, y a ello debe su nombre de temperatura pseudopotencial equivalente. En efecto, si en la fórmula (133) de la pseudoadiabática, despreciamos Mc en comparación con c_p , queda

$$c_p d \ln T - R d \ln (p - E) + d \frac{LM}{T} \equiv c_p d \ln \theta_s + d \frac{LM}{T} = 0$$

o bien
$$\theta_s \cdot e^{\frac{LM}{c_p T}} \equiv \theta_p = \text{const.}$$

Por eso, para determinar, con un diagrama termodinámico, la θ_p que

corresponde a una masa (p_1, T_1, m_1) (fig. 54), se sube por la adiabática seca del punto $P(p_1, T_1)$ hasta el punto Q de condensación (es decir, hasta la equisaturada $M=m_1$); desde Q se sigue la pseudoadiabática, y la temperatura potencial θ_1 de la adiabática seca, a la cual tiende dicha pseudoadiabática, para $p \rightarrow 0$, será precisamente la θ_p de la masa. Para simplificar esta construcción, cada pseudoadiabática suele llevar inscrita la θ_p común a todos sus puntos, es decir, la θ de la adiabática seca, a la cual tiende dicha pseudoadiabática, para $p \rightarrow 0$.

La temperatura pseudopotencial equivalente, θ_p , es mayor que la equipotencial θ_{eq} , pues

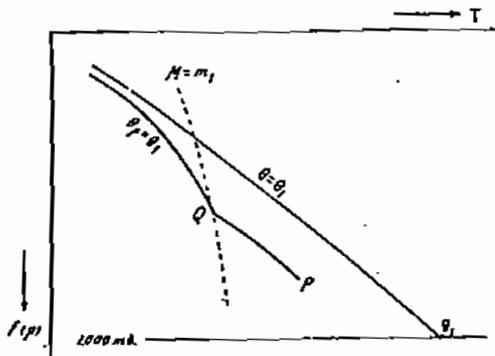


Figura 54

Determinación gráfica de θ_p .

$$\theta_p = \theta_s \left[1 + \frac{LM}{c_p T_s} + \frac{1}{2} \left(\frac{LM}{c_p T_s} \right)^2 + \dots \right]$$

mientras que

$$\begin{aligned} \theta_{eq} &= T \left(1 + \frac{LM}{c_p T} \right) \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \\ &= \theta \left(1 + \frac{LM}{c_p T} \right) \end{aligned}$$

La diferencia puede alcanzar 6° , y obedece a dos motivos físicos bien simples (1):

1.º En la atmósfera basta privar a una masa de aire de su vapor, para que aumente su temperatura, aunque no reciba calor alguno; pues como su presión baja a $p-e$, en seguida el resto del aire la caliente, al restablecer la presión p . Este efecto se tiene en cuenta en la *temperatura*

pseudopotencial, calculada a base de la temperatura potencial $\theta_s = T \left(\frac{1000}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}}$ del aire seco; pero no en la *temperatura equipotencial*, calculada a base

de la temperatura potencial $\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$, como si el aire, después de la condensación de su vapor, siguiera a la presión p . Ahora bien

$$\theta_s = T \left(\frac{1000}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}} = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \cdot \left(\frac{p}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \theta \left(1 + \frac{e}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \theta \left(1 + \frac{m}{\varepsilon} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

(1) Es extraño que algunos autores consideren esta discrepancia entre θ_p y θ_{eq} como una especie de antinomia de difícil resolución. Como el calor no es función de estado, nada tiene de particular que, después de recibir el mismo calor (Lm) , se llegue a la misma presión (1.000 m b) a diferentes temperaturas.

o sea
$$\theta_s \simeq \theta \left(1 + \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{5} m \right) \simeq \theta (1 + 0,46 m) \quad (137)$$

de modo que $\theta_s - \theta$ llega fácilmente a los 3°.

2.º La temperatura potencial del aire seco aumentará tanto más, en virtud de la condensación, cuanto más aumente la entropía. Ahora bien, el calor Lm produce mayor aumento de entropía cuando se absorbe a la temperatura $T_s \ll T$ (caso de la θ_p), que cuando se absorbe entre las temperaturas T y $T + \frac{Lm}{c_p}$ (caso de la θ_{co}).

d) En rigor, la temperatura pseudopotencial definida por (136, a) no se conserva de un modo exacto en la pseudoadiabática, ni tampoco en las adiabáticas saturadas: en unas y en otras *crece al bajar la temperatura*, ya que cuanto más fría se aparte el agua del aire puro, más entropía le habrá cedido. Por eso Stüve definió la *temperatura pseudopotencial equivalente* como *temperatura potencial que toma el aire puro, cuando todo su vapor se condensa por vía pseudoadiabática*. La *temperatura pseudopotencial equivalente de Stüve*, a la cual llamaremos θ_{ps} , para distinguirla de la θ_p definida en c), es rigurosamente invariante en las transformaciones adiabáticas secas y en las pseudoadiabáticas; pero tiene el inconveniente de que no se conoce su ecuación.

Es costumbre aplicar a la definición de Stüve la fórmula (136 a), lo cual se justifica, desde el punto de vista numérico, por la pequeñez de $\theta_{ps} - \theta_p > 0$; pero nos parece más indicado hacer ver, por medio de la definición c), el sentido físico de la fórmula aproximada (136 a).

La contrucción de la figura 54 conduciría exactamente a la temperatura θ_{ps} de Stüve; pero para realizarla habría que conocer con exactitud el curso de las pseudoadiabáticas.

e) Hemos visto que para definir una temperatura potencial equivalente, rigurosamente invariante, es necesario fijar el estado a que el agua líquida se apartará del aire puro. Stüve, por ejemplo, supone que el agua se separa en el momento mismo de condensarse, y obtiene el invariante θ_{ps} .

Supongamos ahora que la separación se hace a 273°. Definimos así la llamada *temperatura equipotencial verdadera* θ_{ev} , que es el valor que toma la θ del aire seco, cuando el agua que lo acompaña le comunica toda la entropía que desprende, al pasar a líquido y a la temperatura de 0° C.

La temperatura equipotencial verdadera θ_{ev} es rigurosamente invariante en todos los procesos adiabáticos reversibles, y también para la

eliminación e incorporación de agua líquida a 0° C. En particular, es invariante en las adiabáticas secas y en las saturadas, incluso en las zonas del granizo y de la nieve.

He aquí un camino reversible para calcular θ_{ev} . Por el artificio de la figura 53, se satura el vapor, comprimiéndolo isotérmicamente de e a E , de modo que el aire absorba la entropía $R'm \ln \frac{E}{e}$ desprendida; se licúa el vapor isotérmicamente, y se lleva el agua a los 273°. En total

$$\ln \theta_{ev} - \ln \theta_s = \frac{\Delta S}{c_p} = \frac{R'a}{c_p} \ln \frac{E}{e} + \frac{L(T) \cdot m}{c_p T} + \frac{ac}{c_p} \ln \frac{T}{273}$$

o sea

$$\theta_{ev} = \theta_s \cdot \left(\frac{100}{h}\right)^{\frac{R'a}{c_p}} \cdot \left(\frac{T}{273}\right)^{\frac{ac}{c_p}} \cdot e^{\frac{L(T) \cdot m}{c_p T}} \quad (138)$$

La fórmula $\theta_{ev} = \text{const.}$ es una generalización de la (130), al caso de que primitivamente sea $h < 100$.

128. La pseudoadiabática en relación con la temperatura T' .
Aplicaciones.—Elevemos una masa de aire por la adiabática seca PQ (fig. 55), hasta su nivel de condensación; y desde allí bajémosla

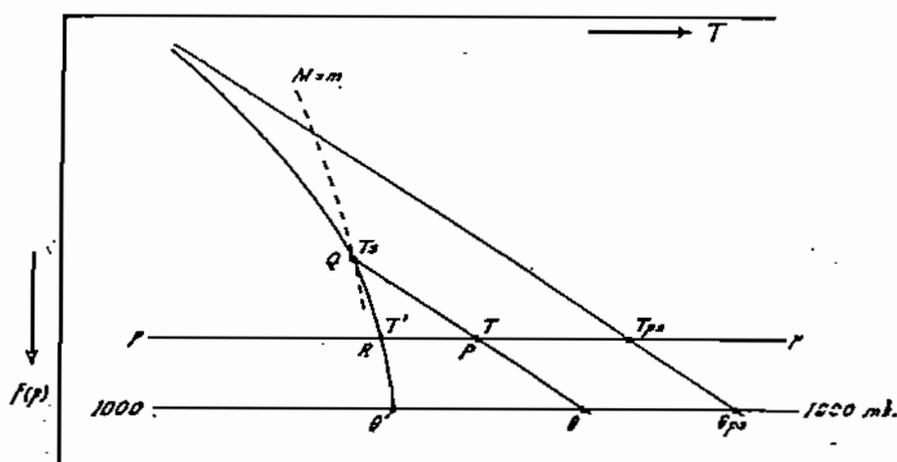


Figura 55

a la presión inicial, a lo largo de la pseudoadiabática QR. El ascenso PQ es isentrópico, y en el descenso QR el aire no gana más entropía que la del agua líquida que hay que ir evaporando en él, para mantenerlo saturado. El exceso de entropía de R sobre P es, pues, igual a la entropía que contiene, al estado líquido, el exceso de agua. Por tanto, según el recíproco 82 g) (pág. 120), la tempera-

tura en R es *muy aproximadamente* la T' del termómetro húmedo del aire P. Es decir:

a) *La pseudoadiabática que ha de seguir en su ascenso el aire (p, T, m) corta a la isobara p , a la temperatura T' del termómetro húmedo en dicho aire.*

Esta propiedad se presta a importantes aplicaciones prácticas, pues, con gran aproximación, nos permite:

1.º Fijar de antemano la pseudoadiabática que ha de seguir.

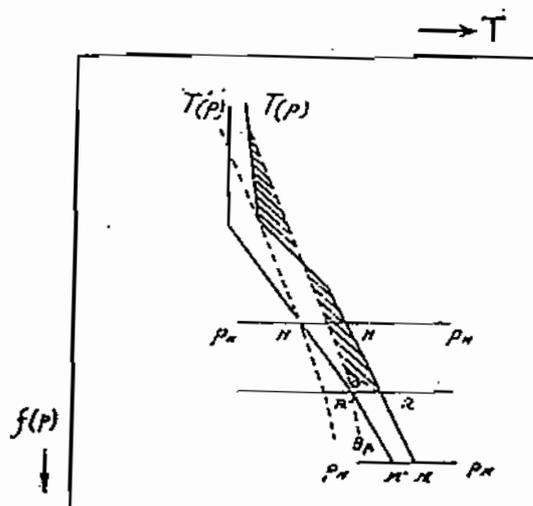


Figura 56

Diagnóstico de la inestabilidad latente por medio de la curva $T'(p)$.

De trazos, las pseudoadiabáticas,

De M a N, inestabilidad latente: de M a R, efectiva, y de R a N, falsa.

cuando se sature, el aire (p, T, m) ; pues será la que pasa por el punto (p, T') .

2.º Determinar el punto Q de condensación del aire (p, T, m) ; pues como tiene que hallarse en la pseudoadiabática que pasa por (p, T') y en la adiabática seca que pasa por (p, T) , será la intersección de ambas líneas.

El procedimiento usual, que consiste en cortar la adiabática seca por la equisaturada $M=m$, es menos cómodo; pues m hay que calcularlo, mientras que T' se lee directamente. Como ambas construcciones han de dar el mismo punto Q, resulta:

b) *La adiabática seca que pasa por (p, T) , la pseudoadiabática por (p, T') y la línea equisaturada $M=m$, concurren en un punto.*

3.° Leer de un modo directo la temperatura pseudopotencial equivalente de una masa (p, T, m); pues será la θ_p inscrita en la pseudoadiabática que pasa por (p, T).

4.° Tantear de una vez la inestabilidad latente de todos los puntos del sondeo. Basta construir, además de la curva de estado $T(p)$, la $T'(p)$ (fig. 56), y marcar los arcos $M'N'$ de la $T'(p)$ de los que parten pseudoadiabáticas que corten al sondeo. Entre las mismas isobaras P_x y P_n que estos arcos, se encuentran, en la línea de estado, las columnas MN de aire con *inestabilidad latente*.

Para reconocer la *clase* de inestabilidad latente, se busca a estima la pseudodiabática θ_{p1} , para la cual el área superior y el área inferior parezcan iguales; para las pseudoadiabáticas situadas a la derecha de la θ_{p1} , las áreas superiores son ya más grandes que las inferiores; luego las masas MR que evolucionan según esas curvas son las que presentan *inestabilidad latente efectiva*. Nótese que precisamente para estas masas es $\theta_p > \theta_{p1}$.

129 La temperatura potencial θ' del termómetro húmedo.— La propiedad 128 a) se cumple en toda isobara, para sus puntos de intersección con la adiabática seca y con la pseudoadiabática. Es decir, que:

Cuando una masa de aire evoluciona según la adiabática seca, la temperatura del termómetro húmedo varía según la pseudoadiabática.

Por tanto, para hallar el valor θ' que toma la T' , cuando T llega adiabáticamente al valor θ , basta cortar la isobara de 1.000 mb, por la pseudoadiabática que pasa por T' . *Este valor θ' recibe el nombre de temperatura potencial del termómetro húmedo*. Para leerlo, sin recorrer la pseudoadiabática hasta los 1.000 mb, basta rotular cada una según su θ' , y no según su θ_p .

La temperatura potencial del termómetro húmedo θ' es invariante para las evaporaciones de lluvia, ya que en cada isobara sólo depende de T' ; y también para las evoluciones adiabáticas secas y pseudoadiabáticas, ya que θ' sólo depende de la pseudoadiabática de evolución. *

La propiedad 128 a) no es más que aproximada. En rigor, la pseudoadiabática corta a la isobara a una temperatura T'_{ps} , que llamaremos *pseudotemperatura del termómetro húmedo*, para distinguirla de la verdadera T' . Vamos a demostrar que $T' > T'_{ps}$.

En efecto, vimos en 80, g'), pág. 120, que por ser irreversible la evaporación psicrométrica, el aire gana en ella *más entropía* de la que contiene a la temperatura T' el líquido evaporado. En cambio, en la evaporación reversible pseudoadiabática QR (fig. 55), el aire sólo gana la entropía contenida en el líquido evaporado, que además está más frío que el del psicrómetro (las primeras gotas a la temperatura T_s). Luego el aire (p, T') tiene más entropía que el (p, T'_{ps}) , de donde $T' > T'_{ps}$.

En esta segunda aproximación hay que distinguir dos temperaturas potenciales del termómetro húmedo: la *verdadera*, que seguiremos llamando θ' , es la temperatura a que alcanza los 1000 mb la pseudoadiabática trazada por (p, T') . La *pseudotemperatura potencial del termómetro húmedo* θ'_{ps} es la temperatura a que alcanza los 1000 mb la pseu-

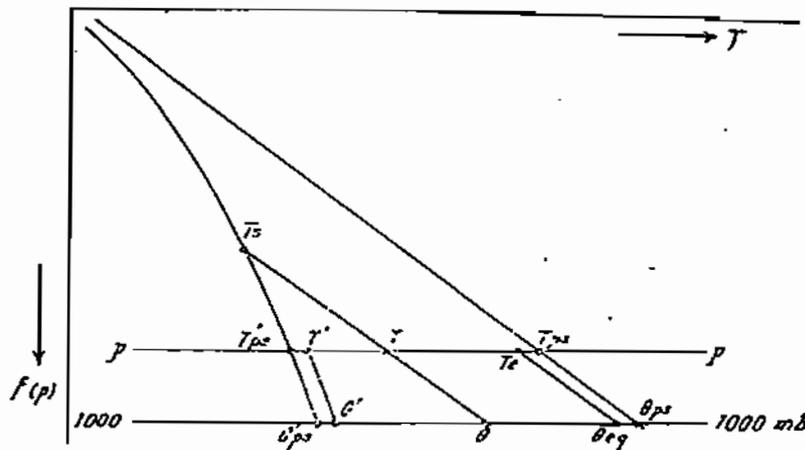


Figura 57

Definición exacta de los distintos invariantes.
Oblicuas: adiabáticas secas. Curvas: las pseudoadiabáticas.

doadiabática de evolución del aire (p, T, m) (fig. 57). Una y otra son invariantes útiles, pero la θ' , lo mismo que dijimos de la θ_{en} , es más conservativa para la evaporación a p constante que para las dilataciones adiabáticas secas y pseudoadiabáticas, mientras que con la θ'_{ps} , igual que dijimos de la θ_{ps} , sucede precisamente lo contrario. Evidentemente, es $\theta' > \theta'_{ps}$.

130. La pseudotemperatura. Clasificación de los invariantes definidos.—Se llama pseudotemperatura T_{ps} , a la temperatura que toma el aire al volver a la presión inicial p , después de haber absorbido, en un ascenso pseudoadiabático, el calor de condensación de todo su vapor. La pseudotemperatura T_{ps} es, pues, una especie de temperatura equivalente, por lo cual difiere poco de T_e , si bien $T_{ps} > T_e$, por lo mismo que $\theta_{ps} > \theta_{en}$ (fig. 57). Otra diferencia consiste en que T_{ps} es estrictamente invariante en los ascensos pseudoadia-

báticos que empiezan y terminan a la presión p , cosa que T_e sólo cumple de un modo aproximado; mientras que en las evaporaciones isobáricas es T_e la que mejor se conserva.

Se advierte, pues, que todos estos invariantes son de dos especies: 1.º, los idóneos para identificar el aire a través de la evaporación de la lluvia (T_e , T' , θ_{∞} y θ'); y 2.º, los idóneos para reconocer aire a través de condensaciones por ascenso pseudoadiabático (T_{ps} , T'_{ps} , θ_{ps} y θ'_{ps}). Todo intento de definir un índice igualmente conservativo para ambos fenómenos sería inútil, ya que la condensación pseudoadiabática es reversible, y la evaporación isobárica no.

131. Aplicaciones a la identificación de masas de aire.—Las evaporaciones, condensaciones y movimientos verticales comunican

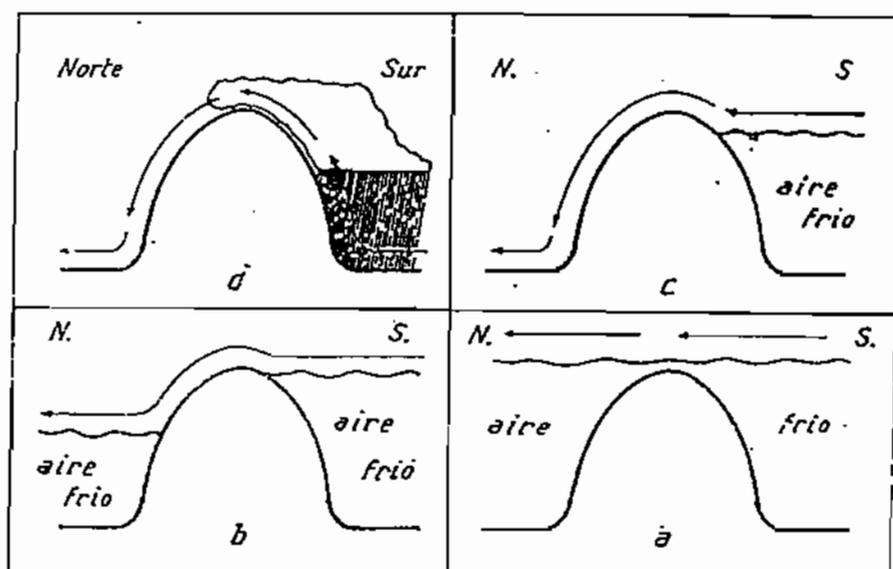


Figura 58

Fases sucesivas del Föhn: a) Fase previa. b) Fase inicial.
c) Föhn anticiclónico. d) Föhn ciclónico.

a una misma masa de aire apariencias tan diferentes, que resulta difícil identificarla. Pero gracias a los índices θ_e o a los θ' , la identificación será fácil, con tal que en estos fenómenos el aire no absorba ni desprenda calor, ni por radiación ni por contacto. He aquí algunos ejemplos:

a) *Efecto Föhn*.—El viento sur que desciende en ocasiones por la ladera norte de los Alpes es tan seco y tan cálido, que antes se le creía venido del Sahara. Sin embargo, la identidad de temperaturas

potenciales equivalentes prueba que esta masa de aire es la misma que escala las cumbres en la vertiente sur, en forma de viento fresco y lluvioso. El contraste de temperaturas a igualdad de altitud es debido precisamente al calor de condensación de la lluvia caída durante el ascenso; pues como este agua ya no puede volver a evaporarse durante el descenso, su calor de condensación queda incorporado al aire de un modo definitivo (Föhn ciclónico, figura 58 d). * f

Al principio no existe al sur de los Alpes el viento ascendente, sino una masa fría estancada, sobre la cual sopla hacia la cordillera un viento más cálido, que es el que baja después por las laderas septentrionales, con sequedad y calor acentuados por el descenso (Föhn anticiclónico, figura 58 c). La causa que hace bajar a esta corriente, no obstante su mayor temperatura, es la gradual desaparición del aire frío de la parte norte, el cual se retira hacia el Oeste, atraído por la succión de una borrasca que viene del Atlántico (fase b). Antes de hacerse sentir esta succión, es claro que la masa fría alcanzaba el mismo nivel al norte que al sur de los Alpes (fase a). El paso de la fase c a la d se reduce a la eliminación de la masa fría meridional, arrastrada poco a poco por el viento superior.

La importancia del efecto Föhn consiste en que no se produce sólo en los Alpes, sino en cualquier cordillera, con tal que el viento la transmonte.

b) *El tetagrama y sus aplicaciones.*—*Tetagrama* es la curva de estado del aire, representada en el sistema (z, θ_0) o (p, θ_0) . Para cada *masa de aire* el tetagrama tiene una forma mucho más constante y característica que las curvas corrientes (z, T) o $[f_1(p), f_2(T)]$; cosa natural, puesto que θ_0 no varía en muchos procesos que alteran T notablemente. Al cabo, θ_0 sólo se muda con la radiación, que depende de un modo bastante sencillo de la época y de las condiciones geográficas; así que es fácil construir estadísticamente, para cada región del mundo, los *tetagramas normales* de cada *masa*, en cada época. Estas curvas reciben el nombre de *homólogas prácticas*, y trazando el tetagrama de cada día en un papel en que vayan impresas, no es difícil descomponerlo en una superposición de diferentes *masas estratosféricas* (fig. 59), y reconocer si el paso de unas a otras constituye una inversión impenetrable, como la CD, o una zona de transición lenta como la EF.

El examen de tetagramas sucesivos de una misma columna aérea nos revela su movimiento vertical. Así, en la figura 60 se

advierte un descenso del aire en conjunto, acompañado de disper-

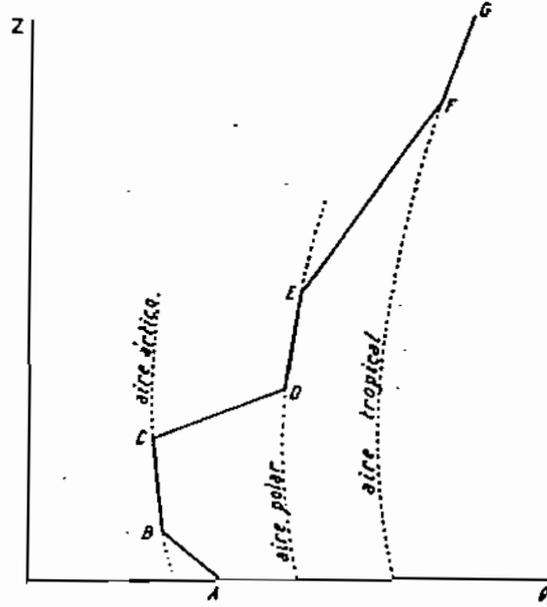


Figura 59

Análisis de una curva de estado (línea gruesa) por medio del tetragrama, según Schinze. De puntos, las curvas homologas prácticas, correspondientes al sitio y a la época.

sión lateral, ya que las partículas inferiores han descendido mucho menos que las superiores.

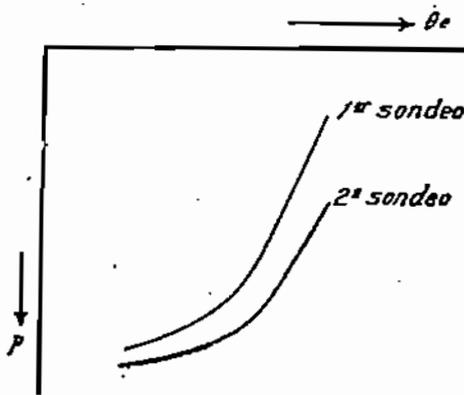


Figura 60

Diagnóstico de una subsidencia anticiclónica, por medio del tetragrama.

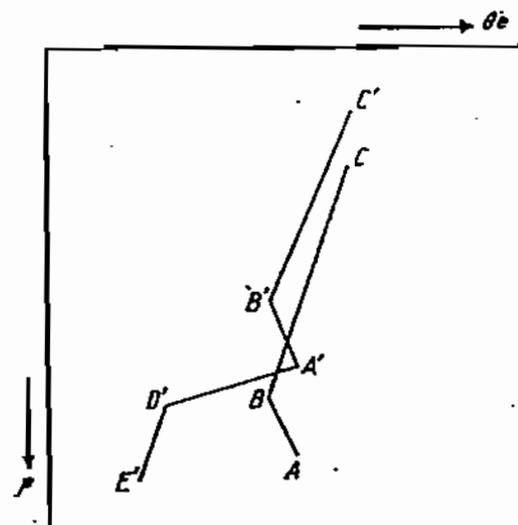


Figura 61

Diagnóstico del deslizamiento ascendente en un frente cálido.

A B C, primer sondeo.

E' D' A' B' C'. curva de estado obtenida 24 horas después, en el nuevo punto alcanzado por la misma columna de aire.

En este caso de subsidencia anticiclónica hay reposo horizontal, y basta comparar sondeos efectuados en el mismo punto. Pero si

los corrimientos horizontales de las masas son importantes, habrá que tenerlos en cuenta, para conseguir que los tetagramas comparados representen, en realidad, una misma columna de aire. La figura 61 revela el ascenso del aire cálido ABC a lo largo de una cuña fría A'D'E', la cual sólo aparece en el segundo tetagrama, porque el primer sondeo se efectuó aún en pleno sector cálido. Se ve además que $CC' < BB' < AA'$, lo cual prueba que en este frente cálido la subida del aire fué acompañada de divergencia horizontal.

132.ª Aplicaciones teóricas de los índices θ_0 y θ' .—a) Nuevos criterios de estabilidad para el aire saturado.—La condición corriente

$-\frac{\partial T}{\partial z} < \Gamma$ admite, según 129 y 130, las formas exactas

$$\frac{\partial \theta_{ps}}{\partial z} > 0; \quad \frac{\partial \theta'_{ps}}{\partial z} \equiv \frac{\partial \theta'}{\partial z} > 0; \quad -\frac{\partial T_{ps}}{\partial z} < \gamma; \quad -\frac{\partial T'_{ps}}{\partial z} \equiv -\frac{\partial T}{\partial z} < \Gamma$$

y también, con bastante aproximación, las

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} > 0; \quad -\frac{\partial T_e}{\partial z} < \gamma$$

sea cualquiera la definición de θ_e y T_e que se adopte.

b) Efecto de la agitación vertical.—La mezcla vertical no isentrópica termina por establecer una θ_0 constante en toda la columna agitada. En efecto, si el aire está saturado, ya hemos dicho (110, pág. 187), que se llega al gradiente $-\frac{\partial T}{\partial z} = \Gamma$, es decir, a una θ_0

uniforme. Y si el aire no está saturado, sabemos que la mezcla unifica en toda la columna la m y la θ , de las cuales es función θ_0 .

c) Criterio de inestabilidad convectiva. Su independencia de la inestabilidad ordinaria.—Siempre que θ_{ps} o θ'_{ps} decrezcan con la altura hay inestabilidad convectiva; pues basta elevar adiabáticamente una columna hasta que se sature en toda su longitud, para que $\frac{\partial \theta_{ps}}{\partial z} < 0$, o $\frac{\partial \theta'_{ps}}{\partial z} < 0$, se conviertan en condiciones de inestabilidad.

Recíprocamente: ¿podrá haber inestabilidad convectiva en una columna AB (fig. 62) tal que $\theta'_{ps}(A) > \theta'_{ps}(B)$? Desde luego no, si

toda la columna está saturada, pues entonces $\frac{\partial \theta'_{ps}}{\partial z} > 0$ es condición suficiente de estabilidad; y tampoco si sólo está saturada su base B, pues entonces el punto B no abandona ya la pseudoadiabática $\theta'_{ps}(B)$, y como el punto A sigue aún a la derecha de la pseudoadiabática $\theta'_{ps}(A)$, la recta BA tiene menos inclinación que una pseudoadiabá-

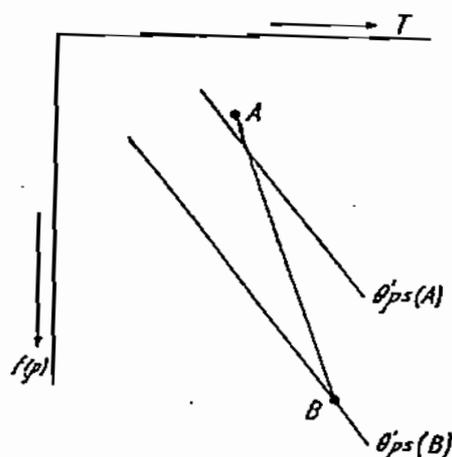


Figura 62

tica, y por tanto la columna es estable. Por último, si es el extremo superior A el que primero se satura, la columna, lejos de inestabilizarse al subir, se estabilizará más aún, ya que A se enfriará menos que B.

Así, pues, el recíproco es cierto y $\frac{\partial \theta'_{ps}}{\partial z} < 0$, o bien $\frac{\partial \theta'_{ps}}{\partial z} < 0$ es la condición necesaria y suficiente de inestabilidad convectiva.

En el último caso discutido puede ciertamente ocurrir que en el momento de saturarse el extremo superior A, la columna esté inestable; pero tal inestabilidad no merece el nombre de convectiva, ya que no es consecuencia del calor de condensación. De todos modos es instructivo ese ejemplo, porque prueba que, así como puede haber inestabilidad convectiva en el aire estable (inversión del alisio), también es posible que haya inestabilidad (desde luego, transitoria) en aire convectivamente estable; o sea, que en aire no saturado la inestabilidad convectiva nada tiene que ver con la corriente.

d) *Relación de la estabilidad condicional con la convectiva.*— Puede haber inestabilidad convectiva sin que la haya condicional (inversión del alisio). En cambio, cuando hay inestabilidad condicional la pseudoadiabática de evolución de la partícula elevada dejará a la izquierda a la curva de estado de las capas superiores, y, con más motivo aún, a las pseudoadiabáticas de evolución de dichas capas; luego θ'_{ps} es menor arriba que abajo, es decir, que hay inestabilidad convectiva.

Capítulo VII

LAS PRECIPITACIONES ATMOSFERICAS

I. LA CONDENSACION SOBRE NUCLEOS

133. **Inexactitud del esquema de Bezdold.**—Ya hemos dicho que ese esquema no corresponde estrictamente a la realidad. Sus defectos capitales consisten: 1.° En suponer que el vapor se condensa en cuanto alcanza la tensión $E(T)$, que es la de equilibrio sobre las superficies líquidas *planas*, sin tener en cuenta que en el aire la condensación se inicia en gotas de enorme curvatura, y además sobre *núcleos*, que por su carga eléctrica y su carácter higroscópico requieren tensiones distintas de la $E(T)$. Y 2.°, en suponer que estas gotas se congelan en cuanto su temperatura baja a 0°C , prescindiendo de los *fenómenos de subfusión*, tan importantes en la atmósfera. En este capítulo trataremos de subsanar estos errores, y de exponer el mecanismo real de las precipitaciones atmosféricas, hasta donde los conocimientos actuales lo permitan.

134. **Influjo de la presión en la tensión saturante.**—Considerar E como función de T , exclusivamente, no pasa de ser una primera aproximación. En realidad, para una misma temperatura, depende E de la presión total p ejercida sobre el líquido, que es la resultante de la tensión de su vapor, la tensión superficial, las presiones eléctricas, las osmóticas, etc.

En efecto (fig. 63), hagamos describir a 1 g de (líquido + vapor) el siguiente ciclo *isotermo* reversible: 1.° Se aumenta en dp la presión sobre el líquido puro (línea 1-2). 2.° Se evapora todo él, a la presión constante $p + dp$ (línea 2-3), haciendo que el vapor se forme bajo la nueva tensión de equilibrio $E + dE$ (línea 2'-3'). 3.° Se dilata, siempre isotérmicamente, el vapor, hasta la tensión E (lí-

nea 3'-4'). Y 4.º, se liquida el vapor a la tensión E (línea 4'-1', cuidando de que el líquido se forme bajo la presión p (línea 4-1).

En el diagrama T, S todo este ciclo está en una línea isoterma,

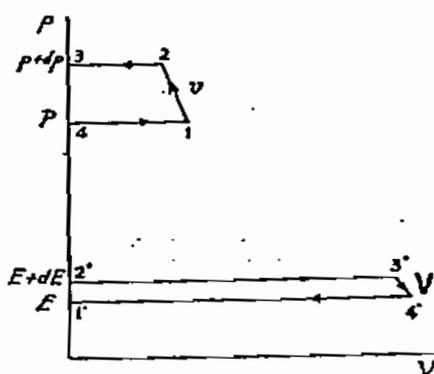


Figura 68

y por tanto su área es nula. También lo será el área en el p, v ; luego

$$V dE - v dp = 0, \quad \text{de donde} \quad \left(\frac{\partial E}{\partial p} \right)_T = \frac{v}{V} \quad (139)$$

Llamando p' a la parte de presión ajena al vapor, pondremos $dp = dp' + dE \simeq dp'$, ya que para el agua es, según (139), $dE = \frac{v}{V} dp < 5 \cdot 10^{-5} \cdot dp$, y queda

$$\frac{dE}{dp'} = \frac{v}{V} = \frac{vE}{R'T}$$

e integrando para v constante (*)

$$\ln \frac{E(T, p')}{E(T, 0)} = \frac{v}{R'T} p' \quad (140)$$

Cuando el segundo miembro $\ll 1$, basta la aproximación

$$\frac{\Delta E}{E} \simeq \frac{v}{R'T} p' \quad (140 a)$$

El coeficiente $\frac{v}{R'T} \simeq \frac{1}{4.6 \cdot 10^6 \cdot T}$ es tan pequeño, que sólo para

(*) Se necesitan presiones de 3.000 atm. para que el v del agua disminuya en 1/10 de su valor.

enormes valores de p' alcanza $\frac{\Delta E}{E}$ una magnitud apreciable. Si p' se reduce a las 10^6 din/cm² de la presión parcial del aire seco, $\frac{\Delta E}{E} \simeq \frac{1}{1260}$ queda aún por bajo de los errores de medida. Por eso se dice que E es independiente de la presión atmosférica. Pero las presiones capilares y osmóticas no pueden despreciarse, porque, como veremos, son mucho más fuertes.

135. Necesidad de los núcleos de condensación.—a) *Presión capilar en las gotas de agua.*—Recordemos que las superficies de los líquidos tienden a contraerse, como membranas distendidas. Sobre cada unidad de longitud actúa una fuerza normal t , de modo que el dilatar en dS la superficie cuesta el trabajo $t \cdot dS$. Esta t se llama *constante de la tensión superficial*, porque para cada líquido apenas varía. (Decrece algo al aumentar la temperatura: para el agua vale t 80 din/cm a los -20° C, y 75 a los 10° C.)

Esta *tensión superficial* se opone al aumento de volumen de los líquidos, siempre que vaya acompañado de una dilatación de su superficie; de modo que obra como una presión (la presión capilar, p_c) tal que

$$t \cdot dS = p_c \cdot dv$$

Si el aumento de volumen dv se produce por una traslación $d\eta$ de la superficie en el sentido de su normal, resulta,

$$t \, dS = p_c \, S \, d\eta$$

de donde

$$p_c = t \frac{d \ln S}{d \eta} \quad (141)$$

Así es precisamente como se dilatan las gotas esféricas; y como entonces $S = 4\pi r^2$ y $d\eta = dr$, siendo r el radio, resulta

$$p_c = t \frac{2}{r} \quad (142)$$

b) *Dificultad de la condensación en gotas.*—Para dar idea de la importancia de la presión capilar p_c , baste decir que en una

gota de 10^{-6} cm de radio vale ya $p_0 = 152 \cdot 10^6 \approx 150$ atm, y por tanto,

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta h}{100} = \frac{15}{126} \approx 12\%$$

de modo que la condensación no empieza para la humedad relativa de 100, sino para $h = 112$. Para $r = 10^{-7}$, $p_c \approx 1500$ atm, y según la (140).

$$\ln \frac{E}{E_0} = \ln \frac{h}{100} = 1.2$$

luego la condensación ya no se inicia hasta la humedad de 330.

Si en el aire no hubiese núcleos, la condensación tendría que empezar por gotas mucho más menudas aún, pues las de $r = 10^{-7}$ cm son ya enormes comparadas con las moléculas. La presión capilar haría, pues, necesarias sobresaturaciones formidables.

136. Las distintas acciones de los núcleos. En la atmósfera nunca se observan tales sobresaturaciones; la condensación sobreviene en cuanto h pasa un poco de 100, o antes aún de que alcance este valor. Esto es debido a la existencia de las partículas llamadas *núcleos de condensación* o de *Aitken*, que son unos corpúsculos de radio entre 10^{-6} y 10^{-5} cm, y por consiguiente ultramicroscópicos, ya que no alcanzan los $0,5 \cdot 10^{-4}$ cm de las mínimas ondas visibles. En 1 cm^3 de aire hay, en el campo, 10^3 núcleos en régimen ciclónico y 10^5 en régimen anticiclónico; en la ciudad son mucho más abundantes. Para contar estas partículas, se sobresatura el aire contenido en una cámara, dilatándolo bruscamente por un tirón de émbolo, y se cuentan las gotitas depositadas en un cristal, que forma el fondo de la cámara. Este aparato se llama *bomba de Aitken*.

Ahora bien; ¿cómo hacen posible los núcleos la condensación en gotas, a pesar de las presiones capilares? En apariencia de tres modos:

a) *Por acción de volumen*, pues condensándose sobre ellos el vapor, no son necesarias las gotas de $r \ll 10^{-5}$, ni por consiguiente las sobresaturaciones excesivas. Este efecto no basta, sin embargo, para producir las condensaciones atmosféricas; pues los núcleos son aún demasiado pequeños para resultar eficaces, a no ser con

grados de sobresaturación muy superiores a los que se registran. Además, si bastara la acción de volumen, los núcleos preferidos serían los grandes granos de polvo (hasta de 10^{-3} cm de radio) que tiene el aire en suspensión, y está fuera de duda que jamás hay condensación sobre estas partículas, pues en algunas *tempestades de polvo* la bomba de Aitken apenas encuentra núcleos, y en cambio los hay siempre abundantes en el aire del mar, bien limpio de polvo.

b) *Por acciones eléctricas*, pues la repulsión mútua de las cargas tiende a dilatar las gotas electrizadas, contrarrestando las presiones capilares. Pero este efecto es insensible en los *núcleos*, pues los electrizados o *iones gigantes*, son escasamente la mitad de los que hay, y llevan sólo una carga electrónica ε , cuya acción, como vamos a demostrar, es casi nula en partículas de tan grande volumen.

Sea una gota con carga m . Un elemento dS de su superficie tiene la carga $\frac{m}{4\pi r^2} dS$. Del campo $\frac{m}{r^2}$ que reina en él, la mitad es producida por el elemento mismo; luego sólo la otra mitad, ejercida por las cargas restantes, es la que actúa sobre él, repeliéndolo con la fuerza, *normal a la superficie*,

$$f = \frac{m}{2r^2} \cdot \frac{m}{4\pi r^2} dS$$

Existe, pues, una *presión negativa*, la *presión eléctrica* p_e , que vale

$$-p_e = \frac{m^2}{8\pi r^4} \quad (143)$$

Pero su influjo en la condensación es despreciable, pues aun en los núcleos de $r=10^{-6}$ cm, p_e importa sólo

$$-p_e \simeq \frac{(477 \cdot 10^{-10})^2}{8\pi \cdot 10^{-24}} \simeq \frac{227\,700}{8\pi} \simeq 9\,100 \text{ din/cm}^2$$

o sea, escasamente $6 \cdot 10^{-4}$ de la presión capilar para este radio. Para que ambas presiones se neutralicen, es decir, para que

$$\frac{2l}{r} = \frac{\varepsilon^2}{8\pi r^4} \quad (144)$$

ha de ser, o $r \rightarrow \infty$, o

$$r = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon^2}{16\pi l}} \simeq 4 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Este es el tamaño de los *pequeños iones* del aire. Hay unos 10^3 por cm^3 , y están constituidos por la asociación de una carga elemental con un grupo de unas 10 moléculas. Pues bien, para $h=100$ estas diminutas partículas captarán algunas moléculas de agua, pero el conjunto seguirá siendo ultramicroscópico. Una verdadera condensación sobre *pequeños iones* sólo se consigue sobresaturando artificiosamente el aire hasta $h>400$, después de agotar, en condensaciones previas, los núcleos de Aitken. Por cierto que la condensación empieza precisamente sobre los *pequeños iones negativos*, y sólo después de apartar las gotas resultantes, y de sobresaturar hasta $h>700$, se logra condensación sobre los *iones positivos*; eso que unos y otros tienen la misma carga y el mismo tamaño. En esta inexplicable preferencia del agua por los iones negativos empezamos a reconocer que en la condensación intervienen influjos no estudiados todavía.

Para que las acciones eléctricas pudieran influir en la condensación, sería preciso que cada núcleo de radio r , en vez de una sola carga elemental, contuviese un número n de ellas, tal que

$$n = \frac{1}{\epsilon} \sqrt{16 \pi / r^3}$$

pero según esta fórmula, obtenida de la (144), sustituyendo ϵ por $n\epsilon$, un núcleo de Aitken de $r=10^{-6}$ cm necesitaría, para abolir la tensión superficial, 125 electrones; y uno de $r=10^{-5}$ cm. nada menos que 4000. Y como ya es excepcional que se encuentren dos o tres electrones en un mismo núcleo, queda descartada toda influencia de las repulsiones eléctricas en la condensación. En adelante prescindiremos, pues, en nuestros cálculos, del término correspondiente.

c) *Por efecto de la higroscopicidad de los núcleos solubles*, pues la presión osmótica p_{os} de las sustancias disueltas, tiende, como la p_c , a dilatar el líquido, en contra de las presiones capilares, y actúa con fuerza suficiente para contrarrestarlas, a veces con exceso. Así se explica que en la atmósfera la condensación sea posible sin grandes sobresaturaciones, y que, en casos excepcionales, hasta se formen nubes con humedad inferior a 100.

Recordemos que la presión osmótica p_{os} , ejercida por las moléculas de un soluto sobre la superficie interior del disolvente, es de la misma índole, y se ajusta a la misma fórmula, que la presión que ejercen las moléculas de un gas encerrado, sobre la pared del depósito. Si la solución no es muy concentrada, valdrá, pues, la fórmula de los gases enrarecidos.

$$p_{os} = \frac{M_o R_o T}{V_o}$$

siendo M_n la masa disuelta, R_n la constante que le correspondería en el estado gaseoso y V_n el volumen de la disolución.

Según (140), la nueva tensión saturante E' , menor desde luego que E , vendrá dada por la fórmula

$$\ln \frac{E'}{E} = - \frac{v}{R'T} p_{os} = - M_n \frac{v}{V_n} \frac{R_n}{R'}$$

cuya equivalencia con la ley de Raoult se hace patente sustituyendo $\frac{R_n}{R'}$ por la razón inversa de las masas moleculares.

137. Los radios de equilibrio de las gotas.—De lo dicho se deduce que, teóricamente, las gotas resultantes de la disolución de un núcleo higroscópico, de características M_n y R_n , pueden mantenerse en equilibrio con una humedad h cualquiera. Pero nosotros sólo estudiaremos el caso de que el núcleo esté disuelto del todo, y la concentración no sea excesiva. Entonces, bastará que el radio r satisfaga a la ecuación

$$\ln \frac{E'}{E} \equiv \ln \frac{h}{100} = \frac{2tv}{R'Tr} - M_n \frac{R_n \cdot v}{R'^{4/3} \pi r^3}$$

Además, en virtud de las restricciones impuestas, h difiere ya poco de 100, luego $\ln \frac{h}{100} \approx \frac{h-100}{100}$, y la ecuación queda en la forma

$$h = 100 \left(1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3} \right) \quad (145)$$

Por homogeneidad de la (145), a y b tienen la misma dimensión que sus denominadores respectivos. La longitud $a \equiv \frac{2tv}{R'T}$ vale $1,2 \cdot 10^{-7}$ cm para 0°C , pero disminuye ligeramente con T . En cambio el volumen $b \equiv \frac{M_n R_n v}{^{4/3} \pi R'}$ se llama *constante del núcleo*, porque sólo depende de sus características M_n y R_n . Para determinar M_n , se multiplica la concentración de la materia higroscópica (que se mide en el agua precipitada) por la masa de una gota. Para el núcleo de sal común se obtiene así una masa $M_n = 2 \cdot 10^{-13}$ g (que corresponde al tamaño $r = 3 \cdot 10^{-5}$ cm, efec-

tivamente ultramicroscópico), y una constante $b = 3 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3$. El núcleo de sal común resulta, pues, *muy grande* (de gran valor de b). Se presume que hay otros *mucho más pequeños*, hasta de constante $b \approx 10^{-18}$.

En la figura 64 están representadas las curvas de equilibrio de r con h correspondientes a esos dos valores de b ($b = 10^{-18}$,

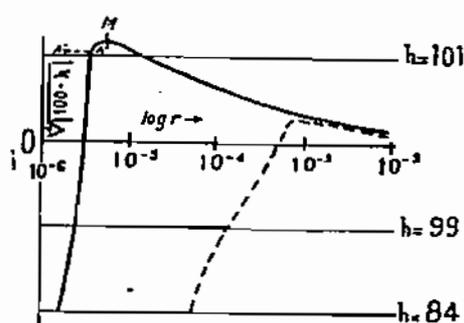


Figura 64

Radio de equilibrio de las gotas, para las distintas humedades, en núcleos de $b = 10^{-18}$ (curva llena) y $b = 3 \cdot 10^{-14}$ (curva partida)

para la curva llena; y $b = 3 \cdot 10^{-14}$ para la curva de trazos). La escala $\log r$ de las abscisas nos da los radios en *orden de magnitud*. La graduación del eje de ordenadas se ha escogido para ampliar el intervalo de humedades de 99 a 101, inmediatas a la saturación, y reducir los restantes. Así, entre $h = 84$ y $h = 100$, la distancia $\sqrt[3]{(100-84)} = 2$, sólo es doble que la de 99 a 100. Una distancia triple correspondería ya a $h = 19$, pues $\sqrt[3]{100-19} = 3$.

Derivando la (145) resulta que

$$\frac{dh}{dr} = 100 \left(\frac{3b}{r^3} - \frac{a}{r^2} \right) = \frac{100}{r^2} \left(\frac{3b}{r} - a \right) \begin{matrix} \geq 0 \\ < 0 \end{matrix}$$

según que $r \leq \sqrt[3]{\frac{3b}{a}}$. Luego la humedad h de equilibrio aumenta primeramente con el radio; pero al llegar éste al valor r_M

$$r_M = \sqrt[3]{\frac{3b}{a}} \quad (146)$$

alcanza h un máximo, h_M

$$h_M = 100 \left[1 + a \frac{1}{r_M} - b \left(\frac{1}{r_M} \right)^3 \right] = 100 \left(1 + \frac{2a}{3} \sqrt[3]{\frac{a}{3b}} \right) \quad (147)$$

Estas fórmulas demuestran que, como se ve en la figura, r

es más grande cuanto mayor sea el núcleo (más grande, pues, en la curva partida), y \underline{h}_M todo lo contrario (más grande en la curva llena).

La rama ascendente de las curvas (a la izquierda del máximo \underline{M}) es de *equilibrio estable*; pues si una gota, representada por el punto \underline{A} (fig. 64), disminuye de volumen, pasando a \underline{A}' , en este punto la humedad, que se supone constante, resulta excesiva para su nuevo tamaño, y por consiguiente se produce condensación sobre la gota, hasta que recobra su radio primitivo. Lo mismo lo recobraría si hubiese aumentado de volumen. En cambio la rama descendente de las curvas (a la derecha del máximo \underline{M}), es de *equilibrio inestable*, como se comprueba por análogo razonamiento.

Por último, $\frac{dh}{dr}$ se anula también para $r \rightarrow \infty$, luego el eje \underline{OX} es asíntota de todas estas curvas.

Si en la ecuación (145) introducimos, en vez de r , su medida $\rho = \frac{r}{r_M}$, queda

$$\frac{\Delta h}{100} = \frac{a}{r_M \rho} - \frac{b}{r_M^3 \rho^3} = a \sqrt{\frac{a}{3b}} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{3} \frac{1}{\rho^3} \right)$$

e introduciendo, en vez de Δh , su medida $s = \frac{\Delta h}{\Delta h_M} \equiv \frac{\Delta h}{100} : \frac{2a}{3} \sqrt{\frac{a}{3b}}$, resulta

$$s = \frac{3}{2} \frac{1}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{1}{\rho^3} \tag{145 a}$$

fórmula llamada por Wall *ecuación reducida de los núcleos*. En el sistema (s, ρ) , todos los núcleos tienen la misma curva de crecimiento.

138. El proceso de la condensación sobre núcleos solubles.—
 a) *Teoría del crecimiento continuo de las gotas*.—Al ir aumentando la humedad en una masa de aire, van creciendo las gotas de equilibrio. Mientras es $h < h_M$, crecen a lo largo de la *rama estable*; pero en cuanto h pasa de h_M , las gotas resultan ya demasiado pequeñas, y como se hallan en la región inestable, ya no recobran el equilibrio, sino que, al parecer, tendrían que aumentar indefinidamente. No ocurre así, porque la pérdida del vapor, consumido por el crecimiento de las gotas, hace descender de nuevo la humedad por bajo de h_M ; y gracias a esto alcanzan las gotas una *segunda estabilización*.

Decimos *segunda estabilización* porque es un estado, a partir del cual, las gotas no pueden ni aumentar ni evaporarse *todas a un tiempo*, sin que la humedad varíe, oponiéndose al cambio de volumen. Pero si sólo son *unas cuantas gotas* las que aumentan, seguirán creciendo, mientras las demás se consumen para mantener húmedo el ambiente; de modo que en esta *segunda estabilización*, la igualdad de las gotas es de todo punto inestable.

Tipo de *nubes de rama estable* parecen ser los A-St incipientes, pues se forman por aumento gradual de h , y están constituídos por gotas iguales, como lo prueban los espectros de difracción llamados *coronas* solares y lunares, que se producen en ellos, los cuales perderían sus colores, por superposición, si hubiese gotas de todos los tamaños.

En cambio las nubes de corriente ascendente rápida deben de hallarse en la *segunda estabilización*, o en franco desequilibrio; pues se forman por aumentos bruscos de la humedad y tienen desiguales las gotas. En estas mismas condiciones llegan a ponerse los A—St al pasar a Nb—St. Cuando nuevas elevaciones adiabáticas impiden que la humedad baje de h_x , se hace imposible la *segunda estabilización*, y las gotas mayores aumentan hasta no poder seguir suspendidas (lluvia). Lo mismo ocurre si hay tan pocos núcleos, que su crecimiento no alcanza a aminorar h de un modo sensible; entonces caen *todas las gotas* formadas (lluvia de cielo sereno).

Más adelante se expondrán los defectos de esta teoría.

b) *Núcleos grandes y núcleos chicos*.—En las condensaciones lentas sólo intervienen los núcleos más grandes, pues hemos visto que son los que necesitan una h_x más pequeña, y los que producen, para la misma humedad, gotas de radios mayores. Sólo cuando ellos faltan—a veces por haber sido eliminados en condensaciones previas (filtración de los núcleos)—entran en juego los núcleos chicos. Pero para éstos son invisibles las gotas de la rama estable, ya que (fig. 64) $r_x = 5 \cdot 10^{-6}$ cm; y como el crecimiento de las gotas entre r_x y la segunda estabilización es tan rápido, debido a la extremada inestabilidad de los volúmenes intermedios, resulta que casi no hay gotas de los mínimos tamaños visibles. La nube consta sólo de gotas muy gruesas; y su base, lejos de empezar en una neblina de densidad creciente con la altura, surge sin transición, como un techo sólido, en el seno del aire transparente. La frecuencia con que se ven nubes de este as-

pecto indica que no es raro que falten en el aire los núcleos de $b \geq 3 \cdot 10^{-14}$.

Aunque existan núcleos de esa magnitud, a veces también los menores facilitan la condensación atmosférica; tal ocurre cuando hay una corriente ascendente tan rápida, que sobresatura fuertemente el aire, sin dar tiempo a los grandes núcleos para que absorban el exceso de vapor. Nótese que si no fuese por este efecto de inercia, la bomba de Aitken no contaría más que los núcleos mayores. Gracias a él los cuenta todos y hasta tiende a exagerar su número; pues ciertos modelos de este aparato funcionan con sobresaturaciones tan excesivas, que podrían determinar condensación sobre algunos pequeños iones del aire.

c) *Adiabática de la bruma.*—Puesto que los núcleos higroscópicos atraen la condensación por pequeña que sea la humedad, no existe la *adiabática seca*: Un gramo de aire contiene siempre, además del vapor m , una cantidad l de agua líquida, $l = \frac{4}{3} \pi r^3 n$, siendo n el número de núcleos por gramo, y el radio r la función de h dada por (145). Además, cuando el aire sube, este depósito líquido aumenta, y se desprende el calor de condensación $-Ldm$, de modo que el enfriamiento adiabático tiene un valor Γ_b , más pequeño que γ .

Para determinar Γ_b , o sea el *gradiente adiabático de la bruma*, basta sustituir en el primer miembro (*) de (122), (pág. 182), $LdM \equiv LMd \ln M$ por $Ldm \equiv Lmd \ln m$; pero

$$\begin{aligned} d \ln M &= d \ln m - d \ln h = d \ln m \left[1 - m \frac{d \ln h}{d m} \right] = \\ &= d \ln m \left[1 + \frac{m}{4 \pi r^2 n} \cdot \frac{d \ln h}{d r} \right] \end{aligned}$$

y llamando ν al último paréntesis, resulta

$$L m d \ln m = L \frac{m}{\nu} d \ln M$$

luego lo que hay que poner en vez de $LMd \ln M$ es $L \frac{m}{\nu} d \ln M$, y, por tanto, todo se reduce a sustituir en las fórmulas (123), M por $\frac{m}{\nu}$. Según eso E se sustituirá por $\frac{e}{\nu}$, o sea por $\frac{E h}{100 \nu}$, ya que

$E = e \frac{M}{m}$. En cambio, $d \ln E$ no se modificará, ya que aparece al

(*) En los cálculos de la pág. 182 se suprime por insignificante el término $Mc'_p dT$ del segundo miembro de (122). Por eso no lo sustituimos aquí por $(mc'_p \div lc) dT$, como sería de rigor en cálculos más precisos.

desarrollar $d \ln M$, que tiene que seguir invariable. Resulta

$$\begin{aligned} \Gamma_b &= \gamma \frac{1 + \frac{L m}{\nu RT}}{1 + \frac{L m}{c_p \nu} \cdot \frac{d \ln v}{dT}} = \gamma \frac{p + \varepsilon \frac{L h E}{100 \nu RT}}{p + \varepsilon \frac{h L}{100 c_p \nu} \cdot \frac{d E}{dT}} = \\ &= \gamma \frac{p + \frac{\varepsilon L}{RT} \cdot \frac{h E}{100 \nu}}{p + \frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 \frac{h E}{100 \nu}} \end{aligned} \quad (148)$$

Para establecer la ecuación diferencial de la *adiabática de la bruma*, en función de Γ_b , recordemos que para una evolución de calor específico c se tiene (pág. 84)

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p - c} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{R}{c_p} \cdot \frac{c_p}{c_p - c} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{R}{c_p} \cdot \frac{\gamma_c}{\gamma} \cdot \frac{dp}{p}$$

luego para la adiabática de la bruma

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p} \frac{p + \frac{\varepsilon L}{RT} \cdot \frac{h E}{100 \nu}}{p + \frac{2}{7} \left(\frac{\varepsilon L}{RT} \right)^2 \frac{h E}{100 \nu}} \cdot \frac{dp}{p} \quad (149)$$

Para obtener $\nu = 1 + \frac{m}{4\pi r^2 n} \cdot \frac{d \ln h}{dr}$, se calcula sucesivamente

$$\frac{d \ln h}{dr} = \frac{100 \left(\frac{3b}{r^4} - \frac{a}{r^2} \right)}{h} = \frac{100 \left(\frac{b}{r^3} - \frac{a}{3r} \right)}{\frac{r}{3} h} = \frac{100 \left(1 - \frac{h}{100} + \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{r} \right)}{\frac{r}{3} h}$$

$$\nu = 1 + \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^2 n} \cdot \frac{100 - h + \frac{200}{3} \cdot \frac{a}{r}}{h} = 1 + \frac{m}{l} \left(100 - h + \frac{200}{3} \cdot \frac{a}{r} \right) \quad (150)$$

Esta fórmula demuestra que ν es casi siempre muy grande; por lo cual, para todo valor de $h < 100$, Γ_b coincide prácticamente con γ , y la (149) con la adiabática seca. Así, pues, sólo en muy excepcionales ocasiones será preciso abandonar las fórmulas del aire seco, y recurrir a la ecuación (148), o a la (149), de la bruma.

Precisando: según (148), $\Gamma_b \rightarrow \gamma$ para $h \rightarrow 0$. Además $\Gamma_b \rightarrow \Gamma$ para $h \rightarrow 100$, ya que entonces, según (150), $v \rightarrow 1$. Estos resultados estaban previstos, pues tanto el aire seco como el saturado son *casos límites de la bruma*. Pero la (148) nos dice también que, aún para $h \neq 0$, Γ_b se aproximará mucho a γ : tanto más, cuanto mayor sea v , es decir, cuanto más grande sea m , menor r (más pequeños los núcleos) y menor n .

Así, de los cálculos numéricos resulta, que sea cualquiera $h < 100$, para los *pequeños núcleos*, ni el gradiente ni la ecuación de la bruma se diferencian apreciablemente de los del aire seco, a no ser que haya un número enorme de núcleos (10^{11} por gramo).

En cambio para los núcleos grandes (sal común) bastaría ya que existiesen 10^8 por gramo, siendo $m < 0,001$, para que la adiabática coincidiera con la saturada desde $h = 97$. Entonces, ya para $h = 90$ el gradiente de la bruma sería el promedio de γ y Γ ; pero, aun en estas condiciones, la adiabática de la bruma coincidirá prácticamente con la seca para $h < 75$.

Ahora bien, como en el aire libre suele ser $n < 10^8$ y $m > 0,001$, resulta que, *aunque los núcleos sean grandes, la diferencia entre la adiabática de la bruma y la adiabática seca es en general insensible*. Sólo en invierno, debido a la pequeñez de m , puede haber discrepancias apreciables entre una y otra; y efectivamente, se han observado en dicha estación tenues nebulosidades, parecidas a las nubes, con humedad bastante inferior a 100.

139. Insuficiencia de la teoría del crecimiento continuo de las gotas.—Entre los fenómenos imposibles de explicar por ella, citaremos los siguientes:

1.º La velocidad con que se evaporan, en aire no saturado, gotas de agua pura y sin carga eléctrica, en vez de ir en aumento, como exige la creciente presión capilar, disminuye y llega a anularse. Esto se supone debido a que la gota adsorbe gases atmosféricos.

2.º Las nieblas, especialmente las *de urbe*, subsisten a veces con humedades muy inferiores a 100. También esto se explica, como se verá, por adsorción de ciertas substancias. Asimismo se forman nieblas en aire no saturado del todo; pero solamente en ocasiones excepcionales, y a causa, al parecer, de la intervención accidental de ciertos núcleos muy activos.

3.º Por lo contrario, en ciertas nubes se han medido humedades de 118, sin que se produjese el crecimiento explosivo de las gotas que tan enorme sobresaturación debería determinar. Este fenómeno es tan inexplicable, que muchos lo rechazan, negando crédito a las indicaciones del higrógrafo.

4.º Las gotas de las nubes no presentan una gama continua

de tamaños. Predominan los volúmenes múltiplos de la gota de radio $8 \cdot 10^{-4}$ cm, o de la de radio $7 \cdot 10^{-4}$ cm; y no múltiplos cualesquiera, sino que en cada gota parecen reunidas 2, 4, 8... y, en general, 2^n gotitas elementales. Esto prueba que las gotas no crecen por condensación, de un modo continuo, sino de un modo brusco, *por fusión de dos de ellas*, simples o múltiples, pero siempre idénticas entre sí. Además, la mera existencia de gotitas elementales de tamaño fijo es ya difícil de comprender, dentro de la teoría del crecimiento continuo. Por eso algunos discuten la exactitud de las anteriores medidas, aunque han sido efectuadas por varios autores, y por distintos métodos (examen directo de las gotitas al microscopio, y medición angular de coronas); y aunque entre las gotas de lluvia se ha encontrado, independientemente, una relación análoga de volúmenes.

Más sensato que poner en duda todo lo que no cabe en nuestras teorías es reconocer su imperfección, y procurar completarlas; especialmente sabiendo que nos quedan por analizar varios factores de indiscutible importancia en la condensación. No nos referimos a las adsorciones coloidales, que, como veremos, se estudian sin dificultad, sino a otros factores menos abordables por la Termodinámica pura, como el comportamiento de los núcleos higroscópicos insolubles (partículas de carbón, etc.); el de los núcleos que, más que disolverse en el agua, se combinan con ella (núcleos de SO_3 , SO_3H_2 , etc.); la afinidad específica del agua por los iones negativos (véase 136. b)), etc., etc.

140. Fenómenos de adsorción en las gotas. Nieblas de urbe.— Las sustancias disueltas modifican, naturalmente, la constante t de tensión superficial del líquido; algunas la aumentan ($\frac{\partial t}{\partial c} > 0$, siendo c la concentración) y otras la aminoran ($\frac{\partial t}{\partial c} < 0$).

Al mismo tiempo, es sabido que las moléculas del soluto no se reparten con uniformidad en el disolvente: ciertas sustancias se acumulan con preferencia en la superficie (*adsorción superficial positiva*), y otras huyen de ella (*adsorción negativa*). Por tanto, la concentración hay que calcularla, no por la fórmula $c = \frac{n}{v}$ (n , número de moléculas y v volumen), sino por la

$$c = \frac{n - aS}{v} \quad (151)$$

en que a es un índice de la adsorción superficial, que tiene el mismo signo que ella, pues significa el exceso de moléculas localizadas en la unidad de superficie.

Pues bien, la Termodinámica demuestra que la *adsorción positiva* se produce precisamente para las substancias que aminoran t , y nos proporciona, además, una relación cuantitativa entre ambos efectos.

Dilatemos isotérmicamente en dv la disolución, agregándole agua pura; la presión osmótica p_{os} nos ayudará a vencer la tensión superficial. Por tanto

$$\delta \mathcal{T} = t dS - p_{os} dv$$

y, por ser isotérmica la evolución, el segundo principio exige que $\delta \mathcal{T}$ sea diferencial exacta, luego

$$-\left(\frac{\partial p_{os}}{\partial S}\right)_v = \left(\frac{\partial t}{\partial v}\right)_s$$

o bien

$$-\left(\frac{\partial p_{os}}{\partial c}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial c}{\partial S}\right)_v = \left(\frac{\partial t}{\partial c}\right)_s \cdot \left(\frac{\partial c}{\partial v}\right)_s$$

Mas, derivando (151), se tiene

$$\left(\frac{\partial c}{\partial S}\right)_v = -\frac{a}{v}; \quad \left(\frac{\partial c}{\partial v}\right)_s = -\frac{c}{v}$$

luego

$$-\left(\frac{\partial p_{os}}{\partial c}\right)_v \cdot a = \left(\frac{\partial t}{\partial c}\right)_s \cdot c$$

Y como c y $\left(\frac{\partial p_{os}}{\partial c}\right)_v$ son siempre positivos, a será de signo contrario al de $\left(\frac{\partial t}{\partial c}\right)_s$, es decir: *Las substancias que aminoran aumentan la tensión superficial, tienden a acumularse en la superficie.*

Además, cuantitativamente

$$a = -c \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial c}\right)_s}{\left(\frac{\partial p_{os}}{\partial c}\right)_v}$$

Estos fenómenos de adsorción positiva tienen gran importancia meteorológica; pues las moléculas que, en virtud de ellos, se acumulan en la superficie de las gotas las recubren de una pelí-

cula, que dificulta su evaporación. Por eso cuando una nube está rodeada de aire poco húmedo (caso frecuente, según las observaciones aerológicas) nunca se evapora con lentitud, de fuera a dentro; sino que o subsiste, o desaparece *toda a la vez*, prueba de que se disipa por calentamiento de conjunto de su masa, y no por evaporación superficial.

Más marcado aún es este efecto en las nieblas llamadas *de urbe*, las cuales, merced a la adsorción de ciertas impurezas de origen industrial, soportan sin desaparecer humedades inferiores a 70, no ya en su superficie limitante, sino en el seno de su misma masa.

En otoño e invierno tiene Londres poco más de un tercio de horas de sol que el campo en sus cercanías. Pero esto no se debe sólo a la dificultad con que las *nieblas de urbe* se disipan, sino también a la prontitud con que se forman; pues gracias a la superior higroscopicidad de los innumerables núcleos químicos que enturbian el aire de Londres (gases orgánicos y gotas de aceite de los motores, partículas de hollín, etc.) hay allí niebla cerrada, cuando en el campo apenas se inicia aún la bruma. Además la niebla de Londres parece a veces *amarilla*, y a veces más oscura aún, por efecto de los gránulos de carbón que sirven de núcleos, o son adsorbidos por las gotas. La llamada *niebla negra* es en ocasiones tan impenetrable, que impide en pleno día la circulación de vehículos y de transeuntes, a pesar de que en estos casos se mantiene encendido a todas horas el alumbrado nocturno.

141. Naturaleza de los núcleos de condensación.—No es fácil precisarla, debido a la ultramicroscópica pequeñez de estos cuerpos. Parece que así como los *núcleos industriales* pueden presentar una variedad infinita, los *núcleos naturales*, de las nieblas y nubes del campo, son sólo de dos especies:

1.° *Núcleos marinos*, a saber, sales sódicas, magnésicas, etc., que quedan en suspensión en la atmósfera al evaporarse las espumas salpicadas por las rompientes del Océano. A estos núcleos se les atribuye la formación de la gotita elemental de $r = 7 \cdot 10^{-4}$ cm, y no sólo predominan siempre en el aire marino: sino que, arrastrados por el viento, invaden también los continentes, si bien su abundancia disminuye tierra adentro de un modo sensible, por lo cual sólo en invierno juegan un papel importante en las condensaciones continentales. En verano privan sobre los continentes los

2.° *Núcleos de tierra*, producidos en las combustiones naturales y artificiales, y que parecen consistir en amoníaco, óxidos de

nitrógeno y de azufre y partículas insolubles, pero también muy higroscópicas, de carbón. Los más importantes parecen los de SO_3 , que deben de ser los que forman la gotita elemental de $r=8 \cdot 10^{-4}$ cm, y a los cuales atribuyen algunos absoluta preponderancia en toda especie de condensaciones líquidas.

Niegan dichos autores la universalidad de los núcleos marinos, alegando que las gotas lanzadas al viento por las rompientes oceánicas no son lo bastante finas para producir, por evaporación, núcleos tan tenues, que puedan elevarse a grandes alturas, y ser después esparcidos por todo el mundo.

Es importante advertir que, a poco que valga la humedad, todos los núcleos solubles, sean de mar o de tierra, se hallan siempre

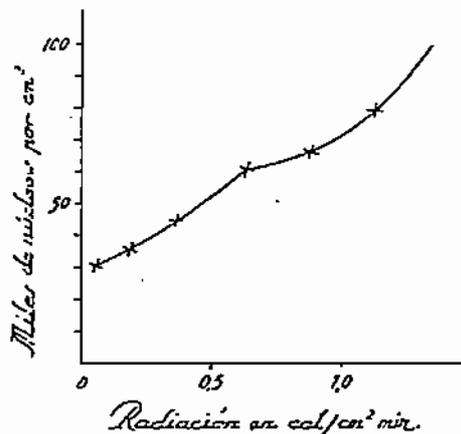


Figura 65

Aumento de la riqueza en núcleos, con la radiación solar, en Barcelona. (Tomada de J. Vidal Llenas—Curso diario de los núcleos de condensación en Barcelona.—*Anales de Física y Química* - 1945).

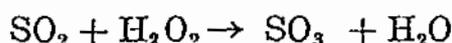
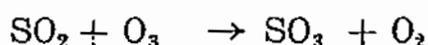
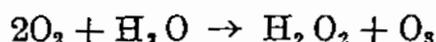
al estado líquido, disueltos en una gotita captada por su poder higroscópico. Al aumentar h , esas gotas crecen, y cada vez enturbian más el aire. Al principio son demasiado pequeñas para *reflejar* la luz, al modo corriente; lo que hacen es *difundirla*, con gran predominio de las ondas más cortas. Así se producen esas brumas azuladas y transparentes, que velan los objetos remotos, lo mismo que el cielo azul borra de día los astros, sólo por la luz difusa que interpone entre ellos y el observador.

Esta propiedad de las gotitas, de iluminarse cuando aún son invisibles, es la que permite advertir de noche su presencia, lanzándoles el haz de luz de un reflector. De día sirve a veces de reflector el sol mismo, pues

sus rayos parece que se hicieran visibles, al penetrar, a través de huecos de las nubes, en capas donde se está produciendo o disipando una bruma.

El color blanquecino, propio de las nubes, no aparece hasta que, por ser $r > 10^{-4}$, las gotitas reflejan ya luz de todas las longitudes de onda. Entonces ocultan los objetos lejanos, porque se interponen entre ellos y nosotros, como una *materia opaca*.

Aitken, y mejor aún Vidal (fig. 65), han demostrado que la radiación solar acrecienta el poder higroscópico de los núcleos. Se cree debido esto a que los rayos ultravioleta descomponen el vapor de agua del aire, en agua oxigenada y ozono, los cuales oxidan los núcleos, relativamente débiles, de SO_2 , y los transforman en otros de SO_3 , mucho más eficaces:



Análogas oxidaciones podrían producirse en los núcleos nítricos y fosfóricos de los centros industriales.

Acaso sea por esto, y no por la causa supuesta en la pág. 141, por lo que algunas nieblas suelen espesar a poco de salir el sol.

II. GENERALIDADES SOBRE LOS PROCESOS DE CONGELACION EN LA ATMOSFERA

142. **Las dos curvas de equilibrio por bajo de 0° C.**—Es sabido que el agua puede conservarse líquida a temperaturas muy inferiores a 0° C. Este fenómeno se llama *subfusión*, y no representa de suyo una situación de inestabilidad, mantenida por inercia; sino un modo de *equilibrio estable* del vapor con el agua líquida, aunque menos estable, ciertamente, que el del vapor con el hielo, a la misma temperatura. Por eso, hasta por bajo de -30°C . nos consta que existen nubes de agua líquida, a pesar de la turbulencia de los vientos; mas las gotas subfundidas se hielan inmediatamente, si chocan con cuerpos sólidos, o se ponen en contacto con partículas de hielo, y, sobre todo, con cristales del sistema hexagonal, que es en el que cristaliza el agua.

La subfusión se atribuye a que, siendo la tensión superficial de los sólidos mayor aún que la de los líquidos, para producir en el seno del agua el primer gránulo de hielo hay que vencer una gran resistencia; por eso no se inicia espontáneamente la congelación. En cambio la fusión, como supone un descenso de tensión superficial, comienza inmediatamente de un modo espontáneo; por eso es imposible mantener hielo a temperaturas superiores a 0° C. (Véase pág. 251).

La posibilidad de dos estados de equilibrio del vapor de agua por bajo de 0° C, nos obliga a definir para él *dos tensiones máximas*: la *saturante sobre el agua subfundida*, que llamaremos \underline{E} , y la *saturante sobre el hielo*, que se designará por \underline{E}' . La figura 66 representa las dos funciones, $\underline{E}(T)$ (curva de condensación) y $\underline{E}'(T)$

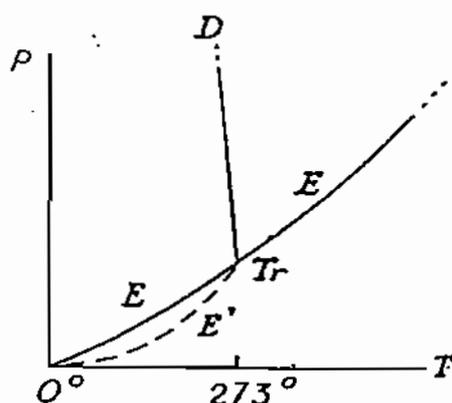


Figura 66

Esquema de las curvas de equilibrio del agua,

(curva de sublimación). Estas curvas se cortan evidentemente para $T=273^\circ$; también para $T=0$, ya que en el 0 absoluto han de anularse \underline{E} y \underline{E}' . A cualquier otra temperatura es $\underline{E} > \underline{E}'$, pues arrancando ambas curvas del *punto triple* T_r , ha de quedar encima la que *baja con menos pendiente*, que es la $\underline{E}(T)$, ya que

$$\left(\frac{dE}{dT}\right)_{273} = L \frac{E_{273}}{R \cdot 273^2} < \mathcal{L} \frac{E'_{273}}{R' \cdot 273^2} = \left(\frac{dE'}{dT}\right)_{273}$$

La diferencia $\underline{E} - \underline{E}'$ presentará, pues, un máximo para la temperatura T_m , dada por

$$\frac{dE - dE'}{dT} = \frac{L E(T_m) - \mathcal{L} E'(T_m)}{R T_m^2} = 0$$

es decir, por

$$\ln \frac{\mathcal{L}}{L} = \ln \frac{E(T_m)}{E'(T_m)} \equiv \ln \frac{E(T_m)}{E_{273}} - \ln \frac{E'(T_m)}{E_{273}} \approx \frac{\mathcal{L} - L}{R'} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{273} \right) \quad (152)$$

de donde

$$\frac{1}{T_m} \approx \frac{1}{273} + \frac{R' \ln \frac{\mathcal{L}}{L}}{\mathcal{L} - L}; \quad T_m \approx 261^\circ$$

La solución es aceptable, pues está lo suficientemente próxima a 0°C , para que las integraciones simplificadas de E y E' , hechas en (152), no introduzcan errores sensibles. El exceso de E sobre E' es, pues, máximo a unos -12°C .

También hay que distinguir, por bajo de 0°C , dos humedades: la humedad relativa $h = 100 \frac{e}{E}$, respecto al líquido, y la relativa $h' = 100 \frac{e}{E'}$, respecto al hielo, que siempre será mayor. En particular, cuando haya saturación respecto al agua subfundida, habrá, respecto al hielo, una sobresaturación, tanto más grande, cuanto más baja sea la temperatura, pues

$$h' = h \frac{E}{E'} \equiv 100 \frac{E}{E'}$$

en que $\frac{E}{E'}$ crece al disminuir T ya que

$$\ln \frac{E}{E'} \approx \frac{\mathcal{L} - L}{R'} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{273} \right) \quad (152, a)$$

He aquí algunos valores de h' , para $h = 100$, a distintas temperaturas:

$t = -5$	-10	-15	-20	-30
$h' = 104$	109	115	122	135

Así, pues, por bajo de 0°C la fase líquida no puede coexistir con la sólida, aunque estén separadas, y sólo se relacionen por intermedio del vapor. Si inicialmente éste es saturante respecto al líquido, tendrá que empezar a sublimarse sobre el hielo, y su ten-

sión disminuirá, tomando un valor intermedio entre \underline{E} y \underline{E}' . Entonces comienza la evaporación del líquido, y el vapor sigue sublimándose sobre el hielo, hasta la total destilación de la fase líquida sobre la sólida.

143. **Efectos de la nieve en las nieblas.**—Es sabido que rara vez se producen nieblas sobre las planicies nevadas. Que no se formen allí a diario *nieblas de irradiación* es natural; pues, a temperaturas tan bajas, el enfriamiento nocturno suele ser poco importante, y no basta para salvar el *intervalo de bruma*, cuya amplitud crece mucho con el frío (pág. 139). Lo raro es que no se formen *nieblas de advección*, pues la capa de nieve ofrecería una superficie inmejorable, para enfriar, hasta la saturación, el aire marítimo. Pero es más: si alguna vez los vientos conducen a un suelo nevado una niebla ya formada, es bien seguro que ésta se disipará muy pronto, a no ser que su temperatura esté, o muy próxima a los 0°C , o muy por bajo de ellos.

Esta incompatibilidad de la niebla con los suelos nevados es debida a que, por una u otra causa, sus elementos líquidos no pueden menos de destilarse sobre la nieve: si $t < 0$, por lo explicado al final de 142; y si en el aire es $t > 0$, porque entonces la nieve se está fundiendo a 0°C , y su *humedad equivalente* es mucho mayor que la de las gotas de niebla (pág. 131).

En uno y otro caso, la desecación de la niebla será tanto más rápida, cuanto más de prisa se traslade el vapor hacia el suelo, en virtud del *intercambio vertical*; es decir, cuanto más exceda la tensión saturante sobre las gotas, de la saturante sobre la nieve, pues el flujo de vapor arrastrado hacia el suelo por la turbulencia es proporcional a $\frac{\partial e}{\partial z}$. Así, pues,

a) Si en la niebla es $t > 0$, su velocidad de evaporación crecerá indefinidamente con la temperatura.

b) Si la niebla y la nieve están a una misma temperatura, $t < 0$, la rapidez de disipación será máxima a los -12°C .

Para $t \simeq 0^{\circ}$, es claro que no hay motivo para que las nieblas se disipen. También a temperaturas mucho más bajas ($t < -20^{\circ}$), desaparece, en ocasiones, toda tendencia a la evaporación, lo cual consiste en que entonces las nieblas, en vez de ser líquidas, están formadas de cristales de hielo.

Tanto para $t \geq 0$ como para $t < 0$, puede ocurrir que el flujo horizontal advectivo que aporta el vapor de agua sea más caudaloso aún que el flujo vertical que lo elimina hacia el suelo nevado. Entonces se formará una niebla, pero relativamente tenue en todo caso, y con tendencia a disiparse en cuanto afloje la advección.

144. **Descenso de la temperatura de fusión.**—El punto triple de una substancia no es fijo; puede tomar infinitas posiciones. Como está determinado por el encuentro P_0 de la curva E_0E_0 de fusión con la $E'P_0$ de sublimación (fig. 67), todo corrimiento de una de

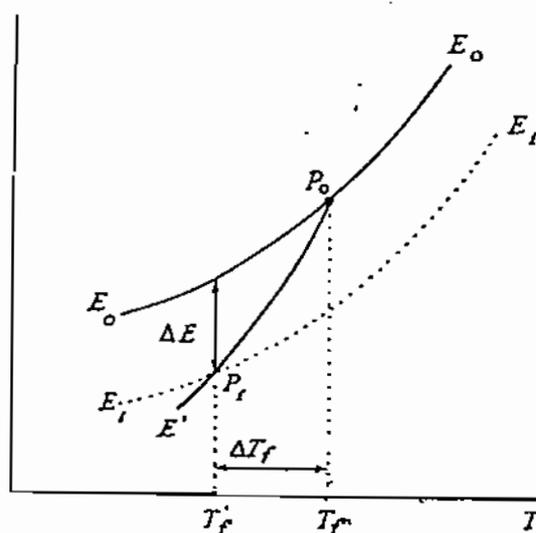


Figura 67

Descenso del punto de congelación en las disoluciones.

estas curvas hará que el punto triple se traslade a lo largo de la otra, con el consiguiente cambio de la temperatura de fusión T_f . Evaluemos la variación de T_f en dos casos importantes:

a) *Descenso crioscópico de T_f .*—Si p_{os} es la presión osmótica ejercida por un cuerpo disuelto en el líquido, sabemos (pág. 230) que, en virtud de ella, la curva de condensación queda deprimida en $-\Delta E = p_{os} \frac{v}{V}$. Según la figura 67, para obtener el descenso del punto de fusión, $-\Delta T_f$, que resulta, basta expresar que la diferencia $-\Delta E$ entre las ordenadas de las curvas $E(T)$ y $E'(T)$ es la que corresponde a la diferencia $\frac{dE}{dT} - \frac{dE'}{dT}$ de sus pendientes, al cabo del recorrido horizontal $-\Delta T_f$. Es decir, que llamando v' al volumen específico del hielo,

$$-\Delta E = p_{os} \frac{v}{V} \approx -\left(\frac{dE'}{dT} - \frac{dE}{dT}\right) \cdot \Delta T_f = -\left[\frac{\mathcal{L}}{(V-v)T_f} - \frac{L}{(V-v)T_f}\right] \cdot \Delta T_f \approx \frac{-\lambda}{VT_f} \Delta T_f$$

de donde

$$-\Delta T_f \approx p_{os} \frac{v}{V} : \frac{\lambda}{VT_f} = p_{os} \frac{v}{\lambda} T_f \quad (153)$$

El efecto crioscópico resulta, pues, como era sabido, proporcional a la concentración k . Calculándolo para gotas de agua saturadas de las sustancias corrientes de los núcleos atmosféricos, se ve que el punto de congelación de estas gotitas puede quedar por

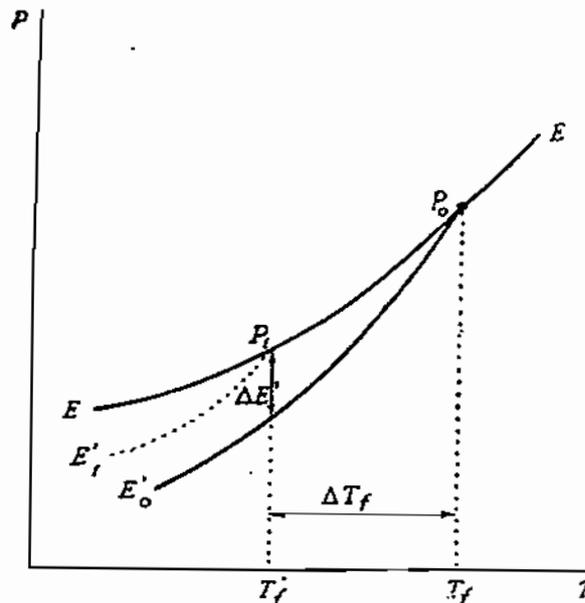


Figura 68

Retardo de la congelación, por el exceso de tensión superficial sobre el sólido.

bajo de los -10 y hasta de los -20° C. Expresando k en moles por mol, la fórmula práctica para el agua es

$$-\Delta T_f \approx 104 k \quad (153, a)$$

b) *Descenso de T_f en virtud de la presión capilar.*—A este efecto es al que nos referíamos en 142 al exponer sumariamente la causa de la subfusión en los líquidos puros. Ahora, el descenso de T_f es debido a una elevación de la curva $E'(T)$ (fig. 68), determinada a su vez por el exceso de la tensión superficial de los sólidos, sobre la de los líquidos. En efecto, el hielo, en contacto con agua, experimenta una tensión superficial de constante $t(h, a)$

positiva, aunque mucho más pequeña que la constante $t(h, v)$ de la tensión superficial del hielo en contacto con vapor. Una esferita de hielo de radio r , sumida en agua, soportará, pues, la presión capilar $p'_c = \frac{2t(h, a)}{r}$, y, por tanto, la tensión E' de equilibrio aumentará en $\Delta E' = p'_c \frac{v'}{V}$. El descenso consiguiente $-\Delta T_r$ de la temperatura de fusión se calcula como en a), y la fórmula a que se llega es la (153), sin más que sustituir p_{0s} por p'_c , y v por v' ; es decir

$$-\Delta T_r = p'_c \frac{v'}{\lambda} T_r = \frac{2t(h, a)}{r} \cdot \frac{v'}{\lambda} \cdot T_r \quad (154)$$

e, introduciendo en ella las constantes propias del hielo, se convierte en la

$$-\Delta T_r = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{r} \quad (154, a)$$

He aquí, en escala centígrada, los puntos de fusión del hielo que se obtienen para algunos valores del radio

r en cm	10^{-5}	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-7}$	$1,7 \cdot 10^{-7}$	10^{-7}
t_r en °C	-0,2	-2	-4	-12	-20

Por tanto, para provocar la congelación de agua pura subfundida, no basta agregarle una partícula sólida de cualquier tamaño; es preciso que el núcleo sólido (llamado también *germen de congelación*) exceda de un radio mínimo, tanto mayor, cuanto más se aproxime a 0° C la temperatura del agua.

Asimilando las disoluciones sobresaturadas a los líquidos subfundidos, se comprende por qué las partículas de soluto pierden el poder de precipitar la solución, cuando son excesivamente menudas, y por qué las sustancias son tanto más solubles, cuanto más finamente se las pulveriza.

c) *Efectos mixtos*.—Cuando se trasladan a la vez las dos curvas $E(T)$ y $E'(T)$, hay que tener en cuenta el corrimiento de ambas para fijar la nueva T_r , que es la abscisa del nuevo punto de intersección o punto triple (*). Se ve que, aproximadamente, $-\Delta T_r$ es la suma de los descensos ocasionados por la translación de cada

(*) Véase, acerca de eso, la objeción que nos sugiere en 148 una teoría de Wall

curva, supuesta fija la ctra. Así, el descenso de T_i en una gotita de disolución concentrada, es la suma del efecto crioscópico, dado por (153), con el de la tensión superficial, dado por (154); por eso hasta por bajo de -30°C se encuentran en el aire gotas líquidas.

III. FORMACION DE NUBES DE HIELO Y DE AGUA SUBFUNDIDA

145. **Los núcleos de sublimación.**—En los últimos años es muy discutido si las partículas de las nubes de hielo se subliman directamente sobre núcleos especiales (*congelación primaria*, o *sublimación directa*), o si se forman por congelación de gotas de agua, atraídas por núcleos de condensación ordinarios, aunque después sigan creciendo por sublimación sobre los granos de hielo resultantes (*congelación secundaria*).

Es casi imposible dirimir experimentalmente la controversia; pues una sublimación sobre diminutos cristales de hielo, que, macroscópicamente, parece una típica *congelación primaria*, puede interpretarse como una *congelación secundaria* microscópica, con sólo suponer que los primitivos cristales de hielo se formaron por congelación de núcleos líquidos.

a) *Necesidad de núcleos especiales de sublimación.*—Los partidarios de la *teoría de la sublimación directa*, que expondremos en primer lugar, se fundan en lo difícil que es obtener núcleos de sublimación congelando los núcleos de condensación, que al cabo son gotas pequeñísimas de soluciones muy concentradas.

Ahora bien, sin núcleos sólidos la sublimación es imposible, pues, si $t(h, v)$ es la constante de tensión superficial del hielo en contacto con el vapor, por analogía con (140), se obtiene que para una esférula de hielo de radio r , la humedad $\underline{h'}$ necesaria para la sublimación vale (pág. 230)

$$\ln \frac{h'}{100} = \frac{2t(h, v)}{r} \cdot \frac{v'}{R'T} \quad (140, b)$$

es decir, que $\underline{h'}$ aumenta indefinidamente al disminuir \underline{r} . Parece, pues, necesaria la existencia de *núcleos de sublimación* especiales, distintos de los de condensación.

b) *Origen y naturaleza.*—Al principio se creyó que estos núcleos de sublimación eran de origen cósmico, suministrados por los meteoritos al volatilizarse, lo cual explicaría su presencia a ni-

veles tan altos como el de los cirros. Hoy se da por seguro que proceden del suelo, pues su abundancia disminuye rápidamente con la altura, como lo prueba la estructura fofa de los cirros, en contraste con el aspecto relativamente compacto de los A-St de hielo.

Respecto a su naturaleza hay cada vez más obscuridad. Se sabe, desde luego, que lo mismo que en el caso de la condensación, son aquí inútiles las partículas más gruesas de polvo; es decir, que para la sublimación tampoco basta el *efecto de tamaño*, sino que es preciso otro influjo favorable que haga las veces de la higroscopicidad de los núcleos de condensación. Es de creer que este influjo se deba a la semejanza de formas cristalinas, pues es sabido que los cuerpos cristalizados en el mismo sistema que el agua producen un descenso de la tensión saturante E' . De aquí que un tiempo se pensara que los núcleos de sublimación eran cristales hexagonales de cuarzo, procedentes de la trituración de las rocas. Pero después se ha visto: 1.º, que en sublimaciones experimentales los cristallitos de cuarzo no son casi nunca buenos núcleos, debido a que en seguida *envejecen*, es decir, a que sus diedros se alteran y deforman por coagulación con partículas de otras sustancias; y 2.º, que hay muchos más núcleos de sublimación en las masas marítimas que en las continentales.

El examen de las nubes de hielo indica que *los núcleos de sublimación abundan mucho menos que los de condensación*, pues de ordinario sólo hay de 10^{-2} a 10 elementos de nube por cm^3 de aire. Además, la riqueza en núcleos oscila extraordinariamente; en ocasiones *parecen faltar casi en absoluto*, lo cual explicaría muchos rasgos anómalos del tiempo, que hacen fracasar las predicciones más meditadas.

Por último, según Findeisen, no todos estos núcleos son de la misma naturaleza; los hay de muchas especies, entre las cuales se destacan dos: unos, muy poco abundantes, que producen sublimación entre las temperaturas de -12 y -16°C , y otros, mucho más numerosos que la producen entre los -25 y los -35°C .

146. El proceso de sublimación sobre los núcleos especiales insolubles.—Como en estos núcleos no hay higroscopicidad, o la hay muy pequeña, sobre ellos no se condensa nunca agua líquida, pues siempre se les anticipan, como más idóneos, los núcleos corrientes de condensación, aún los de constante b más pequeña.

Sólo en la bomba de Aitken es el enfriamiento lo bastante rápido para producir condensaciones sobre los núcleos de sublimación, los cuales se cuentan, por consiguiente, como de condensación, cuando se utiliza ese aparato; si bien, gracias a lo poco que abundan, el error es insignificante.

Cuando los núcleos de sublimación actúan como tales, su desarrollo es excesivamente complicado para sujetarse a la ecuación (140, b), ni a ninguna otra de forma sencilla.

En primer lugar la fórmula (140, b) no representa más que la acción de volumen, y aún ésta, sólo para núcleos esféricos. Para partículas amorfas no esféricas, habría que sustituir $2t(h, v) \frac{1}{r}$ por $2t(h, v) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$, siendo r_1 y r_2 los radios principales de curvatura, y se obtendría un valor distinto de $\frac{h'}{100}$ para cada punto del sólido. Mas tratándose de un cristal, es decir, en cuanto queramos introducir el efecto de la afinidad cristalina, el problema se hace inasequible, porque intervienen complicadas funciones de la forma del sólido, y no ya de un solo parámetro geométrico.

En todo caso, sabemos que las formas cristalinas hexagonales no hacen más que *reducir a un mínimo* la presión superficial del hielo; *pero sin anularla, ni mucho menos invertir su sentido*, como podía hacer la presión osmótica. De aquí se deduce:

1.º Que la sublimación sobre núcleos no se inicia, como la condensación, para humedades inferiores a 100; comienza bruscamente para una determinada sobresaturación $\frac{h'}{100} > 100$, no tan grande desde luego como la dada por (140, b), pero sí mayor que la humedad máxima $\frac{h_y}{100}$ de los núcleos líquidos, pues en éstos es menor, a igualdad de tamaño, la presión capilar, y más fuerte, para pequeños volúmenes, la ayuda que la contrarresta.

2.º Que una vez iniciada la sublimación, el descenso de la presión capilar hará que los cristales crezcan con rapidez, hasta que la humedad $\frac{h'}{100}$ baje casi a 100, por agotamiento del vapor sobrante, es decir, que para estos núcleos no existe la *rama estable*, ni cabe otra estabilización que la que nosotros hemos llamado *segunda* (*).

b) *Formación directa de nubes de hielo.*—En una masa de

(*) Es, pues, fundamentalmente erróneo el atribuir a estos núcleos una ecuación del tipo de la (145), asimilándolos a núcleos de condensación de constante b muy pequeña, como algún autor hace.

aire que se enfría, por ascenso adiabático o por radiación, sea \underline{h}'_{x_1} la humedad, mayor desde luego que 100, necesaria para que se inicie la sublimación sobre sus núcleos. Sabemos que, con tal que la temperatura sea lo suficientemente inferior a 0°C (pág. 248), esa sobresaturación respecto al hielo puede alcanzarla el aire antes de estar saturado respecto al agua líquida. En esas condiciones es claro que se formará una nube de cristales de hielo, los cuales, si su número es suficiente, rebajarán la humedad hasta un valor final \underline{h}'_1 , muy poco superior a 100, de modo que en su presencia, el aire se mantiene insaturado respecto al agua, y no son posibles las condensaciones líquidas.

La masa $\underline{\mu}'$ de cada cristal vale, llamando \underline{n}' a su número por gramo de aire seco, \underline{m}_0 a la proporción inicial de mezcla y \underline{M}' a la proporción de mezcla saturante respecto al hielo,

$$\mu' = \frac{-\Delta m}{n'} = \frac{1}{n'} \left(m_0 - \frac{M'}{100} h_r \right) \quad (155)$$

Si con la misma \underline{m}_0 , se hubiese formado una nube líquida, con humedad final respecto al agua \underline{h}_r , y \underline{n} gotas por gramo, la masa $\underline{\mu}$ de cada una sería

$$\mu = \frac{-\Delta m}{n} = \frac{1}{n} \left(m_0 - \frac{M}{100} h_r \right) \quad (155, a)$$

La comparación de ambos resultados explica el que los cristales de hielo sean mucho mayores que las gotas; pues, $\underline{1}^\circ$, $n \gg n'$; y $\underline{2}^\circ$, en general, $\underline{h}'_1 \approx h_r \approx 100$, pero en cambio siempre es $\underline{M}' \approx M \frac{E'}{E} < M$.

Estos rasgos los confirma el aspecto de las nubes de hielo: Son muy poco densas, con un solo cristal por $\underline{\text{cm}}^3$, y en algunas menos aún, pues la visibilidad alcanza en ellas varios kilómetros, eso que cada elemento es relativamente enorme (0,3 mm); de modo que se puede calcular que tienen sólo unos 5 cristales por litro. Ahora bien, cuanto menos núcleos haya, o sea, cuanto más alta esté la nube, más crecerá cada cristal y más rápida será su caída; por eso los cirros, cuyos escasos cristales caen a la velocidad de $\underline{1} \text{ m/s}$, tienen la base muy difuminada, y revelan en su aspecto fibroso y en su estructura de *bandas de descenso*, la combinación de ese movimiento de caída, con una rápida corriente horizontal, de ve-

locidades diferentes según la altura, y así se originan sus típicas formas (vírgulas, colas, plumas, garras, etc.).

c) *Condensaciones en las nubes de hielo.*—La continuada caída de cristales (*envejecimiento de la nube*) hace que los que quedan lleguen a ser insuficientes para rebajar la humedad, la cual, al persistir el enfriamiento, alcanza pronto la saturación respecto al agua, y aun el límite h_m ; y por tanto se forma una nube líquida en el seno de la nube de cristales. La existencia de estas nubes de agua y hielo a la vez está probada por ciertos fenómenos ópticos, pero es siempre muy precaria, pues los cristales, en un ambiente tan sobresaturado respecto a ellos, crecen con redoblada rapidez, y acaban pronto de abandonar la nube, dejando pura la fase líquida.

d) *Congelación de nubes líquidas.*—Este cambio, inverso del anterior, no ocurre porque *se hielen* las gotas; sino porque *se destilan* sobre cristales de hielo que se forman *después que ellas*, del siguiente modo: En una nube líquida *naciente*, es decir, en que prosigue el proceso de formación, la temperatura continuará bajando. Pues bien, si alcanza varios grados bajo cero, la saturación respecto al agua, que reina como mínimo en la nube, podrá resultar lo suficientemente sobresaturante respecto a los núcleos de sublimación, para que se produzca una nube de hielo en el seno de la líquida.

Ahora bien, las dos fases no pueden coexistir. Inmediatamente comenzará la destilación de la líquida; pero para que ésta sea eliminada del todo, será necesario que haya bastantes núcleos de sublimación para mantener suspendidos: 1.º toda el agua de las gotas de la nube, pues mientras éstas no acaben de evaporarse, la humedad h no bajará de 100; y 2.º todo el vapor que le sobra al aire, saturado respecto al agua, para quedar saturado sólo respecto al hielo. Si los núcleos de sublimación no pueden con toda esta agua, serán ellos los eliminados, pues caerán, quedando sola la fase líquida. De todos modos, se comprende que en este proceso de congelación total o parcial de una nube líquida, el crecimiento de los cristales es mucho mayor y más rápido que cuando el hielo se forma por sublimación directa.

Entiéndase que, tanto en este caso d) como en el c), el que prevalezca la una o la otra fase no depende sólo del número de núcleos de sublimación, sino también de la cantidad de agua precipitada, o sea,

de la magnitud del enfriamiento total. Así, las nubes estratiformes, a temperaturas bajo cero suelen ser de hielo; pues se forman por una pequeña elevación de conjunto de una capa estable, que produce un enfriamiento moderado y una precipitación no excesiva para la capacidad de los núcleos sólidos. En este caso están los Ci-St y también los A-St muy fríos, y, en efecto, ni los unos ni los otros presentan bandas de caída ni tienen las bases difusas. En cambio las nubes cumuliformes, formadas en un ambiente higrolábil por subversiones verticales profundas, contienen más agua de la que pueden soportar los núcleos de sublimación, y, por tanto, por muy bajo cero que estén, son siempre de agua subfundida, y en sus fases iniciales presentan las *bandas de descenso* del hielo que las abandona. Tal es el caso de los A-Cu y Cu-Nb. Pero aún al nivel de los Cirros, a pesar de la bajísima temperatura, puede haber agua líquida. Tal ocurre en algunos Ci-Cu muy fugaces, que se forman en capas substratosféricas higrolábiles, y que dejan un Ci como *banda de descenso*.

Cuando en una nube subfundida se introducen cristales de hielo, no formados en ella, sino caídos de capas superiores, es evidente que la nube no se congelará; pues si los cristales, ya antes de entrar en ella caían por su peso, mal podrán mantenerse en suspensión sobrecargados con el agua toda de la nube. Lo que sí podrá ocurrir, si la lluvia de cristales es muy copiosa y persistente, es que la nube se disipe. Este fenómeno se registra con frecuencia en la atmósfera, según Findeisen, y es interesante para la Aviación, por cuanto puede determinar una rápida mejora de las condiciones de vuelo.

147. Curvas verdaderas de evolución del aire saturado.—Así pues, nada más lejos de la realidad que el suponer que en la atmósfera el agua se congela isotérmicamente a 0°C . Hemos visto casos en que las gotas, prácticamente, no se congelan nunca, y otros en que habiendo permanecido en subfusión hasta muy bajas temperaturas, acaban por destilarse sobre cristales de hielo. Tampoco es cierto que la sublimación comience a 0°C ; la experiencia y la teoría están conformes en que se inicia a temperaturas más bajas, y, aún entonces, hemos visto que a veces se suspende, reanudándose la condensación.

Ante la imposibilidad de conocer *a priori*, en cada caso, cómo evolucionará el aire saturado, por bajo de cero, algunos diagramas prescinden del calor de congelación y no consignan más que *pseudoadiabáticas de lluvia*, extrapoladas hasta las temperaturas más bajas. Si los procesos fueran pseudoadiabáticos, no habría en

esto gran error, aunque ocurriesen sublimaciones, pues es sabido que, a las bajas temperaturas a que éstas se inician, la pseudo-adiabática de la nieve coincide ya casi con la de la lluvia. Por eso al definir la temperatura pseudopotencial equivalente de Stüve θ_{ps} (pág. 219), no se habla del calor de congelación, sino que se supone que el vapor se *condensa*, hasta agotarse, en una *pseudoadiabática de lluvia*; no obstante lo cual la θ_{ps} es casi invariante a lo largo de las pseudoadiabáticas de lluvia y nieve de Bezold.

En cambio lo que puede perturbar notablemente las adiabáticas de ascenso, es el calor de congelación de las gotas arrastradas. Para construir en un diagrama una curva de evolución, muy aproximada a la verdadera, conociendo el punto (p_1, T_1) en que la congelación comienza, la presión p_2 a que termina y la cantidad H de agua congelada por gramo de aire, se considera que, en virtud del calor λH desprendido, la evolución, que venía realizándose en la pseudoadiabática que pasa por (p_1, T_1) , saltará a la que pasa por $(p_1, T_1 + \frac{\lambda H}{(c_p)_*})$. La línea de transición de una a otra se construye uniendo (p_1, T_1) con el punto en que la pseudoadiabática final corta a la isobara p_2 . (Sobre la significación de $(c_p)_*$, recuérdese página 135.)

148. **Teoría de la congelación secundaria.**—Aunque la teoría de la sublimación directa parece explicar satisfactoriamente todo lo que se observa desde el suelo y desde los aeroplanos, y está confirmada también por experiencias de laboratorio, muchos autores sostienen hoy, que para la sublimación no se precisan núcleos especiales, pues bastan los producidos por la congelación de las gotas.

Wall lo demuestra del siguiente modo: Empieza por definir el *radio equivalente* r_* de una gotita de solución higroscópica, que es el radio real de la gota de agua pura (constante $b=0$) que está en equilibrio con la misma sobresaturación. Por tanto

$$\frac{2t}{r} \cdot \frac{v}{R'T} - \frac{b}{r^3} \equiv \ln \frac{h}{100} = \frac{2t}{r_*} \cdot \frac{v}{R'T} = 1,2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{r_*} \quad (156)$$

Este radio equivalente, índice de la eficacia de la gotita higroscópica para vencer las presiones capilares, es, pues, siempre mayor que

su radio verdadero. Para $h = h_M$, r_a vale con exactitud la mitad más que el radio efectivo r_M ; pues si escribimos la ecuación reducida (pág. 237) en la forma

$$\ln \frac{h}{100} \simeq \frac{\Delta h}{100} = \frac{3}{2} \frac{\Delta h_M}{100} \frac{r_M}{r} - \frac{1}{2} \frac{\Delta h_M}{100} \left(\frac{r_M}{r} \right)^3 \quad (156 a)$$

identificando los términos en $\frac{1}{r}$ de (156) y (156 a), se advierte que

$$\frac{\Delta h}{100} = \frac{3}{2} \frac{\Delta h_M}{100} \frac{r_M}{r_a}$$

luego para $r = r_M$, o sea para $\Delta h = \Delta h_M$, resulta un radio equivalente que llamaremos r_a , dado por

$$r_a = \frac{3}{2} r_M \quad (157)$$

Para $h = 100$, o sea, para $r = \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{r_M}{\sqrt{3}}$, se hace infinito r_a ; y para valores de r todavía más pequeños, r_a se hace negativo; es decir, cambia de signo la curvatura eficaz, porque, a fuerza de ser concentrada la disolución del núcleo, la gotita actúa como si fuese cóncava. Más exacto que decir que r_a es siempre mayor que r , sería, pues, decir que siempre es

$$\frac{1}{r_a} < \frac{1}{r}$$

También los núcleos higroscópicos insolubles tienen un radio equivalente r_a , definido por la misma ecuación (156), salvo que entonces la fórmula que liga r_a con r no es dada allí; y también para ellos se verifica que $\frac{1}{r_a} < \frac{1}{r}$. Para que fuese $\frac{1}{r_a} > \frac{1}{r}$ tendría que tratarse de corpúsculos no higroscópicos, de los que se mojan con dificultad; pero estas partículas nunca sirven de núcleos de condensación.

De análoga manera se define el radio equivalente r_h de un núcleo de sublimación, por la fórmula

$$\ln \frac{h'}{100} = \frac{2 t(h, v)}{R' T} \cdot \frac{v'}{r_h} \simeq 1,4 \cdot 10^{-7} \frac{1}{r_h} \quad (156 b)$$

Nótese, sin embargo, que, por lo dicho en la página 255, es muy dudoso que la eficacia de un núcleo de sublimación pueda representarse por un sólo índice escalar.

a) *Núcleos mixtos.*—Ahora bien, basándose en multitud de observaciones y experimentos, supone Wall que algunos núcleos de condensación son también eficaces para la sublimación. Estos *núcleos mixtos* tienen, pues, dos radios equivalentes, r_a y r_b , siendo por lo común $r_a \gg r_b$.

Adviértase el contraste de esta interpretación con la de Findeisen (146), según la cual los núcleos de sublimación apenas servirían para la condensación; es decir, que en ellos, hablando en el lenguaje de Wall, es $r_a \simeq 0$, o al menos $r_a \ll r_b$.

La figura 69 representa en el sistema (h, T) las curvas de equi-

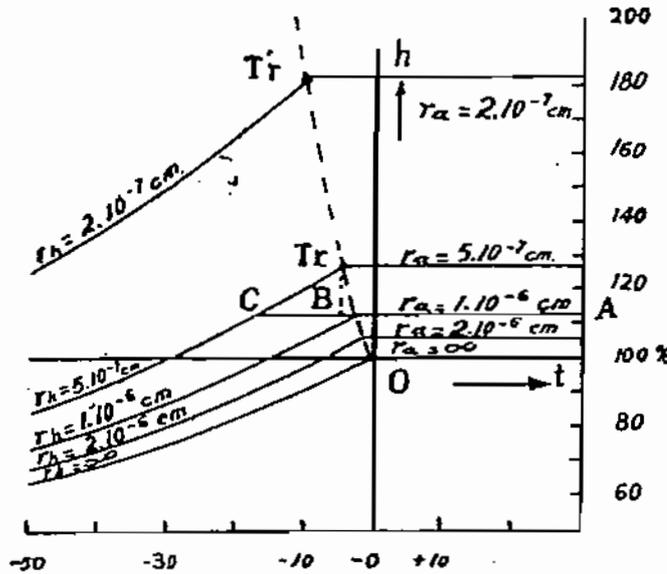


Figura 69

Líneas de equilibrio para los distintos radios equivalentes de los núcleos. (Ordenada, la humedad h , respecto al agua. Abscisa, la temperatura).

librio para los diferentes valores de r_a y r_b . Para $r_a = r_b = \infty$, resultan las líneas normales de saturación respecto al agua y respecto al hielo. La primera, $h = 100$, coincide con el eje horizontal; pero la otra, $h' = 100$, está inclinada del modo que la figura indica, pues según vimos en (152, a), página 248, la saturación sobre el hielo supone una humedad h respecto al agua, tanto menor, cuanto más baja sea la temperatura.

Para otro radio común cualquiera $r_a = r_b = i$, las curvas de equilibrio son afines de las $h = 100$ (*) y $h' = 100$, con razones de afini-

(*) Despreciando la lenta disminución de a al crecer T , como ya hicimos en la pág. 236, al derivar la ecuación (145).

dad dadas respectivamente por (156) y (156, b); de modo que unas y otras quedan tanto más bajas, cuanto mayores sean r_a y r_b . La intersección Tr de cada dos de estas líneas, correspondientes a un mismo radio i , sería el *punto triple* del núcleo mixto, cuyos r_a y r_b valiesen i . Por tanto la abscisa de Tr satisface la ecuación (154, a) (*), en la forma

$$-\Delta T_r = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{r_b} \quad [154, b]$$

Ahora bien, sea $r_a > r_b$, como ocurre siempre según Wall. Pon- gamos $r_a = 10^{-6}$ cm. y $r_b = 5 \cdot 10^{-7}$ cm. Entonces la recta AC de

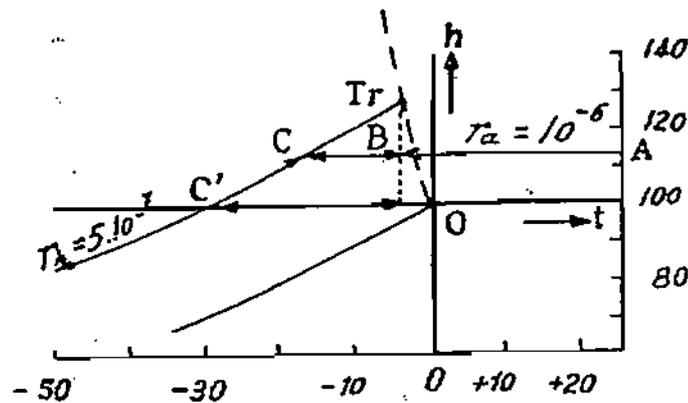


Figura 70

(ampliación de la 69)

Estudio del núcleo mixto de $r_a = 10^{-6}$ y $r_b = 5 \cdot 10^{-7}$, según Wall.
De A a B, condensación. De B a C, congelación secundaria.
De C en adelante, por la curva, sublimación.

equilibrio respecto al agua queda dividida por la isoterma BTr , de ecuación $t = -\frac{2 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-7}} = -4$, en dos partes (fig. 70): De A a B —dice Wall—habrá sólo condensación; pero de B a C, ya se congelan poco a poco las gotas (hielo secundario), mientras que la sublimación (hielo primario) no se inicia hasta C.

No está claro por qué ha de comenzar en B la congelación, pues si los puntos de la línea $OTrTr'$ son los triples para $r_a = r_b$, en el caso de la figura 70 el punto triple será el C y no el Tr (**). Como se ve, Wall supone que el punto de fusión de un germen de hielo depende sólo de su r_b .

(*) Precisamente expresando que tiene que satisfacerla es como determina Wall la constante $1,4 \cdot 10^{-7}$ que le atribuye a la fórmula 156 b), pues $t(h, \varphi)$ no se conoce por medidas directas.

(**) En rigor, es fácil ver que los puntos triples no son los de encuentro de las curvas de equilibrio correspondientes a r_a y r_b , más que cuando la parte

según la fórmula (154, b), sean cualesquiera las presiones (osmóticas, etc.) que actúen sobre la fase líquida.

Este razonamiento de Wall, si fuera riguroso, bastaría para establecer teóricamente que en la atmósfera, la *sublimación directa* tiene que desempeñar un papel mucho menos importante que la *congelación secundaria*, ya que ésta se inicia mucho más pronto; así, en el ejemplo de la figura 70, la secundaria empieza a -4° C y la primaria a -17° C. Pero es más, como en las nubes líquidas no hay sobresaturaciones sensibles, sino que en ellas es $h \approx 100$; sus gotas actúan como si tuviesen un radio $r_h = \infty$; de donde Wall concluye que el *comienzo real o meteorológico de la sublimación* no está en C, sino en C', a una temperatura mucho más baja (-32° C en el mismo ejemplo).

Añádase a esto que los núcleos de $r_h = 5 \cdot 10^{-7}$ cm. no existen sino muy excepcionalmente en la atmósfera; pues según las estadísticas de Peppler, es raro que haya hielo en las nubes hasta por bajo de los -12° C, y esta temperatura de *congelación secundaria* corresponde, según la fórmula (154, b), a un radio $r_h = 10^{-7}$ cm., que debe considerarse como máximo *radio equivalente* de los núcleos de sublimación que existen en el aire normal. Ahora bien, se ve en la figura 69 que la línea correspondiente a $r_h = 10^{-7}$ cm. apenas cabría ya en ella, y que desde luego su intersección con la $h = 100$, es decir, el *comienzo meteorológico de la sublimación*, quedaría a una temperatura que no reina jamás en el aire, ni aun al nivel de los cirros. Luego, según el sistema de Wall, la *sublimación directa* es imposible en las nubes de los niveles bajos y medios; y también en los cirros, a no ser que existan núcleos de r_h excepcionalmente grande.

b) *Núcleos mixtos disueltos*.—Se observará que en toda la demostración anterior se determinan los puntos de fusión por las normas impugnadas por nosotros. Sólo parcialmente han sido rectificadas dichas normas en un segundo trabajo de Wall, sobre los que él llama *núcleos disueltos*, que son los constituídos por una gotita de disolución nuclear, en la cual hay granos sólidos que

del núcleo, activa para la sublimación, tiene el mismo tamaño real que la activa para la condensación. Esto no ocurre evidentemente en el núcleo mixto formado por una partícula sólida, englobada en una gota mucho mayor; entonces el punto triple es más bien la intersección de la curva correspondiente al r_h del grano sólido, con la correspondiente al r_h de una gota de solución nuclear que tenga el mismo volumen que dicho gránulo.

pueden servir de núcleos de sublimación del vapor, o de gérmenes de congelación del agua. Wall reconoce que en esos núcleos mixtos el descenso del punto de congelación no depende sólo de r_b , sino que se compone del dado por la fórmula (154, b) y del producido por la disolución (*), de modo que el descenso total depende de r_b , r_A y r .

En efecto, identificando los términos en $\frac{1}{r^3}$ de (156) y (156, a), y haciendo la substitución indicada al final de (136), página 235, resulta

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta h_M}{100} \frac{r_A^3}{r^3} = M_n \frac{v}{V_s} \frac{R_s}{R'} = \frac{M_n}{m_n} : \frac{V_s}{m'} = k \quad (\text{Raoult}) \quad (158)$$

siendo m_n y m' las masas moleculares de la materia nuclear y del agua, y k , por tanto, la concentración en moles por mol. Introduzcamos este valor de k en la fórmula de la depresión crioscópica

$$-\Delta T_f = 104 k = 52 \frac{\Delta h_M}{100} \cdot \frac{1}{r^3}$$

o bien, definiendo el *descenso crioscópico reducido*

$$\tau = \frac{-\Delta T_f}{\frac{\Delta h_M}{100}}$$

$$\tau = 52 \frac{1}{r^3} \quad (153, b)$$

y llevando este valor de $\frac{1}{r^3}$ a la *ecuación reducida* (145, a), página 237, se tiene la fórmula

$$s = 0,4 \tau^{\frac{1}{3}} - 0,0096 \tau \quad (159)$$

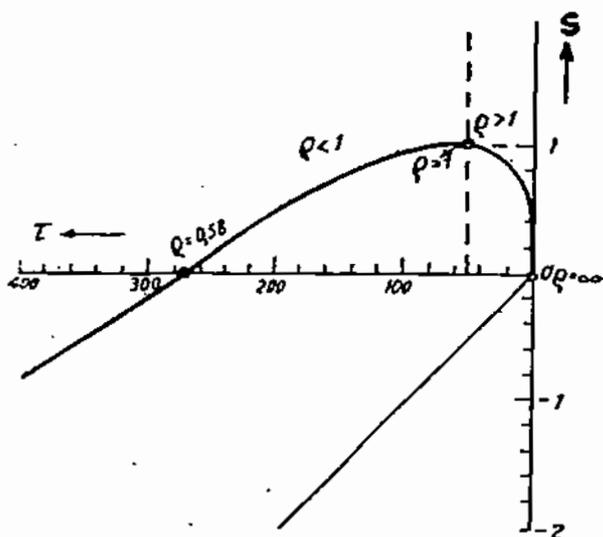


Figura 71

Curva reducida del descenso crioscópico, según Wall.

La figura 71 representa la función $s(\tau)$, llamada *curva reducida* o *universal* del descenso higroscópico, cuyas ecuaciones paramétricas son la (145, a) y la (153, b). Los valores del parámetro ρ se han inscrito a lo largo de la línea. Para deducir de esta curva la función $\Delta h(\Delta T_f)$ para un núcleo

(*) Para las grandes gotas, en equilibrio ya con $h \sim 100$, el efecto crioscópico de la disolución es despreciable, y no sería necesario tenerlo en cuenta.

cualquiera, basta multiplicar la ordenada s por la Δh_M característica del núcleo, y la abscisa t por $\frac{\Delta h_M}{100}$. Las curvas $\Delta h(\Delta T_f)$ de los diferentes núcleos son, pues, homotéticas respecto al origen O. Este haz está representado en la figura 72; pero, a partir de la recta de los máximos, se han substituído las ramas descendentes por paralelas al eje de las T_f , porque suponemos que, desde $r=r_M$, la humedad conserva su valor máximo h_M :

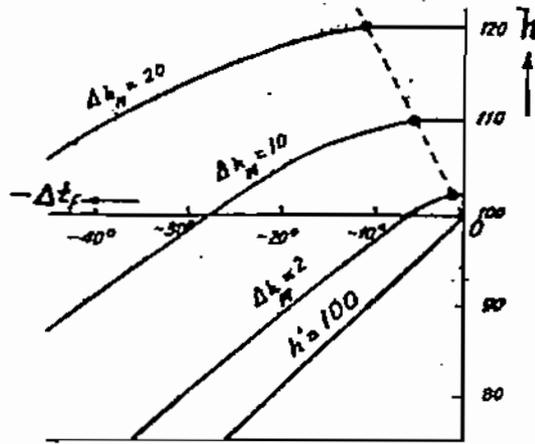


Figura 72

El descenso total $-\Delta T_f$ del punto de fusión valdrá, pues,

$$-\Delta T_f = 52 \frac{\Delta h_M}{100} \frac{1}{\rho^3} + 2,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{r_h} \tag{160}$$

y substituyendo

$$\frac{\Delta h_M}{100} = 1,2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{r_A}$$

queda la función de r_h , r_A y ρ

$$-\Delta T_f = 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{\rho^3} + 2,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{r_h} \tag{160, a}$$

El único caso en que estas fórmulas se prestan a una representación sencilla es cuando r_h es constante; es decir, cuando el elemento sólido al cual debe el núcleo su eficacia para la congelación no varía durante el desarrollo nuclear. Si además suponemos que r_h es el mismo para los diferentes núcleos, la ecuación (160) y la reducida (145, a) representan paramétricamente las líneas llamadas *curvas de congelación nuclear* (una para cada valor Δh_M , característico de un núcleo), que son las mismas de la figura 72, sólo que trasladadas en $\Delta T_f = -2,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{r_h}$. Así se ha trazado la figura 73, en que se ve cómo la recta de condensación AB se

continúa por la de congelación de las gotas BC, y ésta por la curva de congelación nuclear CD.

Se advierte que en las figuras 71, 72 y 73 la línea de saturación respecto al hielo se ha trazado recta. El motivo es que multiplicando la fórmula (159) por $\frac{\Delta h_M}{100}$ resulta

$$\frac{\Delta h}{100} = -0,4 \left(\frac{\Delta h_M}{100} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (\Delta T)^{\frac{1}{3}} + 0,0096 \Delta T, \quad (159, a)$$

que para $\Delta h_M \rightarrow 0$, tiende a la recta

$$\frac{\Delta h}{100} = 0,0096 \Delta T, \quad (159, b)$$

pero, según la (158), para valores de r del mismo orden que r_M , $k \rightarrow 0$ cuando $\Delta h_M \rightarrow 0$; luego (159, b) es la ecuación de la línea de saturación

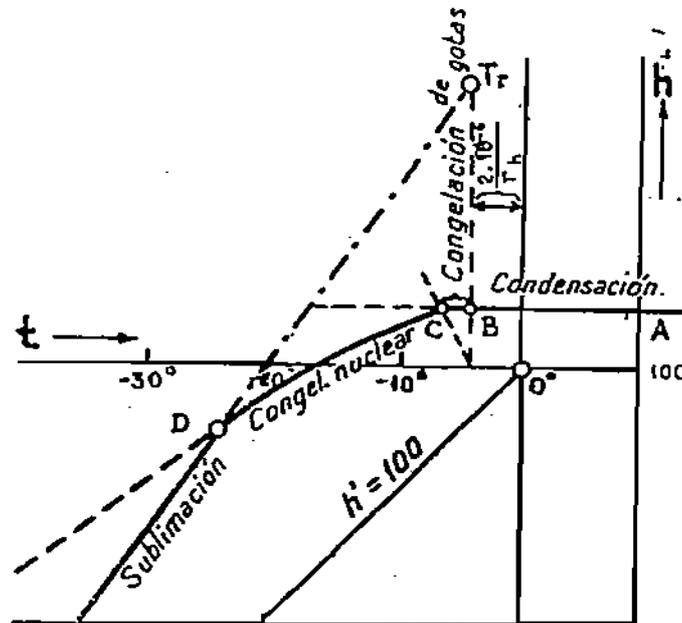


Figura 73

La congelación nuclear (CD), como proceso intermedio entre la congelación de las gotas (BC) y la sublimación (a partir de D), según Wall.

respecto al hielo, y por ser ella recta, también lo serán las líneas de sublimación de los núcleos, aproximándose cada una a la (159, b) al disminuir T . (Más rápido que esta demostración de Wall es tomar directamente la (152, a), página 248, en la forma aproximada

$$\frac{\Delta h}{100} \approx \frac{\Omega - L}{R' \cdot T \cdot 273} \Delta T_t \approx \frac{80}{0,11 \cdot 273} \Delta T_t = 0,0097 \Delta T_t$$

Como en cambio la (159, a) se aparta evidentemente de la (159, b) al disminuir T , resulta:

1.º La línea de sublimación y la de congelación nuclear correspondientes a un mismo núcleo se cortan a una temperatura inferior a 0°C ; a partir de ella la congelación nuclear es reemplazada por la sublimación.

2.º La sublimación empieza a una temperatura más baja que la deducida en el primer trabajo de Wall, de modo que su papel en la atmósfera es despreciable; pero ya desde una temperatura mucho más alta se inicia la *congelación nuclear*, que sirve de tránsito entre la *congelación de las gotas* y la *sublimación* propiamente dicha, de la cual apenas se distingue macroscópicamente.

3.º Cuanto mayor sea un núcleo (es decir, más pequeña su Δh_M), más baja será la temperatura de comienzo de la sublimación, y más indispensable, por tanto, la fase intermedia de la *congelación nuclear*. A igualdad de h_M^* , la congelación nuclear será tanto más necesaria, cuanto más pequeño sea r_n .

c)—*Hechos que confirman la congelación secundaria.*—Aunque no juzgamos convincentes las teorías de Wall, creemos de sumo interés las pruebas experimentales de la congelación secundaria que él aduce, a saber:

1.º Experimentos de Regener en cámaras de expansión probaron que la sublimación directa exige siempre sobresaturaciones inmensamente mayores que las que se registran en la atmósfera.

2.º Aunque parezca lo contrario—dice Wall—en las nubes de hielo siempre hay agua en subfusión, resto de la nube líquida de que proceden. Las nubes que algunos consideran heladas del todo, porque no depositan hielo sobre las aeronaves, tienen en realidad gotas líquidas; pero tan menudas que, por falta de inercia, no pueden chocar contra las superficies del aeroplano, sino que son arrastradas paralelamente a ellas, como las propias partículas del aire; así, a veces, no dan depósitos de hielo nubes en que se ve el *arco iris blanco*, que es signo seguro de la existencia de minúsculas gotas.

Por eso desconfía Wall de las observaciones desde aeroplanos, y prefiere las realizadas desde tierra, por él y otros autores, en el seno de nieblas muy frías. Tales estudios parecen demostrar que en las nieblas inicialmente subfundidas y estables aparecen pronto algunos cristallitos de hielo, cuyo número aumenta con rapidez, como si la congelación se propagase *al modo de un contagio*. Estos cristales alcanzan, por destilación, grandes volúmenes, y a su caída se va disipando la niebla; pues bien, precisamente al acabar de evaporarse las gotas, parece que se

activan en ellas los núcleos de sublimación, pues quedan transformadas en tenues cristales brillantísimos, que producen intensos halos.

Tampoco es síntoma seguro de congelación completa de una nube el que en ella se mida una humedad $h' = 100$; en las nubes en subfusión se deposita hielo en los higrómetros, y en contacto con él, el aire condensa parte de su humedad, pasando de $h \approx 100$ a $h' = 100$, antes de llegar a los cabellos.

3.º En las regiones polares suele ocurrir que, por falta de núcleos, no llegan a formarse nubes aunque haya una humedad $h' > 100$. En estas condiciones, la respiración de personas o animales determina a veces el desarrollo de una densa y vasta nube de hielo; y como no es de creer que el aliento suministre directamente núcleos de sublimación, se hace necesario admitir que los proporciona de un modo indirecto; es decir, que sirven de tales las gotitas exhaladas, después que el frío exterior las congela (caso típico de *congelación secundaria*). Confirman esta interpretación los fenómenos llamados del *aliento crujiente*, que se observan en tales ocasiones, y que parecen producidos por la brusca congelación de las gotitas, o por el choque de unas con otras, después de congeladas.

No se olvide, sin embargo, que esto ocurre a temperaturas inferiores a -40°C , y con humedades que probablemente pasan de 400, pues el aliento sale saturado a una temperatura altísima. Es, pues, dudoso que lo que entonces sucede se pueda generalizar a las condiciones ordinarias en que se forman las nubes de hielo.

4.º El examen microscópico de los cristalitos de hielo revela que son muchos más los que tienen por núcleo una gotita helada, que los que tienen un grano sólido, en general de carbón. Cierto que más abundantes que unos y otros son los que presentan una estructura uniforme, sin centro visible, como si se hubiesen formado por sublimación sobre núcleos ultramicroscópicos; pero Wall afirma que tales sublimaciones jamás son directas, sino que primero se produce condensación, y, sólo después de un plazo preparatorio, las moléculas de la gota formada pueden disponerse en un orden propicio al paso a la fase sólida.

Esta preparación es necesaria también en el caso de los *núcleos insolubles*, y entonces se efectúa en la tenue película acuosa captada por higroscopicidad. En los *núcleos solubles* hay indicios de

que la sublimación no se inicia hasta que no comienzan a evaporarse las gotas; así, Reidat ha observado en multitud de vuelos que los cristales no se forman en los surtidores ascendentes de las nubes, sino en partes de ellas que se están disipando.

La *congelación de las gotas* requiere también un plazo preparatorio variable, pues sigue hasta cierto punto las leyes del azar. Puede ser determinada:

a) Por la acción de un germen sólido, contenido en la gota desde el primer instante, o bien englobado posteriormente por ella.

Por tanto son excepcionales las gotas que se prestan bien a la *congelación secundaria* (sólo las que contienen gérmenes sólidos, o los capturan). Así se explican, dentro de la teoría de Wall, los fenómenos que Findeisen atribuye a la escasez de núcleos de sublimación.

b) Por el brote fortuito, en el seno de la gota, de una constelación molecular que pueda servir de germen.

La formación de estos grupos moleculares exige largo tiempo, si ha de ocurrir de un modo puramente casual, en el curso de la agitación térmica. Pero los choques entre las gotitas aceleran mucho la producción de tales gérmenes, gracias a las deformaciones y a las corrientes líquidas macroscópicas de que van acompañados. Los descensos de temperatura aumentan asimismo las probabilidades de congelación, ya que la hacen posible con gérmenes menores.

149. *¿Sublimación directa o congelación secundaria?*—Como resumen de esta prueba experimental creemos justo reconocer que la *congelación secundaria* contribuye a la formación de nubes de hielo, aunque no del modo que Wall supone, ni con tan marcado predominio sobre la *sublimación directa*. Aunque, en general, encontramos más lógica y acorde con los hechos la interpretación de Findeisen, es indiscutible que esa teoría y otras análogas resultan incompletas, por cuanto apenas mencionan la posibilidad de que se hielen las gotas de las nubes, ni examinan en qué condiciones deben helarse.

De los dos caminos que conducen a la fase sólida, *sublimación y congelación*, los meteorólogos se han fijado en el primero con una preferencia que es menester subsanar, pues hasta desde un punto de vista puramente lógico resulta viciosa. El paralelismo entre la *subfusión* y la *sobresaturación* y entre los *gérmenes de congelación* y los *núcleos de condensación*, son aspectos teóricos de que ya no se podrá prescindir en lo futuro, en los tratados de Termodinámica de la Atmósfera.

150. **Las sales solubles como núcleos de sublimación.**—La falta, casi absoluta de núcleos de sublimación en el aire continental, y su relativa abundancia en el marítimo, hacen verosímil que tales núcleos sean cristalitos de alguna sal marina, más o menos afines a los del hielo.

Una opinión análoga fué ya expuesta por Stüve. Según este autor se formarán nubes de hielo cuando en la gota captada por el cristal salino descienda la temperatura por bajo del punto crioscópico de una disolución saturada de dicha sal, *antes de que el cristal esté disuelto del todo*. En cambio si el punto crioscópico no se alcanza *hasta después de completamente disuelto el cristal*, las gotas quedarán subfundidas, pues entonces ya no habrá en ellas parte sólida que suscite la congelación. Según esto, los cristales salinos no serían propiamente núcleos de sublimación, sino que producirían una *congelación secundaria*, como ahora se dice.

Wall ha modificado ventajosamente esta concepción, mediante las reflexiones que siguen:

1.º Para cristales tan pequeños, el equilibrio con la fase líquida es muy inestable: Así, en cuanto se inicia la disolución del cristal, se acelera tanto, que puede considerarse instantánea, pues cuanto menor sea el resto cristalino, más soluble resultará (página 252), y por otra parte, como la gota se sobresatura, crece su tensión osmótica, y con ella su poder para tomar del aire nuevas porciones de disolvente. Por un mecanismo exactamente opuesto, es también casi instantánea la precipitación y desecación completa del cristal, en cuanto la evaporación alcanza el grado preciso para iniciarla. *Por tanto, el cristal no admite más que dos situaciones estables: o seco, o disuelto del todo.*

2.º Sólo en el primer estado puede el cristal servir de núcleo de sublimación; mas para ello es preciso que lleve poco rato en él, pues los *cristales viejos* resultan inútiles, porque están deformados por la aglutinación (coagulación coloidal) de moléculas extrañas. Se sigue, pues, que las sales marinas, para servir de núcleos de sublimación han de hallarse en la forma de cristalitos *nacientes*, o sea que han de estar recién *cristalizadas*. Tal es el caso cuando una evaporación parcial de la nube cristaliza las sales de sus gotas, en un ambiente saturado respecto a partículas que tengan por radio equivalente r_n el de los núcleos.

Esto cuadra muy bien con las observaciones de Reidat en las nubes.

y las de Wall en las nieblas, y explica por qué en los Cu-Nb la congelación invade a veces de un modo visible *las torres* que han comenzado ya a descender, y no las que se encuentran en pleno ascenso.

Wall supone que antes de su completa evaporación, *la gota se hiela*, sirviendo de germen el cristal producido. Para que esto ocurra habrá de cumplirse

$$t \leq t_r = -104 k_{cr} - 2,0 \cdot 10^{-6} \frac{1}{r_b}$$

en que $k_{cr} = k_n + \Delta k$ es la concentración crítica a que comienza la cristalización, y se compone de la concentración k_n de equilibrio respecto a grandes cristales, más un cierto exceso Δk , debido a la pequeñez de los gérmenes.

La teoría del núcleo salino, apenas esbozada aún, ha de tomar gran desarrollo en lo futuro. Ante todo urge completarla teniendo en cuenta el influjo de la temperatura en la *solubilidad*, pues es evidente que el enfriamiento ha de favorecer en gran medida la cristalización de estas sales.

IV. MORFOLOGIA DE LAS FORMACIONES DE HIELO ATMOSFERICAS

151. Cristales macizos y estrellas.— Los *cristales perfectos* o *macizos* de las nubes suelen ser prismas exagonales; los largos se llaman *columnas* y los muy aplastados *tabletas*. Unos y otros se forman cuando, por ser casi exactamente en la nube $h' = 100$, la cristalización es lenta y se efectúa bajo el influjo exclusivo de las acciones moleculares.

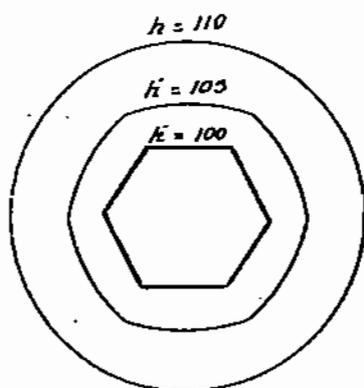


Figura 74
Esquema de la distribución de la humedad relativa, en las inmediaciones de una tableta exagonal de hielo.

Las *estrellas de la nieve* se producen por crecimiento dentrítico (es decir, ramificado) de las tabletas, por sus puntas, cuando en el aire hay una gran sobresaturación. Entonces, como en la superficie del cristal es $h' = 100$, la tensión del vapor crece desde ella en todas direcciones, pero sobre todo desde las puntas, pues las superficies de

igual tensión (fig. 74) tienden a redondearse, y quedan más próximas de las puntas que del resto del cristal. Y como el

crecimiento de éste se alimenta del aflujo de vapor de agua desde sus alrededores, impulsado por el gradiente de e , el cristal habrá de crecer más de prisa por donde dicho gradiente sea máximo, es decir, por las puntas.

Nadie duda que esta es la causa de la formación de *estrellas* en los líquidos sobresaturados, pues observando al microscopio el crecimiento

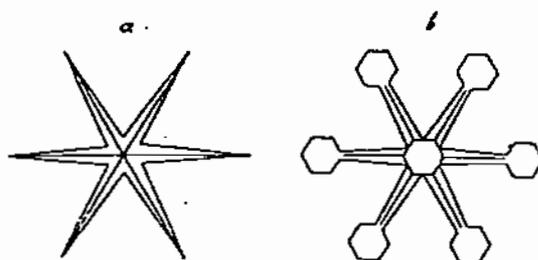


Figura 75

Esquema del desarrollo de una estrella.

a): Forma dendrítica extremada.

b): Forma a) en vías de rellenarse.

dendrítico de colorantes solubles, se distingue claramente alrededor de cada cristal la *zona enrarecida*, que se destaca por su más débil color. Pero algunos autores niegan que lo que ocurre en soluciones *en reposo* sea aplicable a las estrellas de la nieve, *que se forman cayendo*; y dicen que entonces no hay *zona enrarecida* estática; sino que el crecimiento de las puntas es determinado por la distribución de las líneas de flujo del viento relativo de caída; pues como las tabletas caen en posición horizontal, los filetes de aire tienden a escapar por sus puntas. Se ha comprobado, no obstante, que también en *disoluciones agitadas* se forman estrellas, con sendas *zonas enrarecidas estáticas*, que las siguen en sus movimientos; luego del mismo modo podrán llevar consigo sus *zonas* las estrellas de nieve, que caen con la pequeña velocidad de 0,3 m/s.

Cuanto más vayan afilándose las puntas de las tabletas, más se acelerará su crecimiento, hasta producir largas agujas, más o menos ramificadas a su vez (fig. 75, a). Por el contrario, si la sobresaturación disminuye, vuelve a prevalecer la tendencia a la cristalización regular, y las estrellas comienzan a *rellenarse*, es decir, a convertirse en cristales macizos (fig. 75, b). Los sucesivos pasos de una estrella, en su caída, a través de capas desigualmente sobresaturadas, se traducen, pues, en *rellenamientos* parciales, alternando con nuevos desarrollos dendríticos, y así se explica la inagotable variedad y la siempre nueva hermosura de las estrellas de la nieve.

Las estrellas no dan halos como los cristales perfectos, debido a la multitud de refracciones y reflexiones irregulares que en ellas sufren los rayos de luz.

Por eso los hálos suelen anunciar mal tiempo, como que son propios de los *cirros jóvenes* en los cuales el movimiento ascendente acaba de empezar, y la sobresaturación respecto al hielo es aún casi nula. Al persistir el movimiento ascendente, aumenta la sobresaturación, y los cristales macizos pasan a estrellas, mezcladas después con gotitas subfundidas, de modo que *los halos se borran al envejecer los cirros*.

El crecimiento dentrítico de las columnas finas se hace a lo largo de su eje, y produce largas *agujas*. De esta especie son las que, brotando en varias direcciones, de los núcleos higroscópicos insolubles, engendran las formas radiadas no exagonales, que caen a menudo con la nieve.

El crecimiento dentrítico de las columnas cortas por sus aristas produce, en condiciones de gran sobresaturación, los llamados *esferocristales*, cuya formación ilustra la figura 76, y que, según Wegener, están representados en las nubes, por el *granizo blando*, del que más adelante hablaremos.

152. Escorcha, cenceñadas y lluvia helada.—*La escorcha* es una sublimación en *agujas* largas y frágiles, que se produce, en lugar del rocío y obedeciendo a análogas leyes, sobre las superficies de temperatura inferior a 0°C.

Sobre la formación de estos depósitos arrojan nueva luz las investigaciones del japonés Yosida, que Wall aduce también como prueba de la



Figura 76

Formación de un esferocristal, por crecimiento dendrítico de una columna corta.

congelación secundaria. Yosida ha estudiado la congelación en las vidrieras de las habitaciones, imitándola en cámaras especiales. Distingue entre la *capa continua de hielo amorfo*, que se forma cuando el descenso de temperatura es brusco, y el *tenue velo de cristalización*, que se produce cuando es paulatino. La primera es una indiscutible congelación secundaria, pues el examen microscópico reveló que la vidriera se empañaba primero por un vaho líquido, y que después se helaban las gotas, por *contagio* con algunas de ellas, que contenían gérmenes sólidos. En cuanto a los *velos cristalinos*, únicos asimilables a la escorcha, se producen ciertamente por sublimación, pero *no de un modo directo*: primero aparecen unas gotitas microscópicas, y entre ellas surge después una mancha irregular, que debe de contener el *núcleo*, invisible, de sublimación, pues de ella irradian pronto agujitas de hielo, que van ensanchándose, por destilación de las gotas y por sublimación directa, hasta que queda for-

mado el cristalito. Parece, pues, que la *sublimación* de la escarcha exige una *condensación previa*.

Las cenceñadas o nieblas heladas son escarchas que se producen en el seno de nieblas subfundidas, y tienen, por tanto, la excepcional intensidad que corresponde a la gran sobresaturación respecto al hielo, que en dichas nieblas existe. Hay dos clases de cenceñadas, muy diferentes: la *blanda* y la *dura*.

La *cenceñada blanda* se produce cuando el viento es tan flojo, que su flujo, laminar, arrastra las gotas subfundidas alrededor de los obstáculos, sin hacer que choquen con ellos. Así, pues, el depósito que cubre los objetos se forma exclusivamente *por sublimación*, y es tan deleznable que se desprende a la menor sacudida.

Los objetos cubiertos de esta clase de cenceñada se comportan como enormes cristales, y tienden a cubrirse con más espesor de hielo por las esquinas y las puntas; pues están rodeados de una *zona enrarecida*, que el débil viento no alcanza a perturbar.

La *cenceñada dura* se produce cuando el viento es lo bastante fuerte para hacer que las gotas subfundidas de la niebla choquen con los objetos, con lo cual se congelan de un modo instantáneo y sirven de aglutinante, que suelda entre sí las agujas depositadas por sublimación, comunicando gran consistencia al conjunto.

De aquí que estos depósitos tomen la forma de fibras o plumas, que parecen brotar a barlovento de los obstáculos, que es donde

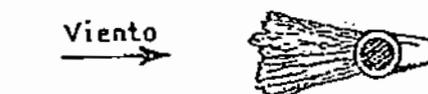


Figura 77
Esquema de la formación de la
cenceñada dura.

choca con ellos la corriente aérea, y también, aunque en mucho menor cantidad, a sotavento, que es donde vuelven a juntarse las líneas de flujo, separadas por el choque.

Estos depósitos tienen color blanquecino, y merced a las gotitas congeladas que los refuerzan, son tan adherentes y compactos que, a pesar de las sacudidas del viento, se acumulan en cantidades enormes en los árboles, líneas eléctricas, etc., desgajando con su peso las ramas y rompiendo los cables y postes.

El espesor de estos depósitos aumenta rápidamente con la altura, lo

cuál se debe a que, junto a tierra, el viento es más flojo, y la sobresaturación está muy rebajada por las activas sublimaciones sobre el suelo helado.

La lluvia helada es una capa transparente de hielo, formada por la congelación de grandes gotas subfundidas. La transparencia de este depósito, en contraste con la opacidad de las cenceñadas, se debe precisamente al gran tamaño de las gotas que lo producen.

En efecto, las gotas pequeñas, como desprenden sin dificultad el calor de congelación a través de su gran superficie, se congelan casi al instante, sin tener tiempo de fundirse con el conjunto, y dan un depósito heterogéneo, de estructura fibrosa y granular, que no puede menos de ser opaco. En cambio en las gotas grandes, en el momento del choque sólo se hiela una pequeña fracción x del agua, pues el calor λx desprendido elevará a 0°C la temperatura primitiva $-t_0$, impidiendo que el resto del líquido se congele, luego

$$x \simeq \frac{ct_0}{\lambda} \quad \text{en que} \quad c \simeq 1 \quad (161)$$

Si, por ejemplo, es $-t_0 = -8^\circ \text{C}$, el choque sólo congela $1/10$ de la gota. El agua restante se helará lentamente, a medida que elimine el calor de congelación; de modo que tiene tiempo de rellenar los intersticios entre los coágulos formados por las gotas anteriores, y la capa de hielo así fraguada resultará homogénea, y por tanto transparente.

Según (161), la continuidad y transparencia de este depósito será tanto mayor, cuanto mayores sean las gotas, y más se acerque a 0°C su temperatura. Por eso se le llama lluvia helada, indicando que las gotas que lo producen en su forma típica, son ya gotas de lluvia, miles de veces mayores que las gotitas de niebla que producen la cenceñada dura, aunque entre uno y otro fenómeno se dan, naturalmente, todas las formas de transición.

La típica lluvia helada pone el suelo tan resbaladizo que es peligroso caminar por él, y envuelve los objetos en cápsulas de un cristal de notable pureza. No necesita viento para depositarse: es una verdadera lluvia, que se forma, por lo general, en un frente cálido, a temperatura sobre cero, y se enfría hasta subfundirse, al atravesar, en su caída, la gélida cuña de aire inferior.

153. **Engelamiento (*) de las aeronaves.**—Diremos que una superficie se *engela* cuando se cubre de un depósito de hielo, como en los casos explicados en 152. Pues bien, el engelamiento de las aeronaves constituye uno de los mayores peligros de la navegación aérea.

Depósitos parecidos a la lluvia helada pueden acumular pesos enormes sobre los planos de un avión, en pocos segundos. O bien, una variedad de la cenecñada dura puede cubrir los bordes de ataque de la hélice y de las alas, desfigurando de tal modo su perfil que sea imposible el vuelo, o fijarse con tal disimetría en las palas de la hélice que desequilibre su giro, con riesgo de vibraciones y roturas. O, por último, los hielos pueden inmovilizar los mandos, obstruir los orificios del carburador, suspender las radiocomunicaciones, etc.

En la actualidad se conocen artificios bastante eficaces para combatir el engelamiento en sus formas más leves; pero todavía hay casos en que el único recurso es conocer las condiciones en que se produce, y huir de ellas. Por eso las Meteorologías Aeronáuticas dedican gran atención al engelamiento de los aviones. A nosotros sólo nos incumbe compararlo rápidamente con las demás formas de engelamiento, desde puntos de vista teóricos.

Clases de engelamiento en los aeroplanos.—Se dan las tres formas expuestas en 152, pero modificadas por la velocidad del vuelo, a saber:

a) *Escarcha.*—Aun fuera de las nubes, se cubren los aviones de un tenue velo de escarcha, cuando entran muy fríos en aire de temperatura superior, y lo bastante húmedo para que en él la humedad equivalente del aeroplano respecto al hielo resulte mayor que 100. Estos depósitos son muy frágiles, y no llegan a adquirir gran espesor, pues la temperatura del aparato se iguala en seguida con la del nuevo ambiente.

b) *Cenecñada dura (**).*—Más graves engelamientos son los que sobrevienen al volar en nubes en subfusión; pues sus minúsculas gotas se fijan al aparato—de preferencia en los bordes de ataque—, fundiéndose con los cristales sublimados directamente, y con los caídos de capas superiores. Gracias al peculiar perfil de las alas y hélices, las gotitas tienden a huir a lo largo de ellas, siguiendo las líneas de flujo, de modo que son relativamente pocas

(*) Acertada denominación introducida por Pita y Lorente.

(**) A la velocidad de un avión, no cabe cenecñada blanda.

las que llegan a chocar y cuajarse (*). Por eso la cenicienta dura de los aeroplanos no es tan copiosa, ni tan adherente como la de tierra, y no carga los aviones con lastres peligrosos. El riesgo consiste en que altera profundamente sus características aerodinámicas.

c) *Lluvia helada*.—En los aeroplanos es de dos tipos: 1.º Una producida por gotas en subfusión, *más bien de llovizna que de lluvia*, las cuales, por su pequeñez, chocan casi horizontalmente con el aeroplano, y cubren de una capa vítrea *poco más del tercio anterior de sus superficies*. Este depósito no deforma mucho al avión, pero puede sobrecargarlo de un modo terrible, y es muy adherente. Y 2.º Un englamamiento semejante al descrito, pero mucho más repartido por todas las superficies, y también más rápido y peligroso, que se produce *cuando cae sobre el avión una verdadera lluvia*. Hay que advertir que entonces no hace falta que el agua baje ya subfundida; puede caer, a más de 0° C, de un frente cálido superior, y ser el aeroplano el que esté *inicialmente* bajo cero, por volar en la cuña de aire frío.

Eliminación del calor latente.—Teniendo en cuenta la enorme cantidad de calor que el agua abandona al congelarse, y la exigua capacidad calórica de los aeroplanos, llama la atención la rapidez con que éstos se engelan, en ocasiones, pues no es fácil concebir, cómo puede ser eliminado tan de prisa el calor de congelación.

Desde luego no va a parar al aire por conducción, como se podría creer, dada la formidable ventilación a que está sometido el aeroplano. En realidad esta corriente roba poco calor al avión, porque está casi a la misma temperatura que él, ya que el englamamiento es máximo entre 0° y -8° C, y el avión se mantiene a 0° C, mientras las gotas se congelan.

Prueba del secundario papel de *la conducción* es que, en ocasiones, el calor latente se elimina *a pesar de ella*. Tal ocurre en los casos indiscutibles de *englamamiento a temperaturas superiores a 0° C*. Más insuficientes aún son las pequeñas expansiones de origen dinámico, que sufre el aire, al crecer su velocidad, en ciertos puntos del perfil del avión. (Efecto de Bernouilli.)

En cambio *la evaporación de una parte del agua* lo explicaría

(*) En la página 267 quedó explicado cómo a las gotitas excesivamente menudas, su falta de inercia las impide en absoluto todo choque con el avión, por lo cual no producen englamamiento ninguno muchas nubes de agua subfundida.

todo satisfactoriamente. Si a es el agua que ha quedado líquida y a 0° C después del choque, para que se hiele sin dejar resto, bastará que se evapore una parte e de ella, tal que

$$eL = (a - e)\lambda \quad \text{o sea} \quad e = \frac{\lambda a}{L + \lambda} \approx 0,12 a \quad (162)$$

es decir, que la evaporación de menos de $1/8$ del agua líquida, basta para consumir el calor de congelación de los $7/8$ restantes.

Para probar que esta evaporación se produce, y es rápida, recordemos que el líquido está a 0° C, en un ambiente de más baja temperatura, de modo que su humedad equivalente es menor que 100; y además se encuentra fuertemente ventilado, y reducido a una lámina por el choque.

Multitud de observaciones confirman que la evaporación es indispensable para el englamamiento. Así, cuando un aeroplano atraviesa una nube en que $t=0^\circ$ C, no sufre englamamiento aunque caigan sobre él grandes gotas subfundidas, procedentes de capas superiores: es que el aire saturado de la nube está entonces a la misma temperatura que adquieren las gotas al chocar con el avión, de modo que éstas no pueden evaporarse, y su congelación queda reducida a los granitos de hielo que produce directamente el choque. En estas circunstancias es probado que el englamamiento sobreviene de un modo brusco—sin que baje la temperatura—en cuanto el avión se aproxima a los bordes de la nube: es que allí la humedad decrece, lo cual hace posible la evaporación y con ella el englamamiento.

Aun en el caso, ya explicado, de una lluvia relativamente cálida cayendo sobre un avión que vuela en aire frío, es seguro que la corriente de ventilación no llegaría a congelar muchas gotas, si no la ayudase la evaporación, muy activa en estas condiciones, por la pequeña humedad equivalente de la lluvia.

Influjo de la temperatura, y de la clase y «edad» de las masas aéreas.—De dos modos influye la temperatura en el englamamiento: Por una parte limitando el total de agua que puede caer sobre los aviones, pues es sabido que al bajar la temperatura, disminuye muy rápidamente la cantidad de lluvia que el aire puede producir. Y por otra parte determinando la proporción e_1 del agua caída que se evaporará, y la h_1 que se helará; pues si las gotas, antes del choque, están a la temperatura $-t_0$, tendremos

$$ct_0 + Le_1 = \lambda(1 - e_1)$$

de donde

$$e_1 = \frac{\lambda - ct_0}{L + \lambda} \simeq 0,12 - 0,0015 t_0$$

$$1 - e_1 = h_1 = \frac{L + ct_0}{L + \lambda} \simeq 0,88 + 0,0015 t_0 \quad (163)$$

La fracción h_1 del agua caída, que ha de helarse, crece, pues, al bajar la temperatura $-t_0$, pero este aumento es lentísimo, y muy pronto lo contrarresta la rápida disminución simultánea del *total* de agua caída. El engelamiento debe, pues, presentar un máximo a poco menos de 0°C , y, efectivamente, estadísticas aún incompletas señalan en -6°C la temperatura más favorable para su producción.

Según (163) no hay inconveniente en suponer $-t_0 \gg 0$, pues esto apenas disminuiría el valor de h_1 , de modo que los aeroplanos podrían engelarse a muchos grados sobre cero. Mas téngase en cuenta: 1.º, que al deducir (163) se ha prescindido de la *conducción*, la cual, aunque secundaria, sólo es despreciable para pequeños valores absolutos de t_0 ; y 2.º, que la propia evaporación sólo puede congelar el agua, cuando la temperatura del termómetro húmedo del aire es inferior a 0°C . Con estas restricciones, los engelamientos a temperaturas sobre cero no sólo son posibles en teoría, sino que se observan efectivamente.

El avión ha de volar, mojado por una lluvia fría, en aire seco y de temperatura muy poco superior a 0°C .

A veces ocurren grandes engelamientos con temperaturas extremadamente bajas, hasta de -20°C . Ahora bien, aire tan frío ya casi no admite vapor, luego si contiene abundante agua líquida, será porque la ha arrastrado desde niveles muy inferiores, o porque la ha condensado durante una larga ascensión. Por tanto, los engelamientos a temperaturas muy bajas son propios de las *masas inestables* o «*frías*»; las corrientes ascendentes los estimulan, no sólo porque dotan de humedad a las capas superiores, sino también porque mantienen en suspensión *gotas muy gruesas*, que son las que producen los engelamientos más cuantiosos (véase pág. 275).

En las masas frías *viejas* ya no es tan grande el peligro de engelamiento, pues las gotas en suspensión van helándose, a medida que captan *gérmenes*, o los producen, lo cual exige un cierto plazo (al menos unos cuatro días) como corresponde al carácter estadís-

tico de la *congelación secundaria*. Así se explica que las masas que más engelamientos ocasionan en nuestras latitudes sean las de *aire ártico marítimo*, que son las más inestables y jóvenes.

154. **Engelamiento de las partículas sólidas de las nubes.**— Ya hemos indicado que algunos cristales de nieve están constituidos por *agujas de escarcha*, que se depositan sobre núcleos de carbón. En las nubes de *hielo puro* son pocas las agujas que se forman sobre cada gránulo; pero en las *nubes mixtas* la sublimación es tan intensa, que los núcleos de carbón se revisten de *cenceñada blanda*, y los cristales degeneran en *esferocristales*. Unos y otros toman, pues, el aspecto de bolitas de nieve, de 2 a 5 mm de diámetro, que se aplastan bajo la más ligera presión, y rebotan y a veces se disgregan al chocar con el suelo. Su caída constituye el *granizo blando*, y suele acompañar a las nevadas.

Cuando estas bolitas flotan en la corriente ascendente de un Cb, tienen ocasión de cubrirse de *cenceñada dura* o, más bien, de *lluvia helada*, y quedan convertidas en esferitas de 2 a 5 mm de diámetro, con un núcleo esponjoso y blanquecino y una corteza lisa y transparente, que no se aplastan al oprimirlas, ni se rompen al chocar. Su caída constituye el llamado *granizo menudo*, que suele observarse a temperaturas poco superiores a 0° C, cuando los Cu-Nb son de tipo invernal, y por tanto de espesor insuficiente para producir el *granizo grueso*.

Este meteoro, llamado también *pedrisco*, resulta de los mismos engelamientos que el granizo menudo, cuando la mayor pujanza de la corriente ascendente los hace mucho más activos y duraderos. En las *pedras del granizo* se distinguen a veces depósitos blancos y opacos de *cenceñada dura*; alternando con capas transparentes de lluvia helada: es que la piedra, en su caída a través de la corriente ascendente del Cu-Nb, tan pronto cruza zonas pobladas de gotitas menudas, como partes en que abundan las gotas gruesas.

Durante mucho tiempo se ha tenido por inexplicable el desmesurado volumen de algunas piedras de granizo (el tamaño de huevos de paloma no es excepcional). A primera vista parece inconcebible tal desarrollo, aunque cada piedra capte y se asimile toda el agua que encuentra en su camino de descenso; pues si en cada cm^3 de aire hay ρ_a gramos de líquido, la masa de una piedra que cae dz , crecerá en

$$- \pi r^2 \rho_a dz = \pm \pi r^2 \rho_b dr$$

siendo ρ_h la densidad de la capa de hielo en que se convierte el agua captada; por tanto

$$\Delta r = - \frac{\rho_a}{4 \rho_h} \Delta z \quad (164)$$

y para $\rho_a = 4 \cdot 10^{-6}$ (4 g de agua por m^3), $\Delta z = -2000$ m y $\rho_h \approx 1$, resulta $\Delta r = 2$ mm, que es un crecimiento insignificante. Después se ha reconocido que este cálculo se quedaba muy corto por varias causas de error, a saber:

1.º Porque el valor $-\Delta z = 2$ Km es inadmisiblemente pequeño, ya que hoy nos consta que el granizo no cae del *rollo de la turbonada*, como entonces se creía, sino de alturas de unos 7 Km como mínimo. Pero además, el espesor de aire atravesado por el granizo en su caída aumenta por efecto de la corriente ascendente; pues si v_c es la velocidad con que cae el granizo respecto al aire, y v_a la velocidad de la corriente ascendente, el granizo tardará en caer desde la altura Δz , un tiempo $\frac{\Delta z}{v_c - v_a}$, en el cual habrá atravesado un espesor $\Delta z'$ de aire

$$\Delta z' = \frac{v_c}{v_c - v_a} \cdot \Delta z$$

de modo que si $v_c = 15$ m/s y $v_a = 10$ m/s, $\Delta z' = 3 \cdot \Delta z$, es decir, que se triplica el espesor de aire salvado.

2.º Porque suponer $\rho_h = 1$, equivale a prescindir del enorme número de burbujas de aire aprisionadas por la congelación en las piedras de granizo, sobre todo en las capas blanquecinas, que son de estructura notoriamente esponjosa.

3.º Porque la cifra de 4 g de agua por m^3 sería plausible, si toda ella la hubiese condensado el aire mismo en que se halla; pero no en el caso del *Cu-Nb*, pues su corriente ascendente puede mantener en suspensión, en un volumen relativamente pequeño, toda el agua que van condensando masas enormes de aire húmedo, al penetrar unas tras otras en el sistema circulatorio de la nube.

De las tres causas de error hasta aquí examinadas, ésta es con mucho la más importante. Sabido es, en efecto, que las gotas de agua no pueden caer a más de 8 m/s, sin que el roce con el aire las disgregue. Por tanto un viento ascendente de 8 m/s impide ya toda lluvia: pues las gotas que caen con velocidad menor, las eleva, y las que por su mayor tamaño

podrían superar esa velocidad de descenso, las rompe, y arrastra hacia arriba los pedazos. Hay, pues, en algunos Cu-Nb una enorme aglomeración de agua subfundida, que tiene que hacer intensísimos los engelamientos de los granos sólidos. Si se recuerda además que algunos vientos ascendentes son tan impetuosos que no permiten que caigan ni las piedras de regular volumen, a nadie extrañará el gran tamaño que tienen, en ocasiones, las que al fin se abren camino hasta el suelo.

4.º Por último, la fórmula (164) prescinde del crecimiento de las piedras por sublimación, que, según algunos autores, tiene que ser muy rápido, a causa de la enorme humedad equivalente del granizo; el cual, por la gran velocidad con que cae, conserva el frío de las capas superiores, y además es *hielo* en presencia de *agua subfundida*.

Entendemos que se exagera un tanto el influjo de la sublimación en el crecimiento del pedrisco. Ciertamente que habrá sublimación abundante sobre los gránulos, mientras se forman en ellos las capas de cenicienta dura; pero en cambio, ya hemos visto (153) que las capas de lluvia helada no pueden cuajarse, sin que parte del agua se evapore. Wegener afirma que el crecimiento por sublimación es máximo en las capas inferiores, pues el granizo llega a ellas a unos -12°C , es decir, por lo menos 20° más frío que el aire, y por tanto con una humedad equivalente de más de 500. Pero no hay que olvidar que en cuanto el crecimiento relativo de las piedras, por sublimación, en aire de $t > 0$, alcanzara un pequeñísimo límite, el calor latente ϱ elevaría a 0°C su temperatura. Precisamente el que las piedras lleguen tan frías al suelo demuestra que casi no crecen por sublimación en las capas cálidas inferiores, debido sin duda a la gran velocidad con que las atraviesan.

Nieve granulada.—Cuando los cristales o las estrellas de nieve caen a través de un estrato poco espeso, la cenicienta los cubre de un depósito tan tenue, que no llega a desfigurarlos del todo. Resultan así unos granos blanquecinos, muy menudos, cuya caída recibe el nombre de *nieve granulada*, porque sus formas, un tanto achatadas en general, permiten reconocer que proceden de la fusión de las tabletas y estrellas de la nieve, con las gotas subfundidas de la nube.

Lluvia de hielo.—Es la caída de granos transparentes de hielo amorfo, que sin duda se forman por *congelación secundaria* de gotas de lluvia, al bajar de un frente cálido, a través de aire muy frío.

Granos de hielo de todos los tamaños, procedentes de la congelación secundaria de gotas, siempre se encuentran en las nubes, pero en proporción insignificante. Para que se hielen a la vez tantas gotas de lluvia, preciso será que contengan gérmenes de gran r_h , y que caigan en aire de temperatura inferior a T_f .

V. PRODUCCION DE LAS PRECIPITACIONES ATMOSFERICAS

155. **Gotas de nube y gotas de lluvia.**—He aquí la velocidad con que caen en el aire las gotas de agua, en función de su radio r :

	GOTAS DE BRUMA		GOTAS DE NUBE				GOTAS DE LLUVIA		
r en cm	$4 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$4 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}	$3,6 \cdot 10^{-1}$
v en cm/s	0,0022	0,01	0,2	1,25	26	80	390	600	800

Para radios muy pequeños, la velocidad se calcula expresando que, en régimen de caída uniforme, el peso de la gota es igual a la resistencia del aire, dada por la fórmula de Stokes; es decir que

$$6 \pi \mu r v = \frac{4}{3} \pi r^2 g$$

siendo μ el coeficiente de rozamiento interno del aire; de donde

$$v = 1,26 \cdot 10^6 \cdot r^2 \text{ cm/s}$$

Para radios mayores la fórmula de Stokes falla; la resistencia es más bien proporcional a la sección y a v^2 , y se tiene

$$K r^2 v^2 = \frac{4}{3} \pi r^2 g$$

de donde

$$v = c \sqrt{r}$$

Schmidt ha dado la fórmula empírica

$$v = \frac{10^6}{\frac{0,787}{r^2} + \frac{503}{\sqrt{r}}}$$

que tiende a la primera, para $r \rightarrow 0$, y a la segunda para $r \rightarrow \infty$. Con ella están calculadas casi todas las velocidades anteriores; pero para $r > 1$ mm, falla también la fórmula de Schmidt, pues la resistencia del aire aplasta de tal modo las gotas, que su velocidad apenas crece ya con el radio, y llega un momento en que disminuye. Para $v = 8$ m/s la gota

se rompe; y como esta velocidad se alcanza para $r=0,36$ cm, resulta que dicho radio es el mayor con que puede caer una gota de agua en el aire.

Se ve en este cuadro que los núcleos de condensación están prácticamente sustraídos a la gravedad, pues aún atribuyéndoles un $r=4 \cdot 10^{-5}$ cm y una densidad doble que la del agua, sólo caerían unos 16 cm por hora. Casi lo mismo ocurre con las gotas muy pequeñas, pues el menor soplo ascendente (*) basta para mantenerlas en suspensión, y si caen, es tan despacio, que se evaporan antes de llegar al suelo. Por eso se llaman *gotas de nube* (o de *bruma*, si son invisibles), para distinguirlas de las *gotas de lluvia*, que son las que caen con velocidad suficiente para llegar a tierra antes de evaporarse.

Ahora bien, ha demostrado Findeisen que la altura que puede salvar una gota hasta evaporarse del todo es proporcional a la cuarta potencia de su radio. Las gotas de $r=10^{-3}$ cm. se evaporan al cabo de 0,3 cm de caída, en aire de $h=0,90$; las de $r=10^{-2}$ recorren 3 metros, y las de $r=5 \cdot 10^{-2}$ cm, unos 2 Km. El límite que separa las gotas de nube de las de lluvia está, pues, entre estos dos últimos tamaños, y es casi independiente de la altura de las nubes, y de la humedad que haya bajo ellas.

En condiciones muy extremadas esta independencia puede fallar. Así, en la *llovizna* u *orvallo* llegan al suelo gotas bastante más menudas, debido a que las nubes están muy bajas, y en el aire por bajo de ellas es $h \approx 100$. En cambio en las tormentas, si el aire inferior está muy seco—cómo suele ocurrir en los momentos iniciales—o el nivel de condensación se halla muy alto, no llegan al suelo más que gotas extraordinariamente gruesas, entre las muchas, de todos los tamaños, que parten de la base de la nube.

La *ley de la cuarta potencia* explica lo netamente definida que está la base de las nubes, cuando sus elementos tienen un radio menor de 10^{-2} cm (**), y por qué en cuanto las gotas pasan de esa magnitud, la base de las nubes se pone difusa, y de ella se desprenden las *banñas de descenso*, que tan comunes son en los cirros, a causa del gran tamaño de sus cristales.

(*) Es más, Schmidt ha demostrado que bastan las ramas ascendentes de los remolinos de turbulencia, para mantener en suspensión gran parte de las gotas de una nube, aunque no exista en ella un movimiento ascendente de conjunto.

(**) Esta explicación es mucho más racional y sencilla que la expuesta en la página 238.

Nótese que entre las gotas normales de nube y las de lluvia, hay aproximadamente la misma relación de volúmenes que entre la Tierra y el Sol. Además, el número de gotas por cm^3 de nube rara vez llega a 500; de modo que aún las más próximas entre sí están, por término medio, tan alejadas, en relación con su tamaño, como la Tierra y la Luna.

Antes se ponía gran empeño (*) en explicar la flotación de las nubes. Hoy, en vista del enorme grado de dispersión en que se encuentra en ellas el agua, reconocemos que no es de extrañar que sus minúsculas gotas floten: lo prodigioso es que puedan caer en forma de lluvia, pues para ello tienen que hacerse cientos de miles de veces mayores de lo que son. El verdadero problema consiste, pues, en determinar las causas de tan colosal desarrollo.

Desde luego es imposible que todas las gotas crezcan a la vez en esa proporción, pues en una nube líquida corriente no hay vapor de agua bastante, ni aun para decuplicar el tamaño de todos sus elementos. Quedan, pues, dos posibilidades: o que las gotitas se suelden entre sí en grandes números (teoría de la coagulación), o que crezcan sólo unos pocos elementos de nube, a costa de los demás (teoría de la destilación).

156. Teoría de la destilación.—Sus partidarios (Bergeron, Findeisen, etc.) no niegan que la coagulación contribuya a producir precipitaciones; afirman sólo que la destilación sobre la fase sólida es un mecanismo mucho más eficaz, y el que, al cabo, pone en marcha los procesos auxiliares de la coagulación. En efecto, una nube viene a ser una solución coloidal de agua en el aire, y producir la lluvia equivale a precipitar el coloide. Ahora bien, es sabido que las condiciones que estabilizan un coloide, impidiendo que se precipite, son: 1.ª, la uniformidad de cargas eléctricas de sus micelas; 2.ª, su igualdad de tamaño; 3.ª, su equilibrio de temperatura, y 4.ª, su igualdad de movimientos. Mas en el caso de las nubes, si para producir lluvia destruimos algunas de estas condiciones, sólo lograremos determinar ligeras lloviznas; y además no se concibe que los mencionados influjos estabilizantes puedan cesar con suficiente rapidez, para producir precipitaciones de tan brusco comienzo como las que caen de los Cb. Por tanto,

(*) Se llegó a suponer que los elementos de las nubes no eran gotas, sino pompas o vejigas llenas de vapor de agua, el cual, como más ligero que el aire, las mantenía a flote, a modo de globos acrostatícos.

con arreglo a esta concepción, las nubes líquidas deberán ser muy poco aptas para engendrar precipitaciones copiosas.

Mucho más propensas a precipitar son las nubes de hielo puro, por los motivos expuestos en 146, página 256; pero tampoco darán precipitaciones muy abundantes, pues en ellas la *coagulación* es casi nula, a causa de lo difícilmente que se sueldan entre sí los cristales, a no ser cuando están mojados.

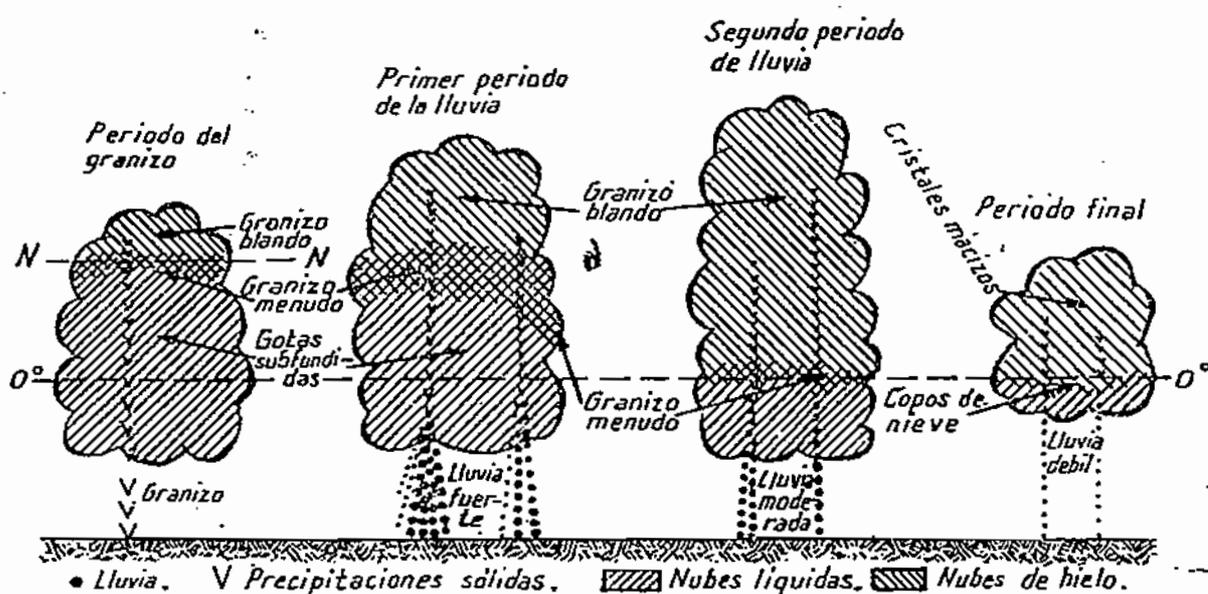


Figura 78

Precipitaciones en los diferentes periodos de la evolución de un Cb, según Findeisen.

Al menos, tal se creía antes, y así se explicaba el que los grandes copos de nieve sólo se formen hacia los 0° C. Pero Findeisen dice haber observado que los cristales se sueldan también a temperaturas mucho más bajas, y lo atribuye al *rehielo*, pues al chocar unos con otros, sus formas poliédricas hacen que las percusiones se localicen en superficies tan reducidas, que el hielo se funde parcialmente. De todos modos la *coagulación* resultará mucho más difícil entre cristales que entre elementos líquidos.

Pero donde el crecimiento de los cristales tiene que ser más rápido es en las *nubes mixtas de hielo y agua*. En ellas es mucho más activa la sublimación, por lo dicho en la página 257; por otra parte, los corpúsculos sólidos así engrosados caen con tal velocidad, que se conservan más fríos que el ambiente, lo cual activa la sublimación sobre ellos; y por último, durante su bajada, se coagulan con las gotas subfundidas que van alcanzando.

Véase cómo, al fallar la 2.^a condición estabilizadora, fallan asimismo la 3.^a y la 4.^a, y acaso también la 1.^a; y cómo la coagulación no se inicia hasta que no la ponen en juego *destilaciones* previas.

La figura 78 es un esquema detallado de los procesos mixtos de destilación y coagulación que ocurren en un Cb, según Findeisen. Por encima de la isoterma de 0° C las gotas permanecen en subfusión; pero a partir del nivel NN en que los núcleos de sublimación entran en funciones, ya no se forman más que cristales, que se convierten en *granizo blando*, al destilarse sobre ellos las escasas gotitas que la corriente ascendente eleva por encima de NN.

Cuando el *granizo blando* penetra, en su descenso, por bajo de NN, invade a su vez la zona en que más abundan las gotitas subfundidas, y por coagulación con ellas se convierte en *granizo menudo*. Para transformarse en *pedrisco* habrá de sufrir aún un englamamiento muy copioso, que resultará tanto más probable, cuanto más poderosa sea la corriente ascendente, y más ancha la *zona de las gotitas subfundidas* que el granizo menudo atraviesa al caer. Inicialmente dicha zona tiene por espesor toda la distancia entre la isoterma de 0° C y el nivel NN, y por eso entonces cae *pedrisco* (período del granizo). Después el agua subfundida va consumiéndose por coagulación con el granizo; la zona se estrecha y lo que cae es una lluvia, procedente de la fusión de los gránulos. Al principio esta lluvia es muy gruesa, eso que cada grano derretido se divide en varias gotas (1.^{er} período de lluvia). Cuando la *congelación de la nube* llega a la isoterma de 0° C, las gotas que el viento ascendente hace subir más allá de dicha isoterma, se destilan tan pronto sobre los cristales, que ya apenas se produce granizo menudo; pero el *granizo blando* derretido mantiene aún la precipitación, en forma de lluvia moderada (2.^o período de lluvia).

Después de cesar la corriente ascendente, la nube queda constituida por cristales macizos, que al caer se *coagulan*, en especial cerca de los 0° C, donde se asocian en copos. Más abajo esta nieve se derrite, y lo que alcanza el suelo es una lluvia muy ligera (período final).

En todo este ejemplo la *inestabilidad coloidal de la nube* se debe a la coexistencia en ella de hielo y agua en subfusión, y la lluvia no es más que una precipitación sólida derretida. Lo mismo puede decirse de las nubes y lluvias de frente cálido, según Berge-

ron: su esquema (fig. 79) contiene casi las mismas zonas de la figura 78, sólo que no están superpuestas verticalmente, sino a lo largo de la superficie de discontinuidad. Hasta los St líquidos precipitan a veces por este proceso de destilación, según Findeisen: pero entonces los cristales que producen la inestabilidad coloidal no se forman en el mismo St, sino que caen de nubes más altas.

Sin embargo, no hay que creer que todas las lluvias abundantes se producen por este mecanismo. En las regiones cálidas caen lluvias muy copiosas, de nubes *sin hielo* (enteramente situadas por bajo de la isoterma de 0° C). Para explicarse estas lluvias, dentro de la teoría de la destilación, se ha sugerido que las diferencias

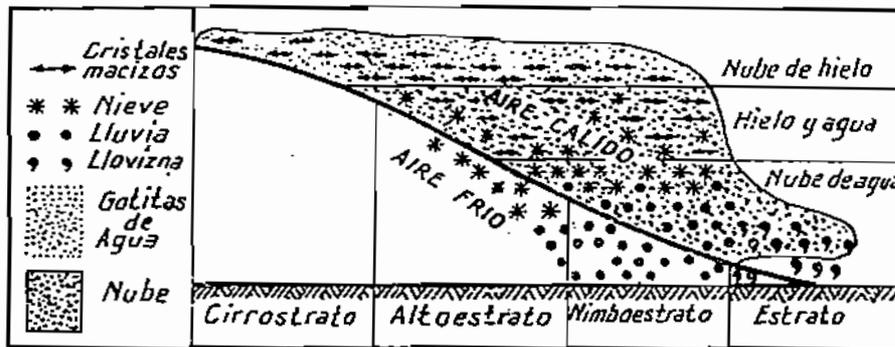


Figura 79

Esquema de la producción de precipitaciones en un frente cálido, según Bergeron.

casuales de temperatura, entre gotas cercanas de una misma nube, implican una *inestabilidad coloidal*, en cuya virtud, las gotas más calientes acaban por destilarse sobre las más frías.

En la figura 80 la línea A da, en función de la temperatura, el desequilibrio térmico Δt que tendría que haber entre dos gotas, para producir una diferencia de tensiones saturantes de $0,27$ mb, que es la mayor que puede existir entre el agua y el hielo (la que corresponde a $t = -12^{\circ}$ C). Se ve que a temperaturas muy bajas, se necesitarían desniveles térmicos $\Delta t > 1^{\circ}$, que son inverosímiles entre gotas próximas. En cambio en las nubes cálidas, bastaría un desequilibrio térmico insignificante, y no es difícil que la fuerte turbulencia tropical lo produzca, al mezclar masas de distintos niveles. Creemos, sin embargo, que el calor de condensación y los demás influjos compensadores borrarían todo contraste *fortuito* de temperaturas, antes de que produjese un desarrollo apreciable de

las gotas. Para hacer plausible este modo de destilación es, pues, necesario concebir causas, independientes del azar, que produzcan y mantengan los contrastes térmicos.

157. Teoría de la coagulación.—Ya hemos dicho (pág. 242) que, aunque hay gotas de nube y de lluvia de todos los tamaños, la gama no es uniforme, sino que predominan marcadamente las que son 2ª veces mayores que ciertas gotas elementales. Esto demuestra que dos gotas se funden con máxima facilidad cuando son

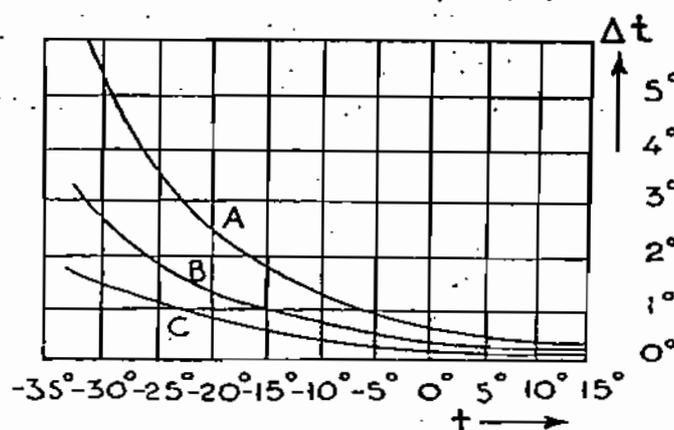


Figura 80

(tomada de Petterssen)

Curva A: Contraste térmico que produciría una diferencia de tensiones saturantes, igual a la máxima que puede haber entre el agua y el hielo.—Curva B: Idem id., igual a la mitad de la máxima. — Curva C: Idem id., igual a la quinta parte de la máxima.

idénticas, es decir, que en las nubes, al contrario que en los demás coloides, la igualdad de volúmenes de los elementos favorece la coagulación.

El mismo Findeisen, aunque atribuye la coagulación a la diferencia de velocidades de caída de las gotas, en cuya virtud las mayores atrapan a las más menudas, confiesa haber comprobado experimentalmente que existen influjos, al parecer de índole hidrodinámica, que se oponen a la fusión de gotas *demasiado desiguales*.

La mayor facilidad con que se unen las gotas idénticas suele atribuirse a que la igualdad de sus velocidades de caída las mantiene próximas largo rato, y da tiempo a que actúen con eficacia ciertas atracciones que deben de existir entre ellas, y que, sin duda por su pequeñez, producen un efecto nulo a poco que difieran las velocidades de las gotas.

Estas atracciones no deben de ser las eléctricas entre cargas de signos contrarios; pues al fundirse dos gotas, se neutralizarían en parte sus cargas, dificultando nuevas fusiones. Campos de fuerzas mucho más idóneos son: 1.º, el del dipolo eléctrico inducido en cada gota por el campo electrostático atmosférico; y 2.º, el del dipolo hidrodinámico producido por la caída de cada gota. Las líneas de fuerza con que el dipolo hidrodinámico de una gota actuaría sobre otra están representadas, en sección vertical, en la figura 81. Las líneas de puntos son el corte de un cono de revolución RR' , dentro del cual la fuerza es repulsiva, mientras que en el espacio exterior AA' es atractiva. Ahora bien, cuando dos gotas caen simultáneamente, aunque al principio esté cada una en el cono RR' de repulsión de la otra, terminarán por fundirse, pues las líneas de fuerza conducirán las gotas desde esos conos a los espacios AA' de atracción, donde su distancia disminuirá cada vez más de prisa, hasta anularse.

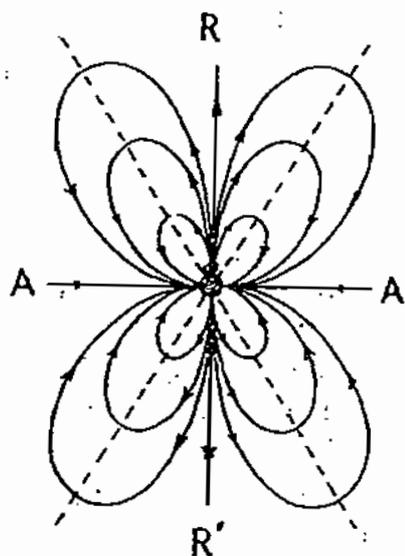


Figura 81

(tomada de Bjerknes).

Lo mismo pasará con los dipolos eléctricos, pues la figura 81 serviría para representar exactamente la acción eléctrica de una gota sobre otra, con sólo invertir el curso de las líneas de fuerza. El cono RR' será ahora de atracciones, y el espacio AA' , de repulsiones; pero dos gotas que caigan simultáneamente terminarán también por fundirse.

A pesar de que obran en opuestos sentidos, estas dos clases de dipolos no se anulan entre sí: al contrario, se complementan, pues los eléctricos sólo producen acción eficaz entre las gotas muy diminutas, y los hidrodinámicos entre las mucho mayores; de modo que los primeros agrupan las gotitas elementales en gruesas gotas de nube; y los segundos funden éstas entre sí, hasta formar gotas, cada vez más grandes, de lluvia.

• Otros mecanismos de coagulación.—La coagulación de nubes por apareamiento de gotas iguales es hoy muy discutida. Para algunos autores, el que los tamaños de las gotas guarden entre sí la relación 2^n es una pura apariencia, resultante de interpretar erróneamente las medidas. Así, Findeisen dice que jamás ha visto nubes de gotas iguales (*). Además es difícil que los dipolos hidrodinámicos y los eléctricos actúen con suficiente rapidez para desencadenar los bruscos chaparrones que se observan a veces. Claro que no por eso hay que desecher la teoría de la coagulación, pues ya se ha dicho que también la de la destilación es defectuosa, puesto que no explica las *lluvias desde nubes sin hielo*: lo que procece es construir una teoría de *coagulación entre gotas desiguales*, inspirada en el comportamiento de los coloides ordinarios.

Ahora bien, un coloide se mantendrá en suspensión, cuando las acciones atractivas y los movimientos brownianos de sus micelas, que tienden a hacerlas chocar, estén contrarrestados por las repulsiones entre sus cargas eléctricas, que tienden a impedir los choques; por eso se precipitan los coloides añadiéndoles electrolitos que neutralicen las cargas de sus micelas, es decir, llevándolos al *punto isoeléctrico*, en el que ya no hay repulsiones que se opongan a la coagulación. A primera vista, estos influjos antagónicos parecen demasiado débiles en las nubes, para regir su equilibrio coloidal, pues sus gotas son excesivamente gruesas para realizar movimientos brownianos, y están demasiado distantes para ejercer entre sí repulsiones eléctricas; pero no hay que olvidar: 1.º, que la agitación browniana está suplida por la turbulencia; y 2.º, que si bien las micelas de un coloide, lo mismo que los núcleos de condensación, tienen muy pocas cargas elementales, en cambio las gotas de nube pueden llevar fácilmente cargas del orden de 1 000 e , que aunque no modifican la tensión saturante sobre tan gruesas gotas (pág. 224), estorbarán, sin duda, sus movimientos de aproximación. Así, pues, los chaparrones bruscos se explicarían por una súbita pérdida de electricidad de las gotas.

Esta segunda teoría de la coagulación tiene la desventaja de prescindir del movimiento de caída de las gotas, que es el rasgo que más distingue las nubes de los coloides propiamente dichos, en los cuales la velocidad de caída es casi nula, tanto por el menor volumen de las

(*) Esto parece exagerado, pues las coronas solares y lunares exigen cierta homogeneidad de la nube, lo mismo si está constituida por cristales de hielo, que por gotas de agua.

micelas, como porque el disolvente es mucho más denso que el aire. Una teoría que aspire a ser completa habrá de tener presentes todas las posibilidades de choque (por alcance en la caída, por agitación, por atracciones hidrodinámicas y eléctricas, etc.), y todos los influjos que tienden a frustrarlas.

Si, análogamente, quisiésemos completar la teoría de la destilación, estudiando cómo se destilan las gotas pequeñas sobre las grandes, encontraríamos que ese proceso carece de eficacia para producir precipitaciones, pues la *inestabilidad coloidal* debida a la diferencia de tamaños es muy pequeña en relación con las otras. Por eso, a pesar de lo dicho en la página 238, los Cu son nubes muy estables y secas, que no mojan los objetos, como suelen hacer algunas nubes estratiformes; pero esta propensión de los St espesos a precipitarse no entraña verdadera inestabilidad coloidal, como algunos autores dicen; se debe a la relativa escasez de sus gotas, las cuales, por la gran lentitud con que se condensan, sólo se depositan en los núcleos más higroscópicos (véase página 238), que son insuficientes para mantener en suspensión todo el líquido formado.

158. Trascendencia meteorológica de los símiles coloidales.— Posibilidad de influir en el tiempo.—En este capítulo, con sólo tener en cuenta la estructura real de las nubes, hemos logrado subsanar muchas inexactitudes, nacidas del estudio puramente termodinámico de las condensaciones. La consideración de los detalles morfológicos es siempre necesaria para perfeccionar nuestros conocimientos, pues, sin el concurso de la Morfología, la Termodinámica conduce a conclusiones muy poco concretas, ya que sus leyes sólo enuncian balances energéticos y entrópicos, sin penetrar en lo orgánico: Pobre idea tendrá, por ejemplo, de los fenómenos vitales, quien sólo conozca los intercambios de energía que entraña el metabolismo.

Pero en el caso de la atmósfera el estudio morfológico es aún más imprescindible, porque nos descubre nuevos factores energéticos, distintos del calor; a saber, las formidables energías latentes de las presiones capilares, eléctricas y osmóticas. Y como estas energías son también las que rigen las vicisitudes de los coloides, resulta que a lo que hay que comparar la atmósfera es a un *aerosol de agua, de polvo y de núcleos*, ya que es a lo que más se asemeja, tanto en lo morfológico como en lo energético. Insistamos brevemente en estos símiles, de los cuales ya nos son conocidas muchas ventajas:

La atmósfera presenta a veces la inestabilidad propia de los coloides en ciertos estados críticos, en los cuales su evolución es tan incierta, que no es posible predecirla, sino todo lo más conjeturarla. Entonces, por bien que se conozcan los índices termodinámicos de la situación atmosférica, no se puede pronosticar el tiempo, ya que está regido principalmente por factores coloidales. Así se explica que, en situaciones termodinámicas, al parecer idénticas, llueva unas veces mucho más que otras, y por eso el mejor modo de saber si una depresión va a producir grandes lluvias a su llegada es fijarse en las que viene desencadenando por el

camino. Muchas de estas anomalías parecen depender de la abundancia y calidad de los núcleos, sobre todo de los de sublimación, los cuales, faltando a veces, casi en absoluto, hacen difíciles las precipitaciones líquidas, por el gran influjo que ejerce el hielo en las lluvias. Por eso, acaso, llueve con tanta dificultad después de las largas sequías; pues durante ellas, por falta de corrientes ascendentes de aire marítimo, se agotan en las alturas los núcleos de sublimación, y el aire queda como inmunizado contra las precipitaciones.

La intervención de los agentes coloidales, si bien dificulta las predicciones meteorológicas, nos abre en cambio el camino para influir sobre el tiempo. Hasta hace poco se demostraba que esto nunca nos sería posible, haciendo ver que para desatar lluvias apreciables, en un ambiente no saturado del todo, se necesitaría una potencia sobrehumana. Pero ya hemos visto que hay en la atmósfera estados, al parecer neutros y en realidad críticos, en que enormes energías antagónicas se mantienen en un equilibrio muy lábil; y entonces sobran las energías que puede aportar el hombre, para decidir el sentido de la resultante, y desatar las poderosas subversiones latentes. En estos estados la atmósfera es como una máquina, que se deja gobernar casi sin esfuerzo, y puede rendir, a nuestro arbitrio, trabajos enormes.

Es pues, indudable que pronto nos será dado influir en el tiempo. Bastará sorprender la atmósfera cerca de una situación crítica, y conocer el funcionamiento de la máquina a que es equivalente en dicho estado (*). Este conocimiento se irá perfeccionando poco a poco, a medida que se solucionen los problemas planteados en el presente capítulo (**). Por ahora, el influjo del hombre en el tiempo es casi exclusivamente involuntario y casual, por ejemplo: los Cu que se desarrollan algunos días sobre las chimeneas de los altos hornos, y que a veces pasan a Cb; el aumento de pluviosidad que se registra sobre las grandes ciudades, acaso por lo mucho que ellas enriquecen el aire en núcleos de los más higroscópicos; las lluvias que producían algunos bombardeos, cuando, en virtud de cierta predisposición del aire, las nubecillas de las explosiones, en vez de desvanecerse como de costumbre, se extendían y espesaban, hasta comenzar la precipitación, etc., etc. Nótese que en la mayor parte de los casos, ni siquiera hay que aportar directamente la energía; pues la lluvia se produce por catálisis, con sólo añadir los núcleos.

Entre las numerosas tentativas de influjo voluntario, las que más éxito prometen son: 1.º La catalización de lluvias, lanzando núcleos de sublimación a las capas superiores. 2.º La coagulación de las nubes.

(*) Fuera de los estados críticos, será casi nula la eficacia de la acción artificial. No se podrá hacer llover en un día seco de agosto. Pero también la Medicina, la Ingeniería y demás técnicas humanas adolecen de análogas limitaciones.

(**). Por eso hemos discutido tan extensamente, si la congelación es primaria o secundaria, y otras cuestiones morfológicas y coloidales, que podrían parecer de escaso interés teórico.

llevándolas al punto isoelectrico, o sometiéndolas a oscilaciones rítmicas, mecánicas o eléctricas (recuérdense las precipitación del humo de tabaco por los ultrasonidos, y las lluvias producidas en California, por medio de oscilaciones de alta frecuencia). Y 3.º, los ensayos que se hacen en Francia, de evitar el granizo, destruyendo, por medio de explosiones, el órgano que lo produce, y que según parece (muy de acuerdo con 154, página 281) es una localización muy estrecha y visible de la corriente ascendente, que conserva en suspensión enormes cantidades de agua subfundida (*).

(*) También se disipan las nieblas en los aeródromos, calentándolas por debajo, para desecar y agitar el aire; pero esa acción tan local no es propiamente un influjo sobre el tiempo.

Capítulo VIII

LOS DIAGRAMAS TERMODINAMICOS METEOROLOGICOS

I. LOS EMAGRAMAS EN GENERAL.

159. Definición y aplicaciones fundamentales.—Llamamos *emagramas* (*), de e/m (energía por unidad de masa), a los diagramas tales como el (p, v) y el (T, S) (**), en los que la curva representativa de cualquier ciclo encierra un área igual al calor absorbido, o bien al trabajo ejecutado, por cada unidad de masa que lo recorre reversiblemente. Según se demostró (pág. 191), el diagrama $(R \cdot \ln p, T)$ es también un emagrama, pero sólo para gases perfectos.

Hasta ahora los emagramas nos han servido: 1.º, para determinar los calores o los trabajos, correspondientes a cualquier evolución, cerrada o abierta; 2.º, para establecer relaciones termodinámicas, por el método de igualación de las áreas, y 3.º, para medir las energías latentes de inestabilidad (págs. 190 y 191). Mas también sirven para medir geopotenciales, en virtud del siguiente

Teorema: en todo emagrama la diferencia de geopotencial entre los extremos de una columna flúida, en equilibrio estático, es igual al área limitada por la línea de estado de la columna, sus isobaras extremas y la línea $v=0$ del diagrama. En efecto (figura 82), en el diagrama (p, v) , la condición de equilibrio estático nos da

$$\text{Area (ABCD)} \equiv \int_A^B -v \cdot dp = \int_A^B g \cdot dz \equiv \Phi_B - \Phi_A$$

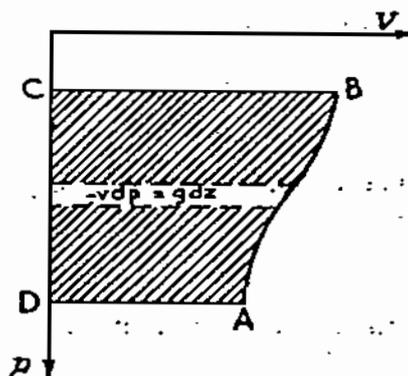


Figura 82

Para gases perfectos puede tomarse como línea $v=0$, la $T=0$. Medida de geopotenciales por medio del emagrama (p, v) .

(*) Aunque sólo suele darse este nombre al diagrama $(R \ln p, T)$, nosotros nos permitimos extenderlo a cuantos conservan áreas con el (p, v) .

(**) Como de costumbre, enunciaremos primero la ordenada, y después la abscisa, para designar un sistema coordenado.

160. Investigación de los emagramas meteorológicos.— Por todas estas aplicaciones los emagramas resultan muy útiles en Meteorología. Importa, pues, encontrar los de uso más cómodo, resolviendo el problema siguiente: Dado un emagrama (y, x) , y una función de estado $X(y, x)$, que nos convenga como abscisa, determinar la función $Y(y, x)$ que habrá que tomar como ordenada para que $(Y(y, x), X(y, x))$ sea emagrama también.

En la técnica meteorológica, el problema se simplifica mucho, pues la coordenada que se nos da es siempre función de una sola de las variables, x o y , del emagrama de partida (y, x) . Entonces, si por ejemplo nos dan $X = X(x)$, para que $(Y(y, x), X(x))$ sea emagrama, bastará tomar $Y(y, x)$ de modo que se verifique

$$Y(y, x) \cdot dX(x) = y \cdot dx \quad (165)$$

y dividiendo por dx , y despejando Y

$$Y = \frac{y}{X'(x)} \quad (166)$$

Análogamente, si nos dan $Y(y)$, tomaremos

$$X = \frac{x}{Y'(y)}$$

La condición suficiente (165) no es necesaria; luego la solución (166) no es única; pero llamando Y_1 a otra solución cualquiera, es evidente que la diferencia f entre ambas no puede depender más que de x , pues para cualquier ciclo ha de verificarse

$$\oint (Y_1 - Y) dX = \oint f \cdot dX = 0$$

La solución general es, por tanto,

$$Y = \frac{y}{X'(x)} + f(x) \quad (166 a)$$

en que f es una función arbitraria de su variable.

Aplicaremos este método a tres casos de fundamental importancia:

1.^o Supongámonos que queremos usar como ordenada $Y = \ln p$. Escogiendo como emagrama de partida el (p, v) , se obtiene la abscisa

$$X = \int \frac{d \ln p}{\frac{d \ln p}{dv}} = \int \frac{d \ln p}{\frac{1}{p} \frac{dp}{dv}} = \int \frac{p \cdot dv}{dp} = \int \frac{p \cdot dv}{dp}$$

y para gases perfectos

$$X = RT$$

El sistema $(\ln p, RT)$ se denomina *diagrama de Neuhoff*, y, salvo la distribución de las constantes, es equivalente al $(R \cdot \ln p, T)$, que ya conocíamos.

2.º También es muy práctico tomar como abscisa $X = \ln T$. Para gases perfectos cabe partir del emagrama anterior, y resulta la ordenada

$$Y = \frac{R \ln p}{T} = RT \ln p$$

Este moderno sistema, se llama *aerograma de Refsdal*, y es el más cuidadosamente editado que existe.

3.º Por último, conviene escoger $Y = p^{\frac{R}{c_p}}$, pues esta función, con la T como abscisa, da el *diagrama de Stüve*, que está muy en boga; porque en él las adiabáticas son rectas; pero que tiene el inconveniente de no ser emagrama, por lo cual resulta interesante modificar la abscisa de modo que lo sea. Nuestro método nos da tomando como emagrama de partida el (p, v)

$$X = \frac{v}{\frac{R}{c_p} \cdot \frac{Y}{p}} = \frac{c_p}{R} v p^{\frac{c_p}{R}}$$

es decir

$$X = c_p \frac{T}{Y} = \frac{c_p}{R} f(S) \quad (167) \text{ y } (168)$$

ya que $v p^{\frac{c_p}{R}}$ es invariante en las evoluciones isentrópicas. En este emagrama, dado por Werenkiöld en 1938, la fórmula (167) nos dice que las isotermas son hipérbolas equiláteras, como en el (p, v) ; y la (168) que las adiabáticas son paralelas al eje de ordenadas. Además la abscisa es proporcional a la temperatura potencial θ . En efecto, si P es la presión de referencia para medir las θ , y V el volumen que el gas toma al llegar adiabáticamente a la presión P , se tiene

$$R\theta = PV = V P^{\frac{c_p}{R}} \cdot P^{-\frac{c_p}{R}} = v p^{\frac{c_p}{R}} P^{\frac{c_p}{R}}$$

luego

$$X = \frac{c_p}{R} v p^{\frac{c_p}{c_p}} = \frac{c_p}{R} \theta \quad (169)$$

De esta notabilísima propiedad parece no haberse dado cuenta Werenskiold, puesto que no la menciona, y además gradúa irregularmente el eje X en entropías, en vez de convertirlo en una escala regular de temperaturas potenciales, que es una de las mayores ventajas del diagrama.

Tan importante es esta propiedad que ella es la que debe guiarnos para encontrar el diagrama de Werenskiold, por el siguiente camino: Busquemos el emagrama que tiene por abscisa θ . Podemos partir del emagrama (T, S), ya que S es función sólo de θ (pág. 62). Resulta la ordenada

$$Y = T : \frac{d\theta}{dS} = c_p \frac{T}{\theta}$$

que, con la abscisa θ , da un emagrama para toda clase de flúidos.

Para gases perfectos, como $\frac{T}{\theta} = \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{R}{c_p}}$, el sistema se convierte en

$$Y = \frac{c_p}{R} p^{\frac{R}{c_p}}, \quad X = \theta$$

que, según (169), es idéntico al de Werenskiold, salvo la distribución de las constantes.

Resumamos los emagramas hasta aquí obtenidos:

	Y	X	Nombre
1.º	p	v	Diagrama de Clapeyron.
2.º	T	S	Tefograma. Para gases perfectos toma la forma (pág. 62)
	T	$c_p \ln \theta$	
3.º	$R \ln p$	T	Diagr. de Neuhoff
4.º	$RT \ln p$	$\ln T$	Aerograma de Refsdal
5.º	$\frac{R}{p^{c_p}}$	$\frac{c_p}{R} \theta$	Diagr. de Werenskiold

Gases perfectos.

Unicidad.—Fuera del diagrama (p, v) , de uso exclusivamente teórico, y del aerograma, que tiene la ordenada *mixta*, es decir, función de T y p , los demás emagramas, 2.º, 3.º y 5.º, tienen cada coordenada función de una sola de las variables más importantes en Meteorología, p , T y θ , y son los únicos que gozan de esta propiedad. En efecto, si siendo emagrama (y, x) , lo fuese también $(Y(y), X(x))$ tendríamos, según (166 a),

$$Y(y) = \frac{y}{X'(x)} + f(x)$$

y para que el segundo miembro fuese función sólo de y , habrían de reducirse a constantes X' y f , de donde

$$Y(y) = \frac{y}{k_1} + k_2, \quad X(x) = k_1 x + k_3$$

y el diagrama (Y, X) coincidiría con el (y, x) , salvo las constantes de las escalas, y la colocación de sus ceros.

161. **Caso general de investigación de emagramas.**—Aunque hasta ahora no se usan en Meteorología más que los emagramas que con tanta sencillez hemos obtenido, sin necesidad siquiera de cuadraturas, conviene que sepamos resolver el problema en el caso general, en que, a partir de un emagrama conocido (y, x) , nos impongan una coordenada *mixta*, la $Y(y, x)$, por ejemplo, y nos pidan la $X(y, x)$ correspondiente.

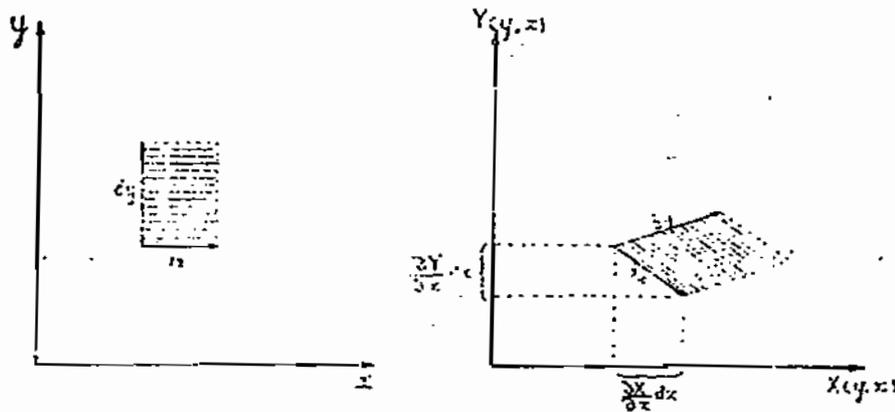


Figura 83

Entonces (fig. 83), si δy y δx son los vectores en que se convierten dy y dx en el nuevo sistema, la conservación del área elemental exige que

$$dx \cdot dy = [\delta x \cdot \delta y]$$

en que el segundo miembro designa el producto *vectorial*. Expresándolo en función de las componentes de los vectores resulta

$$dx \cdot dy = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial x} dx & \frac{\partial X}{\partial y} dy \\ \frac{\partial Y}{\partial x} dx & \frac{\partial Y}{\partial y} dy \end{vmatrix} = \frac{\partial(X, Y)}{\partial(x, y)} dx \cdot dy$$

o bien, llamando $A = \frac{\partial Y}{\partial x}$ y $B = \frac{\partial Y}{\partial y}$ —funciones conocidas, ya que Y es dada—

$$\frac{\partial(X, Y)}{\partial(x, y)} = B \frac{\partial X}{\partial x} - A \frac{\partial X}{\partial y} = 1 \quad (170)$$

Es sabido que esta ecuación en derivadas parciales tiene las mismas soluciones que su sistema adjunto

$$\frac{dx}{B} = - \frac{dy}{A} = dX$$

Mas la primera de sus ecuaciones, puesta en la forma

$$A dx + B dy = dY = 0$$

tiene por solución

$$Y = \text{const.}$$

luego bastará integrar, para Y constante, la ecuación

$$dX = \frac{dx}{B(y, x)} \quad \text{o la} \quad dX = - \frac{dy}{A(y, x)}$$

Para resolver la primera hay que expresar $B(y, x)$ en función de Y y de x , introduciendo, en vez de y , su valor, $y = y(Y, x)$, despejado de $Y = Y(y, x)$; después, tratando Y como una constante, se efectuará la cuadratura

$$X = \int \frac{dx}{B(y(Y, x), x)} = F(Y) \quad (171)$$

Análogamente, la otra ecuación nos daría X , por la cuadratura

$$X = - \int \frac{dy}{A(y, x(y, Y))} = F(Y) \quad (172)$$

Ejemplo 1.º Sea $Y = m \ln p + n \ln v$. Partiendo del emagrama (p, v) , será

$$B = \frac{m}{p}, \quad \frac{dv}{B} = \frac{p}{m} dv$$

y como

$$p = e^{\frac{Y - n \ln v}{m}} = e^{\frac{Y}{m} - \frac{n}{m} \ln v}$$

el integrando es una ecuación potencial de exponente $\frac{n}{m}$ (*), y la cuadratura se reducirá a multiplicarlo por v y dividirlo por $1 - \frac{n}{m}$

$$X = \int \frac{p}{m} dx = \frac{p v}{m \left(1 - \frac{n}{m}\right)} = \frac{p v}{m - n} \quad (173)$$

(*) Cuando $m = n$, la función no es exponencial, sino logarítmica, y con la misma sencillez resulta $X = \frac{p v \ln v}{m}$, o bien $X = - \frac{p v \ln p}{m}$; que son soluciones equivalentes, ya que se diferencian en una función de Y .

Ejemplo 2.º: Sea $Y = p^m \cdot v^n$. Refiriéndolo al emagrama anterior, $y = m \ln p + n \ln v$, $x = \frac{p \cdot v}{m - n}$, será

$$-Y = e^x, \quad B = Y, \quad X = \int \frac{dx}{Y} = \frac{x}{Y} = \frac{p^{1-m} \cdot v^{1-n}}{m - n} \quad (*) \quad (174)$$

Como casos particulares de estos ejemplos deduce Werenskiöld todos los emagramas meteorológicos, de la manera siguiente:

1.º Sea $Y = \ln p$. Poniendo en (173) $m = 1$ y $n = 0$, resulta $X = p v = RT$.

2.º Sea $Y = \ln T$. Referido al anterior (**), con $m = 0$, $n = 1$, resulta $X = -RT \ln p$, que es el aerograma, con los ejes permutados, a lo cual se debe el signo negativo de X .

3.º Sea $Y = p^{\frac{R}{c_p}}$. De (174), con $m = \frac{R}{c_p}$ y $n = 0$, resulta

$$X = \frac{p^{1 - \frac{R}{c_p}} \cdot v}{\frac{R}{c_p}} = \frac{c_p}{R} v p^{\frac{c_p}{c_p}}$$

Nosotros consignamos estos ejemplos y sus aplicaciones, sólo para fijar las ideas, pues como método de obtener los emagramas, nos parece muy preferible el de la página 296.

162. **Situación relativa de las líneas fundamentales en todo diagrama.**—Para nosotros éstas son: las *isobaras*, las *isotermas*, las *adiabáticas*, las *pseudoadiabáticas* y las *equisaturadas*. Según la página 210, su situación relativa en los sistemas de tipo $(f(p), g(T))$ es la indicada en la figura 84. Los vectores representados en ella son tangentes a las líneas equiescalares de la magnitud que llevan inscrita, y su sentido es tal, que cada escalar aumenta hacia la derecha del vector correspondiente.

Ahora bien, ese orden en que están dispuestas las líneas que pasan por cada punto es invariante en todas las deformaciones y, por tanto, común a todos los diagramas, sean emagramas o no; por consiguiente:

En todo punto de cualquier diagrama, el ángulo de la isoterma con la adiabática contiene la equisaturada (que es la más próxima

(*) Si $m = n$, las soluciones de la nota anterior nos dan $X = \frac{x}{Y} = (p v)^{1-m} \ln v$, o bien $X = -\frac{(p v)^{1-m}}{m} \ln p$.

(**) Werenskiöld lo refiere al (p, v) , ejemplo 1.º, con $m = n = 1$.

a la isoterma) y la pseudoadiabática. La isobara está entre la isoterma y la prolongación de la adiabática (*).

La figura muestra también las consecuencias que se deducen, en cualquier diagrama, respecto al valor del gradiente α , o sea

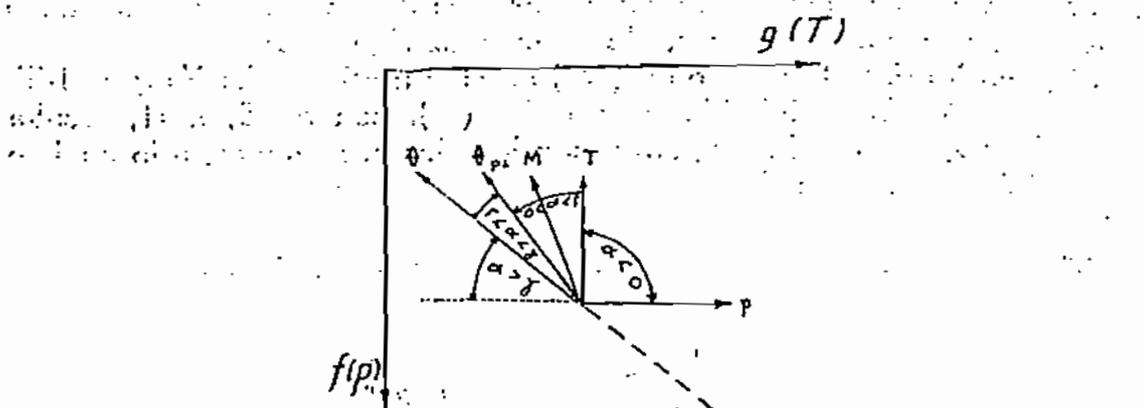


Figura 84

Situación relativa de las líneas fundamentales y criterios de estabilidad en un diagrama cualquiera.

respecto a la estabilidad, según el ángulo en que quede la línea de estado.

163. Normas para la elección de diagrama.—En general, un diagrama será tanto mejor, cuanto más cómoda y exactamente puedan contruirse en él las líneas intermedias que son precisas en todas las operaciones. Para facilitar esa interpolación, los gráficos usuales traen impresas redes tan tupidas de curvas, que resultan confusos. Lo verdaderamente práctico es recurrir a diagramas en que las líneas fundamentales de cada haz sean congruentes, mediante una traslación; pues eso permitirá trazarlas por medio de plantillas, o hallar su intersección con otras, por medio de escuadras y compases (**).

Ahora bien, para que las líneas de un haz sean superponibles

(*) Esta regla es sumamente práctica, y nunca deberá usarse otro método para determinar la posición relativa de las curvas fundamentales.

(**) Con ser tan obvia la conveniencia práctica de esta propiedad, los meteorólogos están tan lejos de utilizarla, que actualmente son preferidos en la técnica aerológica dos diagramas que no la poseen: el de Stüve y el de Refsdal.

por una traslación paralela a un eje, por ejemplo al OY, es necesario y suficiente que dicho haz tenga por ecuación

$$y = F(x) + k \quad \text{o sea que} \quad \frac{dy}{dx} = F'(x) = \varphi(x) \quad (175)$$

Con tal que esta condición se cumpla, cualquier diagrama sirve para diagnosticar la estabilidad (fig. 84), o para determinar una proporción de mezcla, un punto de rocío, un nivel de condensación, una temperatura pseudopotencial, y en fin, para todas las construcciones que se reducen a buscar la intersección de ciertas líneas, o la posición de la curva de estado respecto a ellas; pues tales operaciones, descritas ya en los capítulos correspondientes, se fundan en propiedades *topológicas*, comunes a todos los diagramas. En cambio los *geopotenciales* y las *energías latentes*, como exigen medidas planimétricas, sólo los sabemos determinar hasta ahora en los *emagramas*, y no podremos prescindir de estos sistemas coordenados, a no ser para sustituirlos por otros que, por alguna propiedad especial, nos conduzcan a los mismos resultados, sin planimetría.

Conviene, por último, que el ángulo entre la isoterma y la isentrópica sea grande; pues según hemos visto, su amplitud es la de un tubo de cuatro líneas de capital importancia.

A la luz de estos criterios, vamos a examinar los distintos diagramas meteorológicos.

II. ESTUDIO COMPARADO DE LOS EMAGRAMAS METEOROLOGICOS

164. **Diagrama de Neuhoff.**—a) *Congruencia de líneas.*—Este antiguo emagrama es el mejor que se conoce. En él son congruentes por una traslación paralela al eje OY las líneas tales que

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R d \ln p}{dT} = f(T)$$

pero, llamando c al calor específico de una evolución, sabemos (pág. 64) que en ella

$$\frac{d \ln p}{dT} = \frac{c_p - c}{RT} \quad (176)$$

luego en el diagrama de Neuhoff son curvas congruentes las que

representan las evoluciones termotrópicas—o bien las *politrópicas*—de cada tipo (pág. 88).

En cuanto a las líneas equisaturadas, de $\frac{E}{p} = \frac{M}{M + \epsilon}$, se deduce que

$$y \equiv \ln p = \ln E(T) + F(M)$$

luego todas ellas son congruentes con la curva de equilibrio del vapor $y = \ln E(T)$, (Además, más adelante demostraremos que son también casi termotrópicas).

Cumplen, pues, la condición de congruencia, todas las líneas fundamentales, menos las pseudoadiabáticas.

b) *Forma de las líneas.*—En la figura 85 se ve que, conforme a la

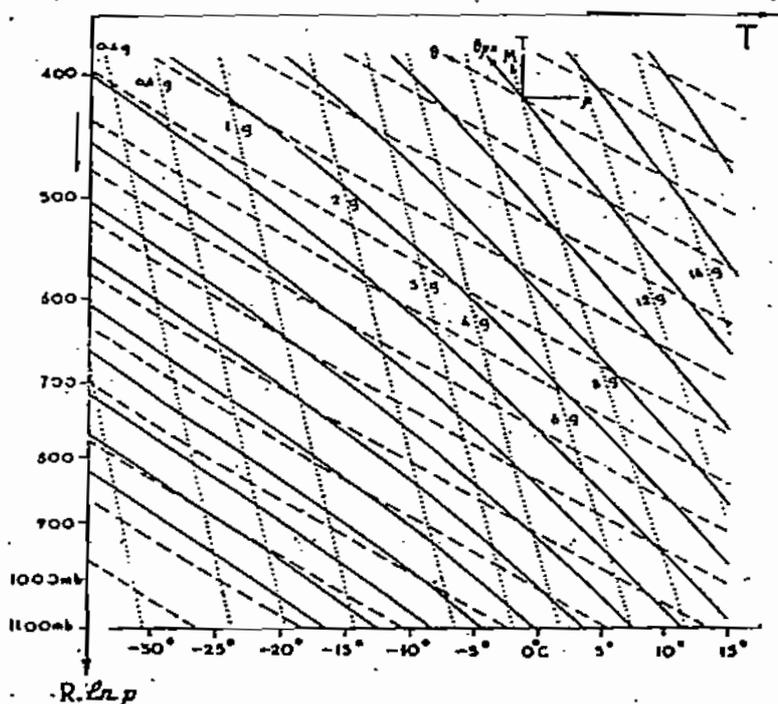


Figura 85

Forma de las líneas fundamentales en el diagrama de Neuhoff.

ecuación (176), tanto las adiabáticas ($c=0$) como las equisaturadas ($c<0$) tienen un coeficiente angular que disminuye al aumentar T , de modo que son cóncavas hacia arriba; las únicas cóncavas hacia abajo son las pseudoadiabáticas.

c) *Prolongación de las escalas.*—Este diagrama como todos los de graduación logarítmica, tiene la ventaja de ser prolongable en el sentido de dicha graduación. Así la escala de presiones entre

1.000 y 100 mb, puede servir para el intervalo entre 100 y 10 mb; y las líneas termotrópicas y equisaturadas que terminan a los 100 mb, se continúan en el segundo intervalo por las que empiezan, a la misma temperatura, en la isobara de 1.000 mb. Las únicas líneas no prolongables de ese modo son, pues, las pseudoadiabáticas, pero a tan grandes alturas, coinciden prácticamente con las adiabáticas secas. ✕

d) *Geopotenciales. Temperatura media barométrica.* — Este diagrama se presta muy bien a la medida de geopotenciales por medio del planímetro, pues el área ABMN que hay que evaluar (fig. 86) no tiene más parte curva que la línea AB de estado. Sin embargo, en la práctica jamás se aplica dicho instrumento. Lo que se hace es determinar la abscisa media T_m , de la curva AB, situando una ordenada OO', de modo que las áreas rayadas APO y PBO' sean iguales. Conocida la temperatura T_m , que se llama *temperatura media barométrica*, será:

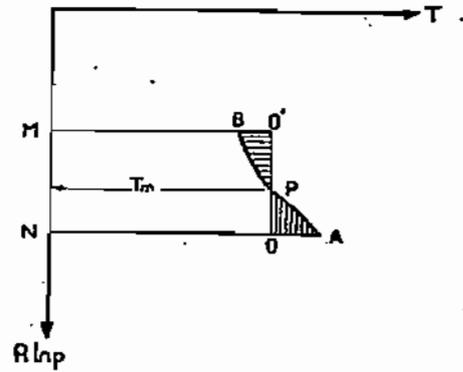


Figura 86
Determinación de geopotenciales y de temperaturas medias barométricas en el diagrama de Neuhoff.

$$\Phi_B - \Phi_A = \text{área } OO'MN = RT_m [\ln p_A - \ln p_B]$$

e, introduciendo la *altura en metros dinámicos H*, definida por la ecuación numérica $d\Phi \equiv g dz = 10 dH$ (g , en m/sec^2), resulta la fórmula de *nivelación barométrica*

$$H_B - H_A = \frac{\Phi_B - \Phi_A}{10} = \frac{1}{10} \int_A^B g dz = \frac{R}{10} T_m \ln \frac{p_A}{p_B} = R_1 T_m \ln \frac{p_A}{p_B} \quad (177)$$

El problema inverso (*reducción de presiones*) se resuelve despejando

$$p_B = p_A e^{\frac{H_A - H_B}{R_1 T_m}} = p_A e^{-\frac{\Delta H}{R_1 T_m}} \quad (178)$$

Claro que la operación representada en la figura 86 se efectuará a base de *temperaturas virtuales* (pág. 103), para obtener la *temperatura virtual media barométrica*, que es la que se precisó en estas fórmulas. e

Para la cómoda aplicación de la fórmula (177) a ciertos intervalos convencionales de presión (1.000 a 900 mb, 900 a 800 mb, etcétera), hay tablas que dan, para cada T_m , el valor correspondiente de ΔH . Asimismo se tabulan los valores de $\frac{p_B}{p_A}$ correspon-

dientes a cada T_m , según la fórmula (178), para diferencias de nivel de 1.000 m din. Otras tablas permiten obtener la altura sobre el suelo de la *isobara tipo* (de 1.000, 900, 800... mb) más próxima, y la presión que reina en el *nivel normal* (de 0, 1.000, 2.000... m din) más cercano a nuestro observatorio.

Procediendo así, la misión del diagrama se reduce a proporcionarnos las *temperaturas virtuales medias barométricas*, para lo cual sirve lo mismo otro cualquier emagrama, ya que en todos ellos serán iguales las áreas homólogas de las APO y BPO', es decir, las limitadas, a uno y otro lado de la isoterma $T = T_m$, por las isobaras p_A y p_B , y la curva de estado.

Esta propiedad de proporcionarnos las temperaturas medias barométricas mediante una sencilla igualación de áreas por tanteo, es una de las más ventajosas de los emagramas.

e) *Método de Väisälä.*—Hemos demostrado que, fijadas dos isobaras tipo, p_A y p_B , su distancia vertical ΔH depende sólo de la temperatura media T_m del aire entre ambas. En vez de tabular esta función, puede graduarse la isobara central del *estrato tipo*, limitado por p_A y p_B , según el valor de ΔH que corresponda a cada T_m . Así consigue Väisälä medir ΔH sin tablas: y por otros artificios semejantes, hace posible prescindir también de ellas en el cálculo de la altura a que está sobre el suelo la *isobara tipo* más baja.

165. *Advertencia sobre el cálculo de los sondeos.*—Se trata de determinar, aprovechando los datos del meteorógrafo, la altura sobre el nivel del mar (nivel 0) de las isobaras tipo, y la presión a los niveles normales. Esto se logra a partir de la presión medida en tierra, aplicando escalonadamente, de abajo a arriba, la fórmula (177) para las alturas, y la (178) para las presiones, e introduciendo en una y en otra las temperaturas virtuales medias T_m , de los correspondientes trozos de curva de estado, leídas en un emagrama.

Insistimos en que el único dato barométrico verdaderamente básico es el de tierra. Los meteorógrafos de que hoy disponemos

no nos dan aún presiones aprovechables para aplicar directamente las fórmulas (177) y (178); nos proporcionan sólo una tosca correspondencia de la temperatura con la presión y la humedad relativa, que basta, a lo más, para deducir las temperaturas virtuales medias. Por eso la altura de las isobaras tipo, en cuya presión no caben errores, se conoce con una exactitud incomparablemente mayor que la altura de los *puntos notables del sondeo* (inversiones, isoterma de 0° C, base de la estratosfera, etc.), de cuya presión sólo sabemos lo que nos indica el barógrafo. Para armonizar la precisión de los cálculos con la de los datos, se procederá, pues, de la siguiente manera:

1.° Se calculan, por medio de tablas, o con el gráfico de Väisälä, las alturas sobre el nivel del mar de las isobaras tipo, y quizás también las presiones a los niveles normales.

2.° Con estos datos se dibuja, por puntos, la gráfica presión-altura. Generalmente bastarán, para obtenerla, las alturas de las isobaras tipo.

3.° En esta gráfica *se leerán* sencillamente las alturas de los puntos notables, sin pretender afinar la precisión, con cálculos que serían ilusorios.

Por fortuna, lo que más interesa para los usos sinópticos es la topografía de las isobaras tipo.

166. *Tefigrama*.—En Meteorología este diagrama se dispone como muestra la figura 87; es decir, que es el diagrama (T, S), pero vuelto 90° hacia la izquierda, y con el eje de entropías graduado en $c_p \ln \theta$.

a) *Congruencia de líneas*.—En él coinciden por traslación paralela a OY las líneas en que

$$\frac{dy}{dx} \equiv \frac{dS}{dT} \equiv \frac{c}{T} = \varphi(T) \quad (179)$$

o sea las líneas termotrópicas, y entre ellas las politrópicas. Las equisaturadas vienen a resultar también termotrópicas, pues su calor específico c_m vale (*)

$$c_m = c_p - RT \left(\frac{d \ln p}{dT} \right)_m = c_p - \frac{RT}{E} \frac{dE}{dT} = \varphi(T) \quad (179 a)$$

(*) En rigor, tanto c_p como R dependen ligeramente de M; pero si esto no se despreciase, habría que trazar una isobara y una adiabática para cada valor de m.

Por tanto, en este diagrama cumplen también la condición de congruencia, todas las líneas fundamentales, menos las pseudo-adiabáticas.*

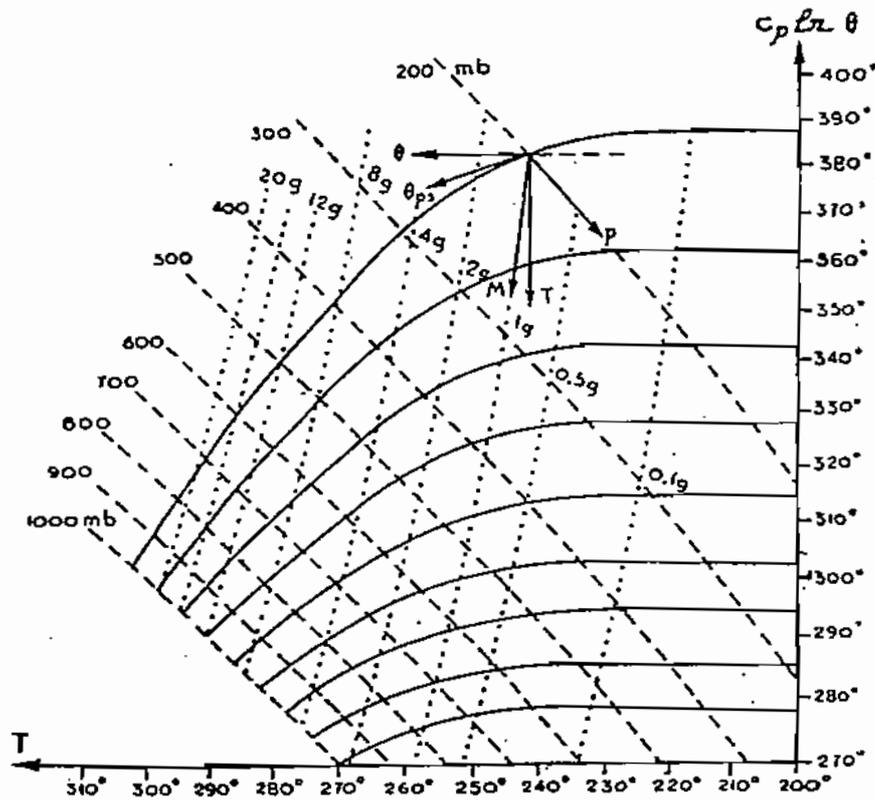


Figura 87

Esquema del tefigrama.

b) *Forma de las líneas.*—La colocación de las líneas es la indicada en la figura. Según (179) y (179 a), los coeficientes angulares decrecen en valor absoluto al aumentar la temperatura. Por eso las isobaras, que lo tienen positivo, son cóncavas hacia —OY , o sea hacia abajo, y las equisaturadas, que lo tienen negativo, cóncavas hacia arriba.

* c) *Geopotencial.*—El tefigrama pasa por uno de los diagramas menos a propósito para determinarlo; pero es porque el procedimiento clásico no aprovecha la mejor posibilidad de medida, como vamos a demostrar:

1.º *Procedimiento clásico.*—El área que hay que evaluar es la $\text{ABB}'\text{A}'$ (fig. 88); muy curvilínea. Descomponiéndola en la punta MAB y la cinta de anchura uniforme $\text{MBB}'\text{A}'$; y sustituyendo ésta por el rectángulo equivalente MBB_1M_1 , el área se transforma en la MABB_1M_1 , ya mucho menos curva. Pero además la parte pun-

teada de ésta MAA_1M_1 , por representar el calor absorbido a lo largo de la isobara MA , vale $c_p(T_A - T_B)$, luego

$$\Phi_B - \Phi_A = \text{área } ABB_1A_1 + c_p(T_A - T_B) \quad (180)$$

El procedimiento no es ciertamente cómodo, pues además de una planimetría, exige una operación aritmética.

2.º *Procedimiento de la temperatura media.*—Cabe suprimir dicha operación, tomando la temperatura media T_m de AB , y midiendo de una vez el rectángulo $OO'O_1O_1$, equivalente a $\Phi_B - \Phi_A$; o mejor aún aprovechar T_m para el cálculo con tablas. Para esto último es tan bueno el tefigrama como otro diagrama

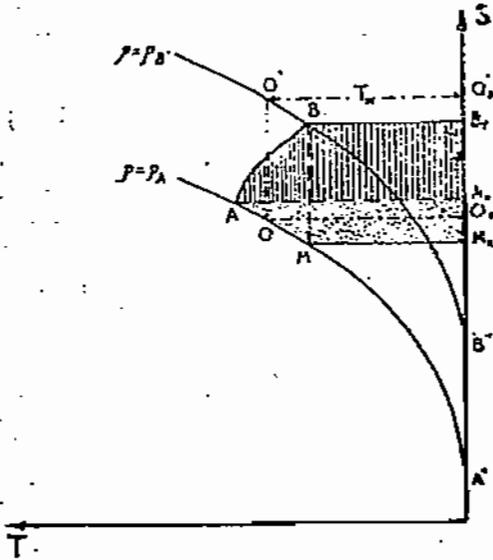


Figura 88

Determinación de alturas con el tefigrama. Procedimientos clásicos.

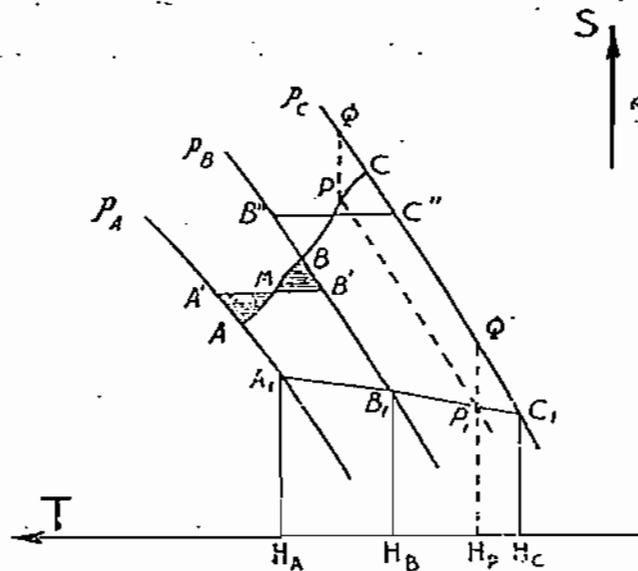


Figura 89

Determinación de alturas con el tefigrama. Método de Stüve.

cualquiera, a no ser que la curvatura de las isobaras haga más difícil la determinación de T_m por tanteo; pero este inconveniente también lo presenta el aerograma, y nadie la echa de ver, sin duda porque, tanto en uno como en otro sistema, es insensible la curvatura de los pequeños arcos OA y $O'B$.

3.º *Procedimiento de la adiabática media o de Stüve.*—Es el mejor, porque no requiere cuadraturas, ni uso de tablas. Sustituiremos el área ABp_Bp_A (fig. 89), por la equivalente $A'B'p_Bp_A$, trazando la adiabática $A'B'$, tal que las áreas AMA' y BMB' sean iguales (*adiabática media*). Se tendrá

$$\Phi_B - \Phi_A = \Phi_{B'} - \Phi_{A'} = c_p(T_{A'} - T_{B'})$$

ya que al aplicar la fórmula (180), se anula evidentemente el área de su segundo miembro, por ser $A'B'$ adiabática. Resulta, pues,

$$H_B - H_A = H_{B'} - H_{A'} = \frac{T_{A'} - T_{B'}}{\frac{10}{c_p}} \quad (181)$$

Se ve que $\frac{T_{A'} - T_{B'}}{H_{B'} - H_{A'}} = \frac{10}{c_p}$, lo cual significa que $\frac{10}{c_p}$ es el coeficiente de enfriamiento adiabático por elevación, cuando ésta se mide en m din., cosa ya demostrada por otro camino en la página 33, donde se advirtió que $\frac{10}{c_p}$ vale ^{ca. 1} exactamente 1° por cada $100 m$ din. Con esto la (181) se convierte en la sencilla fórmula práctica

$$H_B - H_A = 100 (T_{A'} - T_{B'}) m \text{ din} \quad (181 a)$$

La interpretación del resultado (181 a) es obvia: trazar la adiabática media equivale a substituir el estrato AB , por el adiabático de igual espesor $A'B'$; y como en éste baja la temperatura 1° por cada $100 m$ din., resulta fácil medirlo por la fórmula (181 a).

Claro que esta fórmula no se calcula: lo que se hace es usar la escala de temperaturas como escala de alturas dinámicas, a razón de $100 m$ din. por grado. El cero se coloca en una raya gruesa de las que hay de 10 en 10 grados. Para obtener la línea presión-altura $A_1B_1C_1\dots$, si H_A es la altura, conocida, de la isobara p_A se marca el punto $A_1 \equiv (p_A, H_A)$; y a partir del punto H_A se lleva el segmento $A'B'$, con lo cual se obtiene el punto H_B , y ya se puede marcar el $B_1 \equiv (p_B, H_B)$. Lo mismo se obtiene C_1 , llevando $B''C''$ a partir de H_B , lo cual nos da H_C , y por tanto $C_1 \equiv (p_C, H_C)$ etcétera.

Trazada la línea $A_1B_1C_1\dots$, para determinar la altura de un punto notable P del sondeo, basta leer la H_P que corresponde al punto P_1 , en que dicha línea corta a la isobara que pasa por P . Aunque el trazado de esta isobara, por medio de plantillas, no presenta dificultad, puede evitarse, tomando P_1 de modo que $P_1Q' = PQ$.

Aunque construcciones parecidas pueden hacerse en cualquier otro emagrama, más adelante (pág. 318) demostraremos que en ninguno re-

sultan tan cómodas como en éste. Sin embargo nadie parece usar el tefigrama con estos fines. El mismo Stüve, autor del método, lo ideó para el diagrama de Neuhoff, y dió a entender no haber visto las ventajas del tefigrama para realizarlo, cuando introdujo, *ex profeso* para su aplicación, un diagrama de condiciones harto menos favorables.

* 167. Aerograma de Refsdal.—($RT \cdot \ln p, \ln T$). (Figs. 90 y 91.)
 a) Geopotenciales.—En este diagrama la distancia $\overline{OO'}$ entre dos isobaras p_A y p_B , medida a lo largo de la isoterma media T_m de una curva \overline{AB} (fig. 90), vale $y_{O'} - y_O = RT_m (\ln p_B - \ln p_A)$; luego, según (177), $\overline{OO'}$ representa la distancia vertical de dichas superficies isobaras en una columna de aire de estado AB, según una

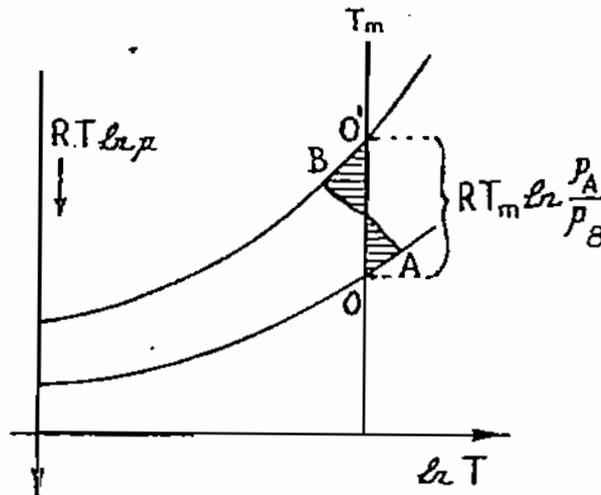


Figura 90

Determinación de alturas con el aerograma.

escala $\overline{EE'}$ de alturas dinámicas, que el aerograma lleva consigo. Este diagrama es, pues, el más cómodo para medir gráficamente las alturas.

Como las isobaras sólo vienen impresas de centibar en centibar, los puntos en que la presión no es un número entero de centibares no pueden inscribirse con exactitud en el aerograma, y para hallar su distancia a las isobaras impresas, hay que recurrir a un artificio: Sea un punto N, a 626 mb. de presión, y temperatura T_N ; para medir su distancia vertical a la isobara impresa más próxima, que es la 630 mb, se mide por el método corriente la distancia entre la isobara de 610 y la de 650 mb, para la temperatura T_N , y se divide por 10 el resultado; ya que la capa de 4 mb que queremos medir tendrá aproximadamente la décima parte de espesor que

una de 40 mb, de la misma temperatura, y la misma *presión media* de 630 mb. De la distancia del punto N a la isobara impresa más próxima, se deduce, sin dificultad, su distancia a ctra cualquiera; así se obtiene, con toda exactitud, la altura de la isobara tipo más baja, sobre nuestro observatorio.

b) *Desigualdad de las líneas fundamentales.*—Ni siquiera las isobaras son congruentes por traslación, pues su distancia aumenta con la temperatura. Como las graduaciones logarítmicas no tienen

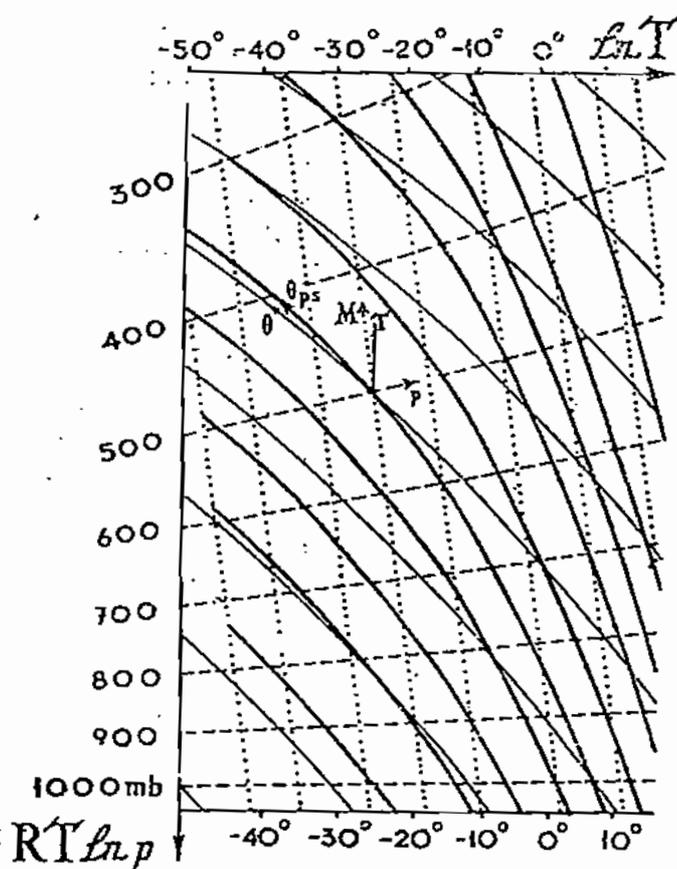


Figura 91.

Esquema del aerograma.

cero, se toma como eje horizontal la de 1005 mb, y las demás resultan curvas, cóncavas hacia arriba o hacia abajo según que $p \leq 1005$ mb. (Referidas a este eje, su ecuación es

$$y = RT (\ln 1005 - \ln p) = R e^t \cdot (\ln 1005 - \ln p)$$

c) *Prolongación de las escalas.*—Como aquí es del mayor interés agrandar la escala de alturas, y por tanto la de presiones, se dedica casi toda la amplitud del aerograma a representar la faja

entre 1010 y 300 mb. Después, la zona entre 900 y 300 mb sirve para representar la comprendida entre los 300 y los 100 mb, haciendo corresponder a cada isobara p de la primera, la $p' = \frac{p}{3}$ de la segunda; pues en cada isoterma es logarítmica la escala de presiones.

En este diagrama, como en el de Neuhoff, para prolongar una línea adiabática o equisaturada que se interrumpe a los 300 mb y a la temperatura T_i , se toma la adiabática o la equisaturada que parte de los 900 mb, a la temperatura T_i . En efecto, si en la

ecuación $T \left(\frac{P}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} = \theta$ de una adiabática, y en la $\frac{p}{E(T)} = \frac{M + \varepsilon}{M}$ de una equisaturada, pertenecientes las dos a la zona $300 < p < 900$, se pone $p = 3p'$, y $T = T'$, para expresar el paso a la otra zona, se convierten en las

$$T' \left(\frac{P}{p'} \right)^{\frac{R}{c_p}} = 3^{\frac{R}{c_p}} \cdot \theta = \theta' \quad \text{y} \quad \frac{p'}{E(T')} = \frac{M + \varepsilon}{3M} = \frac{M' + \varepsilon}{M'}$$

que representan en la zona (p', T') la adiabática de parámetro $\theta' = 3^{\frac{R}{c_p}} \cdot \theta \simeq 1,369\theta$, y la equisaturada de parámetro

$$M' = 3M \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 2M} \simeq 3M (*)$$

Luego la adiabática y la equisaturada que parten del punto (900, T_i), prolongan a las que terminan en el punto homólogo (300, T_i). Para presiones menores aún de 100 mb, se prolongaría el diagrama otra vez, poniendo $p = 10p'$, etc.

d) *Otras aplicaciones del aerograma.*—1.ª El volumen específico $v(p, T) = \frac{-d\Phi}{dp}$ es igual a la diferencia de geopotenciales para $dp = 1$;

luego puede obtenerse midiendo con la escala de alturas la separación de dos isobaras contiguas, en el punto (p, T) del aerograma. (En la práctica se mide la separación de las isobaras $p+2$ y $p-2$ cb, con una escala cuádruple. La densidad se obtiene midiendo el mismo segmento con una escala inversa.)

(*) Algunos parecen creer que para las equisaturadas, este modo de prolongar sólo es lícito en primera aproximación.

2.ª La reducción de presiones de mm a mb se hace llevando, a partir de la presión p inscrita en mm, la distancia que hay en la misma isoterma entre las divisiones 1.000 y 750,1 mb; pues esto equivale a servirse de la escala logarítmica de las presiones en la isoterma, como de una regla de cálculo, para realizar la operación $p \cdot \frac{1000}{750,1}$. Esto puede hacerse también en el diagrama de Neuhoff, con la ventaja de que allí la distancia entre las divisiones 750,1 y 1.000 es la misma en todas las isotermas.

3.ª Para reducir la distancia geodinámica $H_B - H_A$, entre p_A y p_B a metros geométricos $z_B - z_A$, hay que hacer la operación

$$z_B - z_A = \frac{10}{g_m} (H_B - H_A)$$

en que g_m es la gravedad media entre p_A y p_B , en m/sec². Esto se consigue midiendo $H_B - H_A$, no sobre la isoterma T_m , sino sobre la $\frac{10}{g_m} T_m$, que está a la derecha de la anterior, a una distancia horizontal Δl

$$\Delta l = k \left[\ln \frac{10}{g_m} T_m - \ln T_m \right] = k \ln \frac{10}{g_m}$$

Como Δl sólo depende de g_m , y de la constante k de la escala $\ln T$, cada aerograma lleva un ábaco que da en función de g_m , esta distancia Δl que hay que correr T_m hacia la derecha, para medir Δz en vez de ΔH . El valor de g en el suelo se conoce en cada observatorio, y para calcular $g - g_m$ a las distintas alturas, el aerograma lleva también ábacos especiales.

4.ª La aceleración que experimenta aire de temperatura T , en el seno de aire de temperatura T' es (pág. 50) $\ddot{z} = g \frac{T - T'}{T'} \simeq g \ln \frac{T}{T'}$, y por tanto puede determinarse en el diagrama, midiendo con una graduación adecuada la distancia entre las isotermas T y T' .

Desarrollando en serie $\ln \frac{T}{T'}$, se ve que la aproximación

$$|\ddot{z}| \simeq g \left| \ln \frac{T}{T'} \right|$$

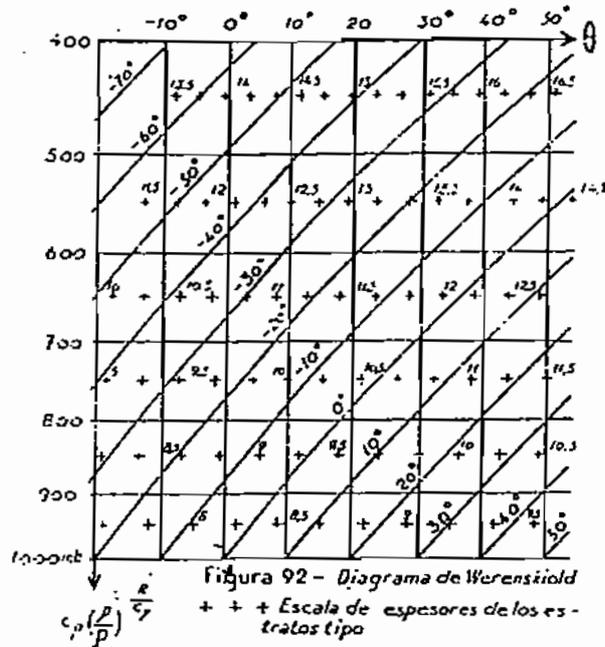
es por defecto o por exceso, según que $T \gtrless T'$. Para compensar el error, el aerograma lleva dos graduaciones: una para medir las aceleraciones ascendentes, y otra, algo mayor, para medir las descendentes.

Este método puede también practicarse en cualquier otro diagrama, que tenga una escala logarítmica de temperatura.

168. Diagrama de Werenskiold.—a) *Espaciamiento de las isotermas.*—Según la ecuación (167), página 297, las isotermas son las hipérbolas equiláteras

$$xy = c_p T$$

luego en toda isobara $y=k$, será x proporcional a T ; es decir, que en cada isobara existe una escala regular de temperatura. Lo



mismo se verifica en cada adiabática $x=k$. Tales escalas varían de unas líneas a otras, decreciendo al aumentar p y θ .

b) *Geopotenciales*.—Este diagrama no se presta a calcularlos con tablas, pues siendo desiguales las isotermas, es imposible in-

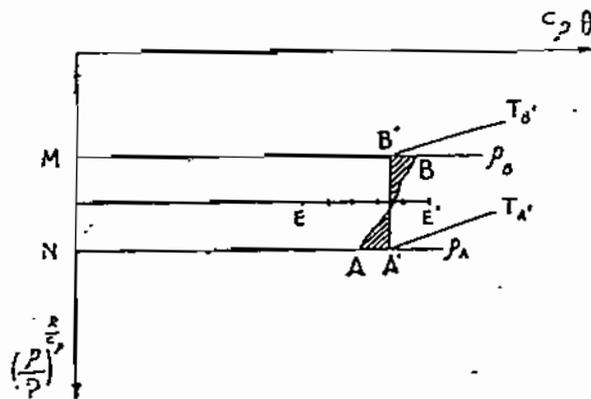


Figura 93

Determinación de alturas en el diagrama de Werenskiöld.

terpolárlas con la facilidad precisa para hallar T_m . Mejor es el procedimiento de la *adiabática media* (fig. 93), pues las adiabáticas se interpolan fácilmente (como que son paralelas a OY), y además

y como en el elemento CD de isobara es lineal la escala de temperatura

$$\alpha = \gamma \frac{DB}{DC} \quad (182)$$

Si las líneas anteriores son curvas, se trazan tangentes por A a la adiabática, isoterma y línea de estado, y se las corta por una paralela a la tangente a la isobara.

De (182) se deduce fácilmente τ ; pues llamando $\tau_T = g \frac{\gamma}{\gamma'}$ a la estabilidad de una columna isoterma, será

$$\eta = \eta_T \frac{\gamma - \alpha}{\gamma} = \eta_T \frac{CB}{CD} \quad (183)$$

pero para calcular esta fórmula se necesita una tabla de τ_T en función de T (*).

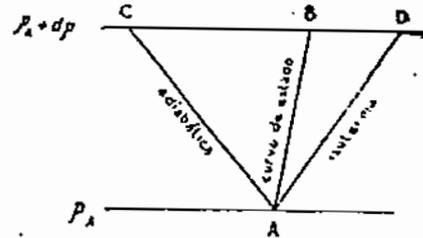


Figura 95
Determinación del gradiente vertical de temperatura en un diagrama cualquiera.

§ 169. Resumen de la comparación de los emagramas.— Como se ve, el menos ventajoso es el de Werenskiold. Le sigue el aerograma: cierto que con éste se miden muy bien las alturas, y que sus dos sistemas de escalas logarítmicas ofrecen facilidades para muchos cálculos accesorios, admirablemente previstas y aprovechadas por Refsdal, sobre todo en la última edición de su papel termodinámico; pero a nosotros no nos cumple comparar las excelencias de ejecución de los diagramas, sino sus cualidades teóricas, y desde este punto de vista tiene el aerograma el defecto de que en él no es posible interpolar, por traslación, las líneas fundamentales; falta capital que su autor intenta corregir multiplicando de tal modo las líneas impresas, que resulta difícil seguirlas con la vista.

Los mejores emagramas son, pues, los más antiguos: el tefigrama y el diagrama de Neuhoff. Es difícil escoger entre ambos: el tefigrama se presta mejor que ninguno al método de Stüve para determinar las alturas, y es el que mayor tiene el ángulo de la adiabática con la isoterma; pero para marcar en él los puntos del sondeo, como vienen dados por sus presiones y temperaturas, hay que servirse de una red curvilínea y no ortogonal de coordenadas. Por eso acaso sea preferible el diagrama de Neuhoff. ☺

(*) Nada más diremos de este diagrama, ya que su autor lo ha publicado en forma incompleta, sin pseudoadiabáticas ni equisaturadas.

III. DIAGRAMAS QUE NO CONSERVAN LAS AREAS

170. • Diagrama de Stüve.—Ideado por este autor para practicar el método de la *adiabática media*, tiene por coordenadas $(p^{\frac{1}{\gamma}}, T)$, por lo cual las adiabáticas son las rectas, concurrentes en el origen,

$$y = \frac{y_0}{x_0} x$$

Para trazar la que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$, bastaría, pues, unirlo con el origen; pero como éste cae fuera del diagrama, lo que se hace es disponer escalas de temperatura potencial en dos rectas fijas del mismo, y colocar la regla de modo que P quede alineado con dos divisiones iguales de ambas escalas; una primera aproximación nos la dan las dos adiabáticas impresas más cercanas al punto.

Construidas las *adiabáticas medias* de los distintos estratos, es también

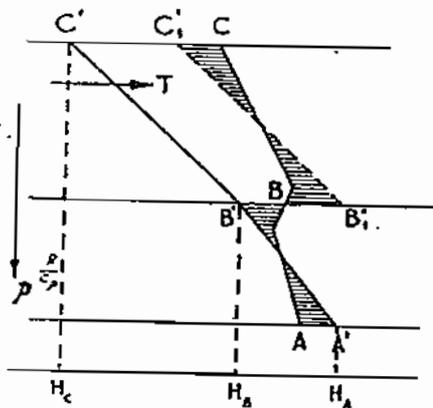


Figura 96

Determinación de la curva (p, H) en el diagrama de Stüve.

fácil situarlas unas a continuación de otras, formando la línea presión-altura; pues basta (fig. 96) trasladar la $B'C'$, paralelamente a las isobaras, hasta $B''C''$, etcétera. Claro que tal construcción no es menos fácil en el diagrama de Neuhoff; pues como en él las adiabáticas son iguales, se interpolan por medio de plantillas; y para obtener los puntos de la línea p, H , no hace falta trasladar paralelamente los arcos adiabáticos comprendidos entre cada dos isobaras; basta trasladar sus cuerdas. En cuanto al tefigrama, es evidente que en él esta construcción resulta más cómoda aún.

El gran uso que hoy se hace del papel de Stüve no tiene, pues, justifi-

ficación teórica; pues este diagrama, a cambio de supuestas facilidades para la construcción de la línea p, H , nos obliga a renunciar: 1.º, a las determinaciones que exigen conservación de áreas, incluso a la obtención de T_m y de la *adiabática media*, que sólo en los emagramas puede realizarse con exactitud; 2.º, a los cómodos artificios (pág. 324), que se fundan en la congruencia de las equisaturadas, las cuales no cumplen aquí la condición (175), y 3.º, a prolongar la escala de presiones, como hacíamos cuando era logarítmica.

Para remediar el primero de estos inconvenientes, Schnaidt y Montalto han dado caminos, bastante artificiosos, para medir en este papel las energías de inestabilidad. Nosotros proponemos sustituir en cada isobara

la diferencia de abscisas, esto es, de *temperaturas*, entre la curva de estado y la de evolución, por la diferencia de sus *temperaturas potenciales*; la superficie comprendida entre ambas curvas, después de transformada de este modo, es proporcional a la energía de inestabilidad; pues dicha superficie queda inscrita en el diagrama $(p^{\frac{R}{c_p}}, 0)$, que es equivalente al de Werenskiold, salvo factores constantes.

① 171. **Diagrama politrópico.**— Los métodos seguidos hasta ahora para medir alturas se basan en sustituir el estrato real, por uno isotermo o adiabático de igual espesor. Estas sustituciones tienen dos inconvenientes: 1.º, el trabajo y el error que supone el igualar dos áreas por tanteo, y 2.º, que la sustitución sólo es válida para el *estrato total*, mas no para cada una de sus partes; por ejemplo, para medir los estratos parciales AC y CB (fig. 97) no sirve la temperatura media A'B' del estrato total, sino las A''C' y C''B'' respectivamente, y del mismo modo, cuando construimos la curva p, H por el método de la adiabática media, los únicos puntos exactos son los que caen en las isobaras tipo.

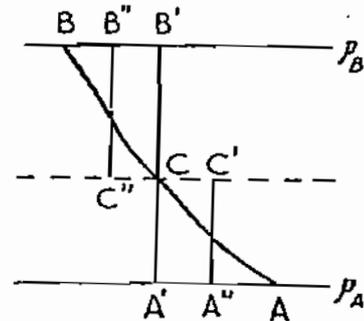


Figura 97

Libre de estos errores está el *método politrópico*, que mide directamente los estratos comprendidos entre cada dos puntos notables del sondeo, sin sustituirlos por otros. Marquemos dichos puntos en el diagrama $(\ln p, \ln T)$ y unámoslos por una quebrada $A_1 A_2 A_3 \dots$ (fig. 98); en virtud de la fórmula barométrica politrópica (pág. 86), se tendrá

$$\cot \beta = \frac{d \ln T}{d \ln p} = \frac{R \alpha}{g} = - \frac{R}{10} \frac{\Delta T}{\Delta H} \quad (184)$$

es decir que, en este diagrama, llamado de Hertz, son congruentes todas las líneas fundamentales menos las pseudoadiabáticas; pero además, las politrópicas son rectas paralelas, tales que $\cot \beta$ es proporcional a la disminución de la T con la altura. Conocida β por el dibujo, y ΔT por el sondeo, se determinará, pues, ΔH por la fórmula

$$\Delta H = - \frac{R}{10} \operatorname{tg} \beta \cdot \Delta T \quad (185)$$

Gráficamente, si un triángulo rectángulo de ángulo β tiene por cateto ΔT , el otro cateto es proporcional a ΔH . Para facilitar esta construcción se añaden a un diagrama de Hertz escalas de H y T , como muestra la figura. El diagrama resultante, al cual llamaremos *politrópico*, se maneja del modo siguiente: Por el punto inicial $A'_1(H_1, T_1)$, trazaremos una paralela a la recta de estado A_1A_2 , limitándola en la isoterma T_2 , y así se obtiene A'_2 , y por tanto H_2 ; análogamente, la paralela por A'_2 a la recta de estado

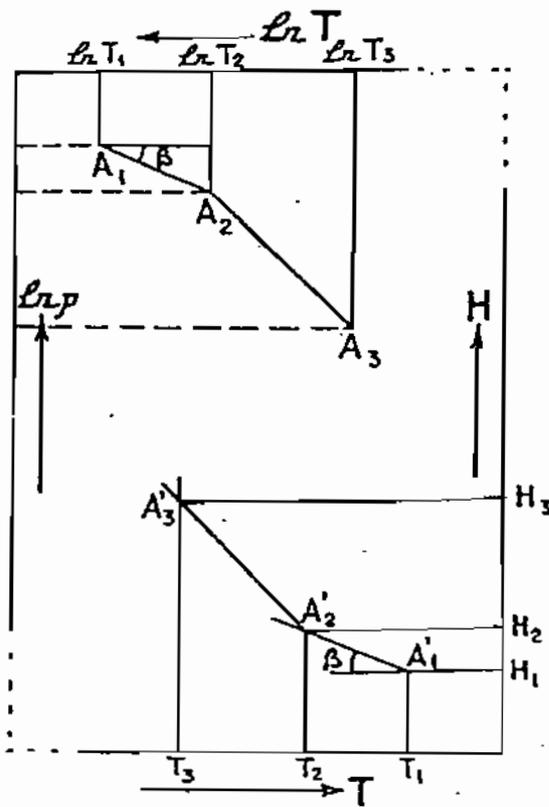


Figura 88

Esquema del ábaco politrópico.

A_2A_3 , limitada en la isoterma T_3 , nos da A'_3 y H_3 , etc. La línea H, T que así se va obteniendo nos da la altura de todos los puntos, y, no sólo la de los situados en las isobaras tipo. El método falla en las capas isotermas; pero entonces no es necesario, porque en el aire isotermo se conoce perfectamente la función $H(p)$, para cada temperatura, y es fácil dotar al diagrama politrópico de ábacos que nos den gráficamente el espesor de cualquier capa isoterma.

Este ábaco se llama politrópico, porque calcula gráficamente, por la fórmula (68), el espesor de los estratos politrópicos en que se supone des-

compuesta la atmósfera por los puntos notables del sondeo. Esta hipótesis de que entre cada dos puntos notables es constante α , es la más sencilla, y por tanto la más plausible. Se introduce al admitir que la línea de estado es precisamente la quebrada que une los puntos notables en el diagrama lnp, lnT . Harto más complejas e injustificadas son las hipótesis acerca de α que introducimos, sin darnos cuenta, al considerar como línea de estado la quebrada que une los puntos notables en otro diagrama cualquiera.

Gracias al carácter lineal de las escalas de H y T , pueden ampliarse ambas en la misma proporción, tomando, por ejemplo, los grados por décimas, y los Km din por Hm din, con lo cual se afina la exactitud de las H en los intervalos de especial interés. En cambio en los otros diagramas, como una de las graduaciones no es lineal, la escala de alturas es fija, y para que alcance a la estratosfera, hay que elegirla muy corta, con perjuicio de la precisión. (En el papel de Stüve $3 \text{ cm} = 1 \text{ Km din}$.)

Energías latentes de inestabilidad: Sería fácil representarlas por áreas, ya que el ábaco politrópico posee la graduación T y la lnp , en direcciones perpendiculares. Pero también se puede medir el valor de ΔH , entre las isobaras extremas del ciclo, primero a lo largo de la línea de evolución, y después a lo largo de la de estado, y restar gráficamente ambos valores; pues ellos equivalen a superficies cuya diferencia es el área que tenemos que medir. En los otros diagramas no cabe operar así, porque dicha área resulta como diferencia muy pequeña de dos geopotenciales muy grandes, y los errores corrientes de apreciación de las H desvirtuarían el resultado; de modo que hay que medirla directamente. Sólo en el diagrama politrópico, y aplicando las mayores escalas, se aprecian los geopotenciales con aproximación suficiente para hacer superfluas las cuadraturas.

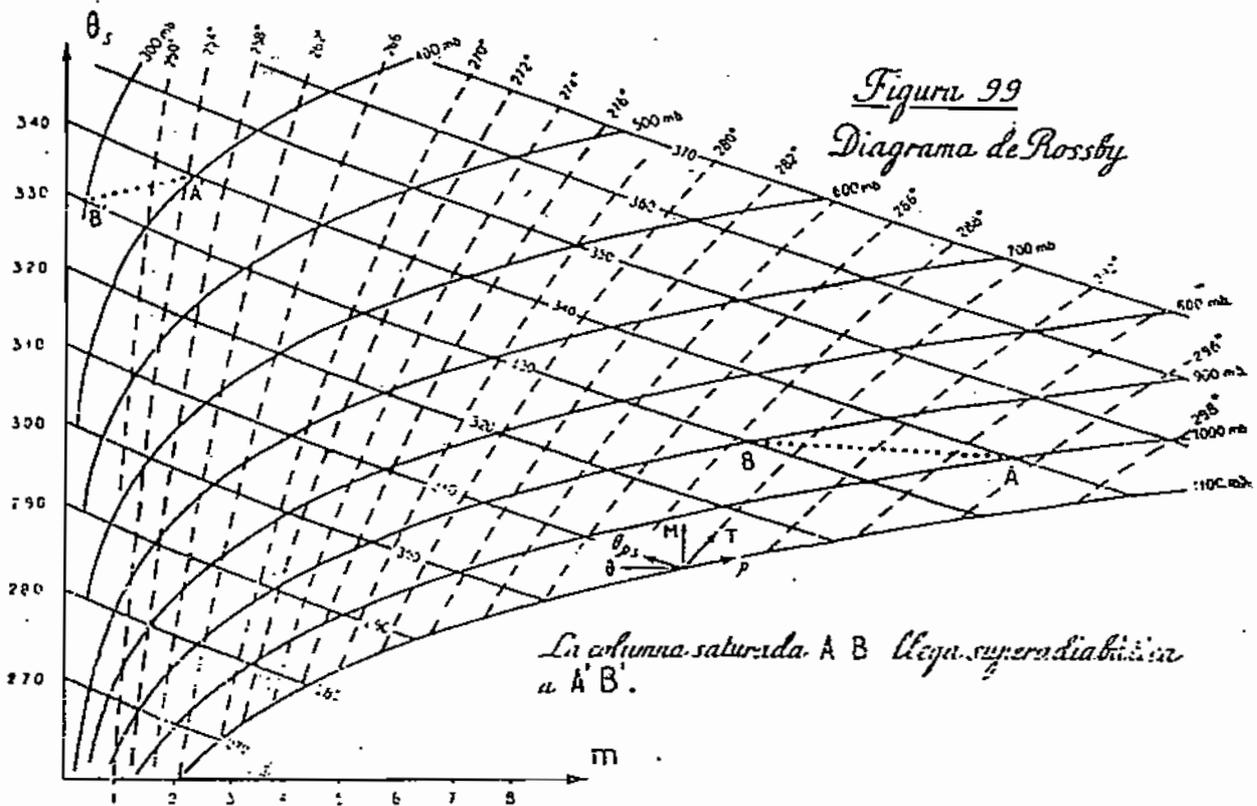
⊙ 172. * **Gráfico de Rossby.**— Tiene por coordenadas (θ_s, m) , en

que $\theta_s = T \left(\frac{1000}{p-e} \right)^{\frac{R}{c_p}}$, designa, como en la página 218, la *temperatura potencial del aire seco*.

Por consiguiente no es un diagrama termodinámico propiamente dicho, ya que, por no ser m función de estado, sus coordenadas no bastan para definir el estado del aire. Por eso hay líneas de evolución, y líneas de estado, que están representadas en este papel por un sólo punto: a saber, las evolu-

ciones adiabáticas sin condensación, y las columnas adiabáticas de humedad constante.

Dados en este diagrama dos puntos de una columna de aire, es imposible saber cuál es el que está a mayor altura; por eso se les numera siempre de abajo a arriba. En cambio, conocido el orden de superposición, se ve inmediatamente si hay estabilidad para el aire no saturado: la condición necesaria es que los puntos estén superpuestos en el papel en el mismo orden que en el aire. Como casi siempre ocurre así, y también es lo normal que m decrezca



con la altura, las líneas de estado suelen ascender hacia la izquierda; pero caben todas las excepciones.

El papel de Rossby se transforma en un diagrama termodinámico, si añadimos la condición de que esté saturado el aire; pues entonces, como $m \equiv M(p, T)$, ya son funciones de estado ambas coordenadas. Sólo en estas condiciones se pueden construir y utilizar las pseudoadiabáticas, que son aquí las únicas líneas de evolución, las isobaras y las isotermas (de equisaturadas sirven naturalmente las rectas $m \equiv M = \text{const.}$). La disposición de estas líneas en el gráfico es (fig. 99) la deducida en la página 302; nótese

cuánto más trabajo costaría determinarla por otro procedimiento cualquiera.

Recíprocamente: Todo diagrama termodinámico puede usarse como papel de Rossby; basta inscribir en él, no el estado que tiene el aire, sino el que tendrá cuando se sature a θ_s y \bar{m} constantes, es decir, cuando alcance su nivel de condensación. El punto representativo, llamado por eso punto correspondiente de Rossby, se determina sin dificultad en cualquier gráfico, pues es el de intersección de la adiabática del aire con la equisaturada que tiene su misma proporción de mezcla.

Podemos, pues, prescindir del papel de Rossby, que no es emagrama, ni tiene ninguna otra propiedad métrica que lo haga indispensable; pero no de su método de representar las masas de

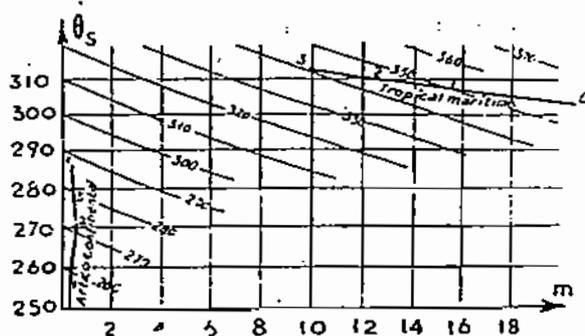


Figura 100

Representación de masas de aire en el diagrama de Rossby.

aire por los puntos correspondientes, que es una idea verdaderamente feliz. Sus principales ventajas son:

1.ª Que hace abstracción de las evoluciones a θ_s y \bar{m} constantes, que son las que menos alteran las masas de aire. Gracias a esto, la representación de las masas troposféricas por puntos característicos resulta más típica que ninguna otra, sobre todo en América, como puede verse en la figura 100, en que se destaca la radical diferencia entre las masas estables de aire ártico continental, y las lábiles de aire marítimo, muy caldeado y húmedo en su parte inferior, después de pasar sobre el Golfo de Méjico.

2.ª Que muestra con suma claridad los efectos de labilización en las columnas que ascienden con inestabilidad convectiva. Véase, por ejemplo (fig. 99), cómo la columna AB, en que $\alpha < \gamma$, se ha inestabilizado al llegar a A'B', que son puntos con igual diferencia de presiones que A y B, y situados sobre las mismas pseudoadiabáticas de evolución. Más rápido aún es el proceso cuando la base

interior del estrato empieza a recorrer su pseudoadiabática antes que la superior, porque se satura más pronto que ella. Como ejercicio, demuéstranse, por este método gráfico, los teoremas de las páginas 227 y 228.

3.ª Que acentúa la diferencia, tan importante desde el punto de vista dinámico, entre los *frentes térmicos activos* y las *inversiones horizontales o neutras*. En los primeros crece m con la altura de un modo brusco, rasgo que por lo anormal se destaca fuertemente en las líneas de Rossby; mientras que en las inversiones, dichas líneas apenas se apartan de su habitual curso. $\theta =$

IV. OTRAS APLICACIONES DE LOS DIAGRAMAS

173. Reglas de uso práctico de los diagramas de líneas congruentes.— La congruencia de las líneas fundamentales permite suprimir muchas de las que hacen confusos los diagramas corrientes. Por ejemplo,

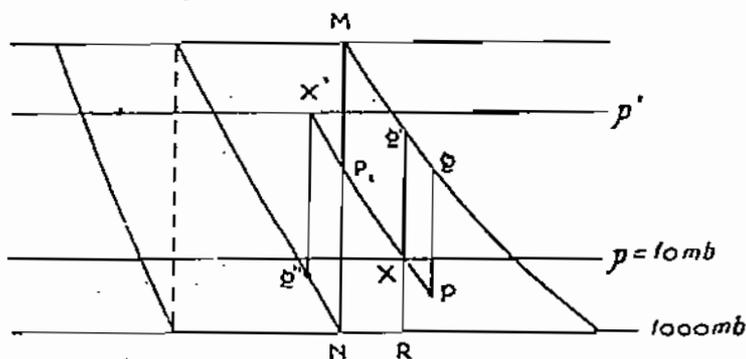


Figura 101 (*)

en un papel ($\ln p$, RT) bastaría imprimir las isobaras tipo, las isotermas cada diez grados y cinco o seis pseudoadiabáticas y equisaturadas. Sólo el haz de pseudoadiabáticas tiene que ser lo más denso posible. Los puntos notables se inscriben con la *plantilla isobárica*, para lo cual su borde, rectilíneo, está finamente graduado en temperaturas. Por medio de la *plantilla adiabática* se traza, por cada punto notable, una adiabática de suficiente longitud para alcanzar el punto de condensación, o *punto correspondiente de Rossby*. Las equisaturadas son difíciles de interpolar con plantillas, por el pequeño ángulo que forman con las isotermas; pero para todas las construcciones basta imprimir cinco a seis, de modo que cada una arranque de la misma isoterma en que se interrumpe la anterior, hasta abarcar toda la longitud del eje OX. Para determinar, por ejemplo, la m del punto P (fig. 101), por la construcción de Refsdal (página 97), se necesita la intersección X de la equisaturada que pasa por P, con la isobara $p=10 \text{ h mb}$; pues bien, X es el punto de dicha isobara

(*) En esta figura, donde dice $p=10 \text{ mb}$, léase $p=10 \text{ h mb}$.

que dista $Q'X=QP$ de la equisaturada impresa, en la dirección del eje OY. (Si la isobara fuese la p' , habría que tomar el punto X' que dista $Q'X'=MN-PQ$ del siguiente arco impreso.) Es sabido que $m(P)=M(R)$; pero si se gradúan las equisaturadas impresas, marcando para cada valor de T , el de $M(T, 1.000 \text{ mb})$, se podrá leer m , en la graduación correspondiente a Q' .

Con estos artificios, y otros semejantes, los diagramas serían instrumentos de cálculo de gran precisión, sin perjuicio de la rapidez y de la claridad.

§174. Energía de inestabilización.— Se llama así al calor E_i que hay que comunicar a una columna estable de sección unidad, para establecer en ella el gradiente adiabático, hasta la isobara p_c de formación de los cúmulos (véase pág. 175). Sin alterar el orden de superposición de los estratos, esto se logra cediendo a cada elemento de masa el calor $c_p (T_r - T) dm$, preciso para que pase isobáricamente de la temperatura T inicial, a la T_r final; luego

$$E_i = c_p \int_0^m (T_r - T) dm = \frac{c_p}{g} \int_{p_c}^{p_0} (T_r - T) dp = \frac{1}{\gamma} S$$

en que S es la superficie comprendida, en el diagrama (p, T) , entre la curva de estado y la adiabática que la corta al nivel de los cúmulos.

En la práctica, como el diagrama (p, T) no se emplea jamás, suele medirse E_i por el área comprendida entre ambas líneas en un emagrama cualquiera, en lo cual hay poco error, pues en el papel $(R \ln p, T)$ cada elemento de área $R(T_r - T) \frac{dp}{p}$ guarda con su correspondiente en el gráfico (p, v) , la relación $\frac{p}{R\gamma}$, cuyo valor medio es poco variable, ya que p_0 y p_c oscilan en intervalos relativamente reducidos. Pero aun esa pequeña inexactitud puede evitarse en los sistemas coordenados $(f(p), T)$, sean emagramas o no, por el siguiente método de Schnaidt: Dividamos la superficie en cintas isobáricas, correspondientes al mismo intervalo de presión (20 mb); en el diagrama (p, T) , como estos trapecios

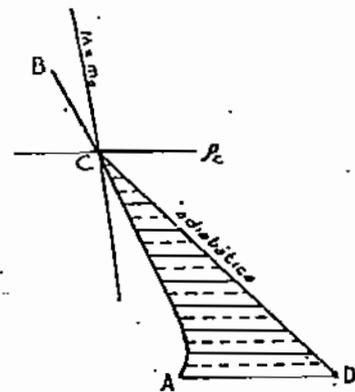


Figura 103

El área ACD, en el diagrama (p, T) mide la energía de inestabilización. Se la evalúa en un diagrama cualquiera, sumando gráficamente las paralelas de trazos y midiendo la suma en una escala adecuada.

tienen igual altura, sus áreas son proporcionales a sus paralelas medias; luego en cualquier diagrama $(f(p), T)$, sumando gráficamente en una tira de papel las paralelas homólogas de las medias, que son las que dividen el intervalo de 20 mb. en dos de 10, se obtiene un segmento proporcional a S , y por tanto a E_t , que servirá para medirlos sobre una graduación adecuada.

La fórmula (186) se generaliza al caso en que la inestabilización implique evaporaciones; por ejemplo, cuando hay que empezar por disolver una niebla de la base de la columna. Entonces el calor ΔQ consumido, por gramo de aire seco, en evaporar su agua líquida $(a-m)$ vale

$$\Delta Q = L(a - m) = c_p \Delta T_e$$

luego basta sustituir en (186) la T y la T_t , por T_e y T_{e_t} , poniendo

$$E_t = \frac{1}{\gamma} \int_{p_0}^{p_0} (T_{e_t} - T_e) dp \quad (186 a)$$

bien entendido, que para hallar la isobara p_0 de producción de los cúmulos no cortaremos la línea de estado por la equisaturada $M = m_0$, sino por la $M = a_0$.

175. Deducción de algunas importantes fórmulas energéticas.—

a) *El geopotencial ficticio.*—Sea AB la curva de evolución de un fluido cualquiera (fig. 103). Según la página 295, el área ABMN, podrá interpretarse como diferencia de potencial entre p_B y p_A , en una columna ideal que tuviese AB como línea de estado. Designaremos, pues, dicha área por $\Phi_{f_B} - \Phi_{f_A}$, en que el subíndice f

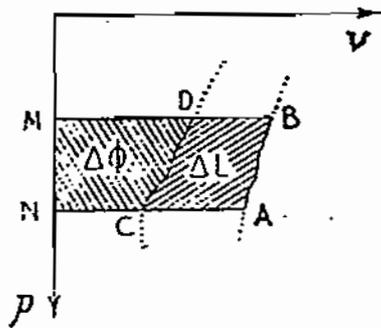


Figura 103.

servirá para recordarnos que no se trata de geopotenciales verdaderos, sino ficticios; es más que las variaciones de Φ_f no implican movimiento vertical de la masa que evoluciona, ya que sin moverse ésta, con sólo participar de los cambios de presión del medio a su nivel, puede variar considerablemente su Φ_f .

b) *Primer principio, según Schnaidt (1.ª forma).*—Estos potenciales ficticios Φ_f sirven para formular muy sencillamente el primer principio de Termodinámica, para las partículas que evolucionan en un campo

gravitatorio; pues integrando la ecuación (14), página 21, puesta en la forma $\delta Q = dW - v dp$ se obtiene

$$\Delta Q = \Delta W + \Delta \Phi, \quad (187)$$

que nos dice que *la parte del calor comunicado a una partícula que no se gasta en aumentar su entalpia, se emplea en aumentar su «geopotencial ficticio».*

c) *Teorema de Sandström.*—Supongamos ahora que la partícula evolucione *flotando libremente* en el seno de otro fluido, cuya curva de estado entre p_A y p_B sea la CD, y *no se altere durante la evolución* (*). Llamemos ΔL al área ABDC que representa la *energía latente de inestabilidad*, es decir, la energía cinética ΔC , producida en el paso libre de la partícula unidad de p_A a p_B . Tendremos

$$\Delta C = \Delta \frac{c^2}{2} = \Delta L = \Delta \text{BMN} - \Delta \text{CDMN} = \Delta \Phi_r - \Delta \Phi \quad (188)$$

La energía cinética ΔC es, pues, la que corresponde a una caída en el vacío, desde la altura de la columna ficticia AB hasta la altura de la real CD. El ascenso libre de un fluido en el seno de otro queda así asimilado a *un salto de agua* (**).

d) *Primer principio, según Schnaidt (2.ª forma).*—Suponiendo la presión estacionaria, en virtud de (188), la (187) admite la forma

$$\Delta Q = \Delta (W + \Phi + L) \quad (189)$$

Esta fórmula y la (187) son generalizaciones a fluidos cualesquiera del llamado por Schnaidt primer principio de la Termodinámica para partículas libres en la atmósfera. La fórmula (189) puede escribirse

$$\Delta Q = \Delta (W + \Phi + C) \quad (189 a)$$

que es la llamada ecuación de Bernouilli-Bjerknes, para fluidos cualesquiera. Para gases perfectos y evoluciones adiabáticas,

$$c_p T + \Phi + \frac{c^2}{2} = \text{inv} \quad (189 b)$$

(*) Si las presiones no son estacionarias en el medio, es decir, constantés en cada uno de sus puntos, no se cumple $-v' dp = d\Phi$, y las demostraciones de las páginas 190 y 295 caen en defecto.

(**) De la ecuación (188) se hizo ya uso en la página 321, para medir energías latentes, con el ábaco politrópico.

La interpretación energética del balance (189 a) es obvia: Para situar la unidad de masa fluída en un campo gravitatorio, y de presiones estacionarias, se consume, además de la energía interna, U , y de la cinética C del fluído, y de su geopotencial Φ , la $p v$ necesaria para abrirle el hueco v , venciendo la presión p . Esta presión, por ser en cada punto independiente del tiempo, lo mismo que Φ , representa un potencial por unidad de volumen.

176. Teorema de Bjerknes.—Calculemos la circulación de la aceleración, o sea del vector $-\nu \nabla p - \nabla \Phi$, a lo largo de una línea espacial cerrada. Como la circulación de $\nabla \Phi$ es nula, resta calcular la de $-\nu \nabla p$, que valdrá

$$-\oint \nu (\nabla p \cdot ds) = \oint -\nu dp$$

en que el paréntesis significa el producto escalar de ∇p por el elemento ds de curva.

En toda línea cerrada la circulación de la aceleración es, pues, igual al área limitada por la curva de estado que la representa en cualquier emagrama. Pero en el (p, v) , medir ese área es contar los solenoides unidad del campo p, v , abarcados por la curva, pues el área de cada solenoide vale 1; por tanto:

En toda curva, la circulación de la aceleración o—lo que es lo mismo según el teorema de Kelvin—la aceleración de la circulación, es igual al número de solenoides unidad del campo p, v abarcados por ella (*).

177. Energía total de inestabilidad de una columna.—Es la que queda libre en virtud de una profunda subversión, que lleve a la estabilidad una columna inicialmente inestable. La llamaremos E . Calcularla es de sumo interés, pero muy difícil; de ningún modo hay que creer que basta medir el área comprendida entre la curva inicial de estado y una línea de evolución; pues aquí ni es la unidad de masa la que evoluciona, ni las presiones permanecen estacionarias durante la subversión, la cual, por el contrario, las altera profundamente. Aquí hay que integrar, pues, la energía liberada por cada elemento de masa, calculando

$$E = \int \Delta L dm$$

en que a cada dm le corresponde un ΔL distinto. En eso consiste la dificultad: en que tanto el orden en que ocurren las subversiones parciales, como los estados intermedios por los que pasa la colum-

(*) Claro que mejor que contar los solenoides es medir el área, y por eso una de las aplicaciones más importantes de los emagramas es la fácil medida de la aceleración de la circulación.

na; son desconocidos, salvo contados ejemplos. He aquí tres, calculados por Normand:

1.º Una columna unidad se compone de dos trozos adiabáticos de igual masa $\frac{m}{2}$, y de temperaturas potenciales θ en el superior, y $\theta + \Delta\theta$ en el inferior. En la figura 104, *a* representa, en el emagrama de Werenskiöld el estado inicial, y *c* el final de la columna. Por encima de la isobara p las capas no se mueven, pero por debajo la subversión se supone completa: A_1 va a parar a A_2 y D_1 a D_2 . Supongamos además que es una masa dm del extremo superior D_1 la que primero permuta su puesto con otra idéntica del

extremo inferior A_1 ; después la que estaba inmediatamente debajo de la primera, permuta con otra igual inmediatamente encima de la segunda, etc., dejando siempre inalterada la línea de estado de las masas intermedias. Sean $S = (y_1 + y_2)\Delta\theta$ el área A_1GD_1F , S_1 el área $B_1GD_1C_1$ y S_2 la $A_1B_1C_1F$. En el estado intermedio *b*, la energía ΔL liberada por la masa elemental dm , al subir de Q a M es

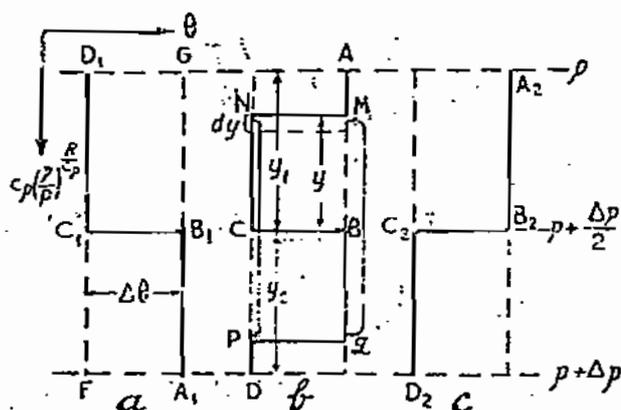


Figura 104

Primer ejemplo de Normand de subversión de una columna.

extremo inferior A_1 ; después la que estaba inmediatamente debajo de la primera, permuta con otra igual inmediatamente encima de la segunda, etc., dejando siempre inalterada la línea de estado de las masas intermedias. Sean $S = (y_1 + y_2)\Delta\theta$ el área A_1GD_1F , S_1 el área $B_1GD_1C_1$ y S_2 la $A_1B_1C_1F$. En el estado intermedio *b*, la energía ΔL liberada por la masa elemental dm , al subir de Q a M es

$$\text{Area (BMNC)} dm = S_1 \frac{y}{y_1} dm$$

y expresando dm en función de dy

$$dm = \frac{m}{\Delta p} dp = \frac{m}{\Delta p} \frac{dp}{dy} dy$$

luego la energía $(E_s)_a$, liberada por todas las masas ascendentes, vale

$$(E_s)_a = \frac{m S_1}{\Delta p} \int_0^{y_1} \frac{y}{y_1} \frac{dp}{dy} dy$$

Esta integral podríamos determinarla exactamente ya que $y = c_p \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{\kappa}{c_p}}$, pero nos conformamos con tomar

$$(E_s)_a = \frac{m S_1}{\Delta p} \left(\frac{dp}{dy} \right)_m \int_0^{y_1} \frac{y}{y_1} dy = \frac{1}{2} \frac{m S_1}{\Delta p} \left(\frac{dp}{dy} \right)_m y_1$$

y suponer que

$$\left(\frac{dp}{dy} \right)_m \cdot y_1 \simeq \frac{\Delta p}{2}$$

de donde

$$(E_s)_a = m \frac{S_1}{4}; \text{ y para las descendentes, del mismo modo, } (E_s)_d = m \frac{S_2}{4}, \text{ luego } E_s = m \frac{S}{4}.$$

El promedio de energía por unidad de masa es, pues, muy aproximadamente, $\frac{S}{4}$. Convertida toda en cinética, daría una velocidad media $\bar{c} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Este cálculo es muy aproximado: para $\Delta\theta = 3^\circ$ y $Z = 2000$ m, da $\bar{c} = 14,7$ m/s, y el valor exacto es 14,85 m/s.

2.º La columna superadiabática A_1B_1 (fig. 105) se subvierte adiabáticamente, en el mismo orden que antes, hasta ocupar la posición B_2A_2 . Entonces, en el estado intermedio b , para una masa que ascendiera de P a M, sería $\Delta L = S_1 \left(\frac{y}{y_1} \right)^2$, luego

$$(E_s)_a = \frac{m S_1}{\Delta p} \left(\frac{dp}{dy} \right)_m \int_0^{y_1} \left(\frac{y}{y_1} \right)^2 dy \simeq \frac{m S_1}{\Delta p} \cdot \frac{\Delta p}{2} \cdot \frac{1}{3} = m \frac{S_1}{6}$$

y por lo mismo $(E_s)_d = m \frac{S_2}{6}$, $E_s = m \frac{S}{6}$, $\bar{c} = \sqrt{\frac{S}{3}}$.

Este cálculo es menos aproximado: Para $\Delta\theta = 1,2^\circ/100$ m, y $Z = 1000$ m, resulta $c \approx 4,5$ m/s, siendo exactamente $c = 5,0$.

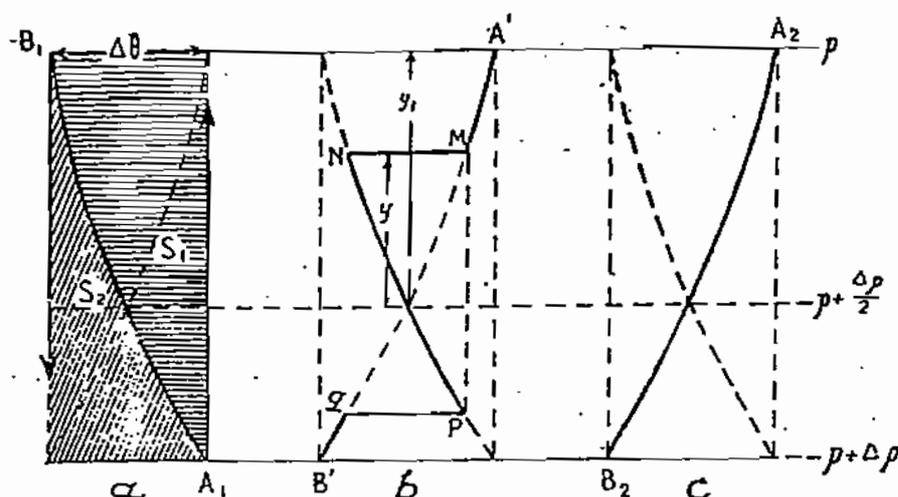


Figura 105

Segundo ejemplo de Normand. Subversión de una columna superadiabática.

3.º La columna es la misma $A_1B_1C_1D_1$ del primer ejemplo, pero el trozo A_1B_1 se satura todo él, al colocarse sobre el CD (figura 106); para que esto ocurra basta que la pseudoadiabática final prolongada $B_2A'_1$ contenga a cada presión la temperatura T' del termómetro húmedo del aire A_1B_1 . La unidad de masa ascendente recibe en promedio según los dos ejemplos anteriores, la energía $\frac{S_1}{2} + \frac{S_3}{6}$. El término $\frac{S_3}{6}$ es debido al calor de condensación, y produce a veces un aumento de la energía cinética hasta un 82 % mayor que el correspondiente al aire seco.

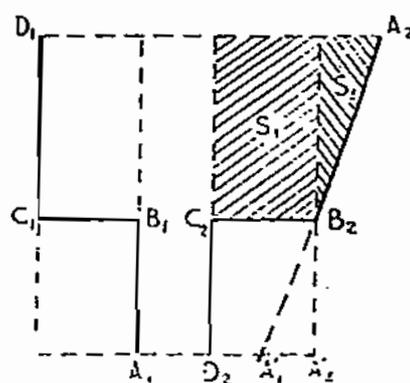


Figura 106

Tercer ejemplo. Subversión con condensaciones.

178. Unicidad. Cálculo de Margules.—Para convencernos de que los resultados anteriores dependen sólo de las líneas de estado inicial y final, y no del orden en que la subversión se desarrolla, basta aplicar el principio de conservación de la energía a una columna unidad completa (es decir, que se extienda desde $p = p_0$ hasta $p = 0$), y aislada por un tubo lateral rígido. La suma de la

energía interna $I = \int U dm$, la potencial $P = \int gz dm$ y la cinética C , tiene que ser constante en estas subversiones adiabáticas, luego

$$E_s = \Delta C = -\Delta(P + I) \quad (190)$$

y como P y U son sólo función de la curva de estado, E_s no depende más que de las curvas de estado inicial y final.

Utilicemos ahora (190) para calcular E_s : Ante todo

$$P = \int_0^m z g dm = \int_0^{p_0} z dp = pz \Big|_z^0 + \int_0^z p dz$$

siendo Z la altura de la columna; mas $pz=0$ en sus dos extremos; además llamando dm a la masa del elemento de columna de longitud y volumen dz , es $dz = v dm$, luego

$$P = \int_0^m p v dm \quad \text{y} \quad I + P = \int_0^m (U + p v) dm = W$$

y para gases perfectos

$$E_s = -\Delta W = c_p \int_0^m (T_1 - T_2) dm = \frac{1}{\gamma} \int_0^{p_0} (T_1 - T_2) dp$$

y si hay condensaciones o evaporaciones

$$E_s = \frac{1}{\gamma} \int_0^{p_0} (T_{e_1} - T_{e_2}) dp$$

La energía E_s resulta proporcional al área comprendida entre las dos curvas de estado en el diagrama (p, T) , pero de esta propiedad no se hace uso para medir E_s , pues como ambas curvas están entrecruzadas (figs. 104 a 106) el área que limitan tiene una parte positiva y otra negativa, casi del mismo tamaño, lo cual hace insuficiente la precisión de las mediciones planimétricas en este diagrama. Por eso en los pocos casos en que el método de Normand es aplicable, se prefiere medir en un emagrama las áreas propuestas por este autor, que son mucho mayores, aunque el sistema es teóricamente inexacto.

Cabría, por último, integrar numéricamente $\int \Delta T dm$. Es lo que hizo Margules en el único caso en que resulta posible. Partió de

la integral $\int T dm$, que es inmediata para las columnas politrópicas, pues

$$\int_0^m T dm = \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_0} T dp = \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_0} T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R\alpha}{g}} dp = \left[\frac{T p}{R\alpha + g} \right]_{p_h}^{p_0} (*)$$

(ya que basta multiplicar el integrando T por la variable, y dividir por el exponente que resulta).

Si $\alpha = \gamma$ (ejemplo primero del número anterior), tanto la columna inicial como la final están compuestas de dos trozos politrópicos y resulta

$$E_s = \frac{c_p}{R\gamma + g} [(T_0 p_0 - T_h p_h)_1 - (T_0 p_0 - T_h p_h)_2]$$

Lo malo es que las columnas inestables politrópicas, dejan de ser politrópicas al subvertirse, y entonces para calcular la entalpía final, hay que recurrir a métodos de aproximación, como los practicados por Littwin.

V. MEDIDA DE GEOPOTENCIALES POR PROCEDIMIENTOS MECANICOS

179. «Integrador de alturas» de Lugeon.—Para medir alturas no son prácticos los planímetros corrientes; pero Lugeon ha inventado uno especial que merecería generalizarse, ya que, además de dar los geopotenciales con gran precisión, inscribe con mucha exactitud y comodidad los puntos de sondeo, en el sistema $(R \ln p, T)$.

Un disco de radio ρ (fig. 107) está sujeto a rodar a lo largo de la recta $y = -\rho$, con su centro C en el eje OX . Arrastra consigo la varilla diametral PQ , que sólo puede deslizarse en su propia dirección, siempre perpendicular a OX , y a cuyo extremo P hay un punzón que es el que se pasa sobre la curva $y = f(x)$, al hacer la medida.

Sobre el disco descansa perpendicularmente una *rueda contadora* B , cuyo eje BE está instalado de tal modo que en todo momento corta al del disco. Un resorte empuja esta rueda hacia C , y la sujeta adosada a una segunda varilla PM , solidaria de la PQ , con la cual forma un ángulo fijo α . La distancia r de C al plano de la rueda vale, pues, $r = y \cdot \text{sen } \alpha$, siendo y la ordenada del punzón P .

(*) Limitamos aquí la integral a la zona de subversión (p_0 a p_h), ya que sobre ella es $\Delta W = 0$.

En estas condiciones, al recorrer P un elemento de la curva $y=f(x)$, el disco avanza dx y gira el ángulo $\frac{dx}{\rho}$, y el borde de la rueda describe un arco $r \frac{dx}{\rho} = \frac{\text{sen } \alpha}{\rho} \cdot y dx$, proporcional al elemento $y dx$ de área. Luego una graduación conveniente, trazada sobre

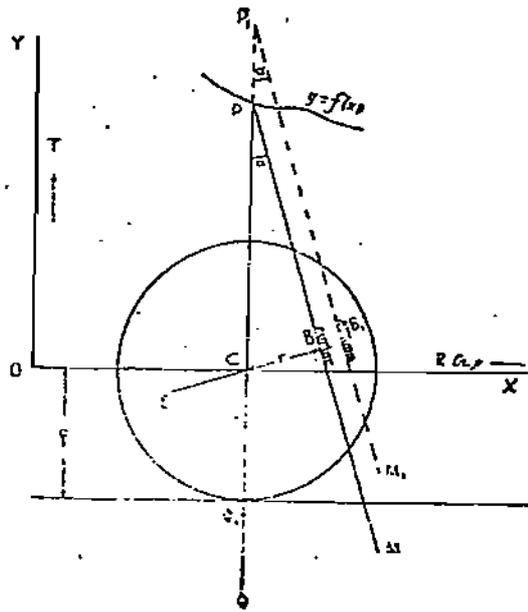


Figura 107

Esquema del integrador de alturas de Lugeon.
 P, B, M, posición que toman la barra P M y la rueda B.
 cuando P Q se desliza hasta P₁ Q₁.

dicho borde, nos dará el área $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$, comprendida entre el arco de curva recorrido por el punzón, sus coordenadas extremas y el eje OX.

Lugeon emplea el sistema coordenado $(Rln\rho, T)$, en el cual ese área vale $\Phi_2 - \Phi_1$, y por eso gradúa el borde de la rueda en m din. Además, en este sistema el punzón P del integrador sirve también para marcar los puntos notables del sondeo, pues la barra PQ está graduada linealmente en temperaturas, y el eje OX, o bien el borde del disco, llevan una escala logarítmica de mb.

Por último, como la constante de la escala de la rueda depende de α , es fácil leer con ella las alturas en metros verdaderos; basta variar convenientemente dicho ángulo, según los valores que toma g a cada altura, con un tornillo micrométrico que modifique la distancia QM.

INDICE SISTEMATICO

CAPITULO I

BREVE REPASO DE LAS NOCIONES INDISPENSABLES DE TERMODINAMICA

	<u>Págs.</u>
I.—Primer principio de la Termodinámica	5
1. El calor no es una substancia. 2. El calor es una forma de la energía: Primer principio de la Termodinámica. 3. Aplicación a transformaciones cíclicas. 4. Aplicación a transformaciones cualesquiera. Energía interna. 5. La energía interna función de estado. 6. Trabajo de dilatación. 7. Diagramas termodinámicos. Diagrama de Clapeyron. 8. Dilataciones reversibles.	
II.—Segundo principio de la Termodinámica	11
9. Necesidad de un criterio de evolución. 10. Segundo principio. Imposibilidad del móvil perpetuo de segunda especie. 11. Máquinas y bomba térmica de Carnot. 12. Rendimiento de la máquina de Carnot. 13. Escala termodinámica de temperatura. 14. Teorema de la entropía para evoluciones reversibles. Diagrama T. S. 15. Variación de S en transformaciones irreversibles. El segundo principio como criterio de evolución. 16. El segundo principio como medio de deducir ecuaciones termodinámicas.	
III.—Entalpía	21
17. Definición y variaciones de la entalpía.	
IV.—Gases perfectos	22
18. Estado de Avogadro. 19. Ley de Avogadro; significación de R. 20. Mezclas gaseosas. Ley de Dalton. 21. calor específico c_v y energía interna de los gases de Avogadro. Gases perfectos. 22. Evoluciones de los gases de Avogadro y perfectos.	
V.—El aire como gas perfecto	30
23. Ecuación de estado del aire seco.	

CAPITULO II

EVOLUCIONES DEL AIRE SECO

I.—La estabilidad de estratificación en el aire seco	32
24. Enfriamiento del aire por elevación. 25. Elevación adiabática. 26. Estabilidad de la estratificación del aire. 27. Curvas de estado del aire.	
II.—Consecuencias fundamentales del fenómeno de la estabilidad	38
28. Improbabilidad de los gradientes superadiabáticos. 29. Preponderancia	

	Página,
de los movimientos horizontales en la atmósfera. 30. Impenetrabilidad de las inversiones. 31. Comportamiento de las masas frías y de las masas calientes. 32. Influjo del gradiente en la oscilación térmica diurna. 33. Enfriamiento adiabático en flúidos cualesquiera.	
III.—Enfriamiento del aire en elevaciones finitas	44
34. Caso del gradiente α constante. Nivel de equilibrio. 35. Caso de gradiente α variable; accesibilidad del nivel de equilibrio.	
IV.—Movimiento vertical de burbujas de aire	49
36. Aceleración de cuerpos sumergidos. 37. Medida de la estabilidad. 38. Movimiento vertical, sin rozamiento, cerca del nivel de equilibrio. 39. Oscilaciones verticales en atmósfera estable. 40. Caso de inestabilidad. Convección mecánica. 41. Movimiento vertical lejos del nivel de equilibrio. 42. Movimiento de burbujas caldeadas. 43. Fórmulas exactas de los movimientos verticales.	
V.—La temperatura potencial	62
44. Temperatura potencial: su relación con la entropía. 45. Criterio de estabilidad a base θ y S . 46. La temperatura potencial del aire. 47. Importancia de la entropía en la atmósfera. 48. Fundamentos del análisis isentrópico. 49. Flujo de calor producido por la agitación vertical no isentrópica.	
VI.—Variación de α en los movimientos isentrópicos de las columnas de aire	70
50. Gradiente vertical de la entropía específica. 51. Deformación y compresión de estratos elementales. 52. Inversión de subsidencia. 53. Las curvas de estado en los anticiclones y borrascas. 54. Variación del gradiente α en movimientos adiabáticos cualesquiera. 55. Variación de α en columnas finitas.	
VII.—Transformaciones politrópicas	83
56. Transformaciones elementales no adiabáticas. 57. Evoluciones finitas no adiabáticas. Politropos. 58. Aplicaciones de los politropos. Fórmulas barométricas. 59. Evoluciones termotrópicas.	

CAPITULO III

EL AIRE HUMEDO, NO SATURADO

I.—El vapor de agua de la atmósfera como gas perfecto	89
60. Vapores. Tensión máxima. 61. Ecuación de estado del vapor de agua.	
II.—Indices de la humedad del aire	92
62. Aire húmedo. Indices de humedad. 63. Teorema de las expansiones relativas. 64. Las líneas equisaturadas. 65. Determinación gráfica de la proporción de mezcla m .	
III.—La estabilidad de estratificación en el aire húmedo	98
66. Constantes del aire húmedo. Enfriamiento adiabático sin saturación. 67. Condición de estabilidad cuando q varía con la altura de un modo continuo. 68. Variaciones discontinuos de la humedad. Inversión mínima.	

	<u>Págs.</u>
IV.—La temperatura virtual	102
69. Definición y fórmulas. 70. Aplicaciones de la temperatura virtual. 71. Cálculo de T.	

CAPITULO IV

GENERALIDADES SOBRE LA CONDENSACION EN LA ATMOSFERA

I.—La tensión saturante del vapor como función de la temperatura	105
72. Fórmula diferencial de Clapeyron. 73. Integraciones aproximadas.	
II.—El calor latente de transformación, como función de T	108
74. Caso de la evaporación. 75. Caso de sublimación. 76. Caso de la congelación.	
III.—El calor de condensación como fuente de energía atmosférica. La temperatura equivalente	112
77. Objeto de la temperatura equivalente. 78. Definición y fórmulas de la temperatura equivalente. 79. Comparación de las distintas definiciones. 80. La temperatura equivalente como invariante característico de las masas de aire. 81. La temperatura t' , o temperatura del termómetro húmedo. 82. La temperatura t' como función de t_e . 83. Aplicaciones de la temperatura t' del termómetro húmedo.	
IV.—Principales modos de condensación del vapor de agua en la atmósfera.	122
84. Forma de la curva E(T) del vapor de agua. 85. Distribución vertical del vapor de agua en la atmósfera. 86. Posibles causas de la condensación en la atmósfera.	

CAPITULO V

CONDENSACION POR ENFRIAMIENTO DIRECTO; POR MEZCLA Y POR EVAPORACION

I.—Condensaciones por enfriamiento de superficies. El rocío	129
87. Punto de rocío. 88. Condensaciones superficiales y condensaciones de masa. Humedad equivalente de una superficie. 89. Formación y particularidades del rocío. 90. Aplicaciones del punto de rocío.	
II.—Condensaciones por enfriamiento de masa. Nieblas de enfriamiento	137
91. Núcleos de condensación. Nieblas y brumas. 92. Intervalo de bruma. 93. Nieblas de irradiación. 94. Nieblas de advección.	
III.—Condensación por mezcla	147
95. Humedad relativa de una mezcla. 96. Estudio gráfico de los problemas de mezclas. 97. Nieblas de mezcla. 98. Método de Schnaidt para el estudio de las mezclas.	
IV.—Condensaciones por evaporación	158

	<u>Págs.</u>
99. Nieblas de río y de casquete polar. 100. Nieblas y estratos producidos por evaporación de lluvias.	
V.—Otras particularidades de las nieblas	162
101. Nieblas de otros orígenes. 102. Predicción de las nieblas.	

CAPITULO VI

CONDENSACIONES POR EXPANSION ADIABATICA DEL AIRE

I.—Saturación del aire por ascenso adiabático	168
103. Variación de la humedad relativa en el aire ascendente. 104. Nivel de condensación. 105. Pronóstico de la altura de los cúmulos. 106. Distribución vertical de la humedad relativa. Nubes de turbulencia.	
II.—Condensación del vapor en el aire ascendente	177
- 107. Condición de condensación por enfriamiento adiabático. 108. <u>Gradiente adiabático del aire saturado.</u>	
III.—El calor de condensación como fuente de inestabilidad en la atmósfera.	186
109. Superior dinamismo del aire saturado. Hidrolabilidad. 110. Influjo del calor de condensación en la distribución vertical de la temperatura. 111. <u>Inestabilidad condicional del aire húmedo.</u> Efecto de disparo. 112. Trabajo de elevación de una burbuja aérea, en un medio de distinta densidad. 113. Distinción entre la inestabilidad latente efectiva y la falsa. 114. Inestabilidades latentes desencadenadas por calentamiento. 115. Inestabilización de columnas de aire por ascensos de conjunto: <u>Inestabilidad convectiva.</u> 116. Nubes producidas por elevación de columnas de aire en conjunto. 117. Inestabilidad selectiva. 118. Energía de inestabilidad disponible en todo el estrato. 119. Mecanismo de la selección y del crecimiento de los impulsos. 120. Aplicación al estudio de las nubes de corriente ascendente.	
IV.—Las zonas ideales de condensación en el aire ascendente	209
121. El esquema de von Bezold. 122. Zona de la lluvia. 123. Temperatura virtual efectiva. 124. Zonas del granizo y de la nieve. 125. Evolución pseudoadiabática del aire saturado. 126. Líneas adiabáticas, o pseudoadiabáticas?	
V.—La temperatura potencial equivalente	215
127. Comparación de las distintas definiciones. 128. La pseudoadiabática en relación con la temperatura T' . Aplicaciones. 129. La temperatura potencial θ' del termómetro húmedo. 130. La pseudotemperatura. Clasificación de los invariantes definidos. 131. Aplicaciones a la identificación de masas de aire. 132. Aplicaciones teóricas de los índices θ_e y θ' .	

CAPITULO VII

LAS PRECIPITACIONES ATMOSFERICAS

I.—La condensación sobre núcleos	229
133. Inexactitud del esquema de Bezold. 134. Influjo de la presión en la tensión saturante. 135. Necesidad de los núcleos de condensación.	

	<u>Págs.</u>
136. Las distintas acciones de los núcleos. 137. Los radios de equilibrio de las gotas. 138. El proceso de la condensación sobre núcleos solubles. 139. Insuficiencia de la teoría del crecimiento continuo de las gotas. 140. Fenómenos de adsorción en las gotas. Nieblas de urbe. 141. Naturaleza de los núcleos de condensación.	
II.—Generalidades sobre los procesos de congelación en la atmósfera	246
142. Las dos curvas de equilibrio por bajo de 0° C. 143. Efectos de la nieve en las nieblas. 144. Descenso de la temperatura de fusión.	
III.—Formación de nubes de hielo y de agua subfundida	253
145. Los núcleos de sublimación. 146. El proceso de sublimación sobre los núcleos especiales insolubles. 147. Curvas verdaderas de evolución del aire saturado. 148. Teoría de la congelación secundaria. 149. ¿Sublimación directa o congelación secundaria? 150. Las sales solubles como núcleos de sublimación.	
IV.—Morfología de las formaciones de hielo atmosféricas	271
151. Cristales macizos y estrellas. 152. Escarcha, cenecñodas y lluvia helada. 153. Engelmiento de las aeronaves. 254. Engelmiento de las partículas sólidas de las nubes.	
V.—Producción de las precipitaciones atmosféricas	283
155. Gotas de nube y gotas de lluvia. 156. Teoría de la destilación. 157. Teoría de la coagulación. 158. Trascendencia meteorológica de los similares coloidales. Posibilidad de influir en el tiempo.	

CAPITULO VIII

LOS DIAGRAMAS TERMODINAMICOS METEOROLOGICOS

I.—Los emagramas en general	295
159. Definición y aplicaciones fundamentales. 160. Investigación de los emagramas meteorológicos. 161. Caso general de investigación de emagramas. 162. Situación relativa de las líneas fundamentales en todo diagrama. 163. Normas para la elección de diagrama.	
II.—Estudio comparado de los emagramas meteorológicos	303
164. Diagrama de Neuhoff. 165. Advertencia sobre el cálculo de los sondeos. 166. Tefigrama. 167. Aerograma de Refsdal. 168. Diagrama de Werenskiold. 169. Resumen de la comparación de los emagramas.	
III.—Diagramas que no conservan las áreas	318
170 Diagrama de Stüve. 171. Diagrama politrópico. 172. Gráfico de Rossby.	
IV.—Otras aplicaciones de los diagramas	324
173. Reglas de uso práctico de los diagramas de líneas congruentes. 174. Energía de inestabilización. 175. Deducción de algunas importantes fórmulas energéticas. 176. Teorema de Bjerknes. 177. Energía total de inestabilidad de una columna. 178. Unicidad. Cálculo de Margules.	
V.—Medida de geopotenciales por procedimientos mecánicos	333
179. Integrador de alturas de Lugeon.	

INDICE ALFABETICO

(Los números designan páginas)

A

- Acciones eléctricas y de volumen en los núcleos, 232.
- Acciones entre las gotas, 290.
- Adiabática de la bruma, 240.
 - de los gases, 29.
 - media, 309, 315, 318.
 - reversible, 20.
 - saturada, 210 y 215.
 - seca, 29.
- Adsorción, 242.
- Aerograma, 297, 301, 311.
- Aerosol, 292.
- Agitación vertical, efecto en α , 68, 187 y 227.
 - en la distribución de m , 126.
 - en las nieblas, 155.
 - en la temperatura mínima, 69.
- Aguaceros (fórmula), 190.
- Agujas, 273.
- Aire ártico, 280.
 - gas perfecto, 30.
 - húmedo, ecuación de estado, 92
 - enfriamiento, 98.
 - estabilidad, 100.
 - ecuación de estado, 30.
- Aitken, 232, 239, 246.
- Aliento crujiente, 268.
- Alisio, 195.
- Análisis de curvas de estado, 226.
 - isentrópico, 66, 79.
- Anticiclones, 73.
- Arco Iris blanco, 267.
- Avogadro (escala), 23.
 - estado, 22 a 25.
 - ley, 25.

B

- Bandas de descenso, 256, 284.
- Barométricas (fórmulas), 37, 305.
- Bergeron, 285, 288.
- Bernouilli, 277, 327.
- Bezold, 209, 229, 259.
- Bjerknes, 290, 327, 328.
- Bochorno, 122.
- Bomba de Aitken, 232, 239, 255.
- Bomba térmica, 14.

- Borrascas, 187.
- Brisas, 187.
- Bruma, 137, 239, 246.
 - intervalo, 138, 249.

C

- Calor, 5.
 - específico, 26, 83.
 - teoría molecular, 99.
 - del vapor saturante, 178.
 - latente de condensación, 104, 108.
 - de congelación, 111, 209.
 - de sublimación, 109.
 - efecto en las mezclas, 154.
 - efecto en α , 187.
 - eliminación del, 275, 277.
 - transformación en energía cinética, 186, 331.
- Catalización de lluvias, 293.
- Ceneñada, 274, 277.
- Ciclones tropicales, 187.
- Ciclos, 6.
- Circulación (teorema), 328.
- Cirros, 257.
- Clapeyron, diagrama, 9, 90, 295.
 - fórmula, 105.
- Coagulación, 287, 289, 291.
- Coloides, 265.
- Columnas de hielo, 271.
- Condensación adiabática indefinida, 181.
 - causas generales, 127.
 - en gotas, 231.
 - por ascenso adiabático, 177.
 - por enfriamiento, 127.
 - por evaporación, 159.
 - por mezcla, 153.
- Congelación de gotas, 262, 266.
 - de nubes, 257, 287.
 - nuclear, 265.
 - primaria, 253.
 - por contacto, 267.
 - secundaria, 259, 270, 273, 280.
- Conservación de las áreas, 18.
- Constante del aire, 31.
 - del aire húmedo, 98.
 - del núcleo, 235.
 - de los gases, 25.



Constante del vapor, 90.
 Convección mecánica, 55.
 — menuda y en grande, 57.
 — térmica, 59.
 Convergencia prefrontal, 163.
 Copos, 287.
 Coronas, 291.
 Cristales macizos, 271.
 — nacientes, 270.
 Cúmulos, 54, 174, 194, 208.
 Cu-Nb, 209, 280, 286.
 Curvas de estado en los anticiclones
 y borrascas, 74.
 — — — y de evolución, 37.

D

Dalton, 26, 93.
 Dendritas, 72.
 Desequilibrio difusivo, 126.
 Destilación sobre la nieve, 249.
 — en las nubes líquidas, 289, 292.
 — en las nubes mixtas, 257, 286.
 Diagrama, 9.
 — de Clayperon, 9, 90, 295.
 — de Hertz, 319.
 — de Neuhoff, 297, 303.
 — de Petterssen, 166.
 — de Refsdal, 297, 311.
 — de Rossby, 322.
 — de Stüve, 297, 313.
 — de Taylor, 165.
 — de Werenskiold, 297, 314.
 — (D, F), 15.
 — (c, T), 128, 151.
 — (p, T), 325, 332.
 — politrópico, 319.
 — (q, T), 153.
 — (Rlnp, T), 191.
 — (T, S), 17, 179.
 Difusión de la luz, 245.
 Dilataciones reversibles, 9.
 Dinamismo del aire saturado, 186.
 Dipolos eléctricos e hidrodinámicos,
 290.
 Drenaje catabático, 141, 164.
 Duperier (nota bibliográfica).

E

Ecuación del estado del aire, 30 y 98.
 — — del vapor, 90.
 Efecto de disparo, 189, 192.
 Elevaciones finitas, 45.
 Emagramas. Comparación, 317.
 — Definición, 295.
 — Investigación, 296, 299.
 Energía de inestabilidad de una columna, 328.
 — de inestabilización, 325.
 — interna, 7, 27.

Energía potencial de una columna, 332.
 — total de una columna politrópica,
 333.
 Enfriamiento adiabático del aire, 33.
 — — de flúidos cualesquiera, 43.
 — — del vapor de agua, 99.
 Englamiento de aeronaves, 276.
 — de objetos, 273.
 — de partículas de nube, 280.
 Entalpia, 21, 30, 108, 120, 332.
 Entropía, 17, 65.
 Envejecimiento de cristales, 254, 270.
 — de masas aéreas, 279.
 Equilibrio difusivo, 125.
 — imposible, 36, 85.
 Equivalente de la caloría, 6.
 Ertel, 68, 77.
 Escala termodinámica, 17, 24.
 Escarcha, 134, 273, 276.
 Esferocristales, 273, 280.
 Espejismo, 85.
 Estabilidad, criterio a base de S, 63.
 — del aire seco, 34 a 36.
 — del aire húmedo, 98.
 — índice, 50.
 — medida gráfica, 316.
 Estado crítico coloidal, 292.
 Estratificación inestable, 36.
 Estratos de mezcla, 155, 176.
 Estratosfera, 75.
 Estrellas de nieve, 271.
 Evolución del aire seco, 32.
 — real del aire, 259.
 — de los gases, 28.
 Evoluciones no adiabáticas elementa-
 les, 83.
 — — — politrópicas, 85.
 — — — termotrópicas, 88.
 Exner, 55.

F

Ficker, 196.
 Findeisen, 254, 258, 261, 269, 284,
 289, 291.
 Flotación de las nubes, 285.
 Föhn, 214, 224.
 Frente cálido, 161, 163, 197, 281.
 — frío, 163, 197.
 Frentes térmicos activos, 324.

G

Garita meteorológica, 131.
 Gases perfectos, 27.
 Gay Lussac, 22.
 Geopotencial, determinación gráfica,
 295, 305, 308, 311, 319.
 — determinación mecánica, 333.
 — ficticio, 326.

- Germen de congelación, 252, 264, 269, 279.
 Gotas, caída, 283.
 — crecimiento, 237, 241, 285.
 — de lluvia y de nube, 284.
 — elementales, 242, 289.
 Gradiente adiabático de aire saturado, 182.
 — — de aire seco, 33.
 — — de la bruma, 239.
 — — térmico vertical, 35.
 — — — medida gráfica, 316.
 — — — superadiabático, 37.
 — — — variación por movimientos verticales, 72, 81.
 — vertical de S, 70.
 Grado centígrado, 17.
 Grados de libertad, 99.
 Gráfico de Rossby, 321.
 Granizo, 280, 287, 294.
 — blando, 273, 280, 287.
 — menudo, 280, 287.
 — zona del, 214.
- H**
- Halos, 263.
 Haurwitz, 82.
 Hielo primario y secundario, 262.
 Higroscopio, 186.
 Homólogos prácticos, 225.
 Humedad absoluta, 93.
 — de una mezcla, 147.
 — equivalente, 130, 159, 278, 282.
 — específica, 93.
 — relativa, 94.
 — — respecto al hielo, 247.
 — — variación en el aire ascendente, 169.
 — — variación en una columna agitada, 176.
- I**
- Igualación de áreas, 21.
 Índice de estabilidad, 50.
 Índices de humedad, 92.
 Inestabilidad coloidal, 287, 292.
 — condicional, 189, 228.
 — convectiva, 195, 227, 324.
 — latente, 189, 191, 193, 194, 222.
 — selectiva, 201.
 — energía de, 205, 321.
 Inestabilización, energía de, 325.
 Influjos artificiales sobre el tiempo, 292.
 Inmunidad contra la lluvia, 293.
 Integrador de alturas, 333.
 Intercambio, 59, 68, 144, 249.
 Inversión, 37.
 — del alisio, 195.
 Inversión de subsidencia, 73, 141, 164.
 — de tierra, 38, 69.
 — mínima, 101.
 — neutra, 324.
 Inversiones, impenetrabilidad, 39.
 — poder estabilizador, 53.
 Iones gigantes, 233.
 — pequeños, 234, 239.
 Isobaras tipo, 306.
 Isotermas, 90.
- J**
- Joule, ley de, 24, 91.
- K**
- Kelvin, 17, 323.
 Köhler, 235.
 Koschmieder (nota bibliográfica).
- L**
- Labilización de columnas, 323.
 Ley de la potencia, 284.
 Línea presión-altura, 307, 310, 316, 318.
 Líneas de contorno, 67.
 — equisaturadas, 95, 221.
 — fundamentales, congruencia, 303.
 — — situación relativa, 301.
 Littwin, 333.
 Llovizna, 277, 284.
 Lluvia, 238, 277, 285, 238, 291.
 — de hielo, 282.
 — helada, 275.
 Lorente, 276.
 Lugeon, 333.
 Luz ultravioleta, 246.
- M**
- Magnus, 106, 172.
 Máquina térmica, 11.
 Mar de nubes, 195.
 Margules, 72, 331.
 Mariotte, 22.
 Masas calientes, 41.
 — frías, 40, 289.
 — troposféricas, 225.
 Mayer, 29.
 Metro dinámico, 33, 305, 314.
 Mezclas. Estudio analítico, 147.
 — — gráfico, 151.
 — método de Schnaidt, 157.
 Moazagotl (nubes), 54, 199.
 Monzones, 147, 186.
 Móvil perpetuo de primera especie, 6.
 — — de segunda, 11.
 Movimiento browniano, 291.
 — vertical de burbujas, 50 a 60.

N

- Neuhoff, 303.
 Nieblas, 69.
 — clasificación, 139, 164.
 — de advección, 140, 143 a 147.
 — de casquete polar, 160.
 — de evaporación, 131, 159.
 — de inversión de subsidencia, 111-164.
 — de irradiación, 140.
 — de mezcla, 155.
 — de pendiente, 163.
 — de río, 159.
 — de Terranova, 146.
 — de urbe, 241, 244.
 — isalobáricas, 164.
 — prefrontales, 161.
 — pronóstico de, 137, 165.
 Nieve, 272.
 — efecto en la niebla, 249.
 — granulada, 282.
 Nivel de condensación, 170 a 172.
 — de equilibrio, 47 a 49 y 186.
 — de los Cu, 174.
 Nivelación barométrica, 305.
 Normand, 329, 332.
 Nubes de corriente ascendente, 208.
 — de elevación de conjunto, 199.
 — de hielo, 253, 256.
 — de inestabilidad convectiva, 201.
 — de Moazagotl. 45, 199.
 — de obstáculo, 199.
 — en ola, 198.
 — lenticulares, 200.
 Núcleos de condensación, 137, 229, 232.
 — de congelación, solubles, 270.
 — de cuarzo, 254.
 — de sal común, 236.
 — de sublimación especiales, 253.
 — grandes y chicos, 239.
 — higroscópicos, 234, 242.
 — industriales, 244.
 — mixtos, 261, 263.
 — activación por la luz, 246.
 — — por evaporación, 268.
 — curva de los, 236.
 — ecuación reducida, 237, 264.

O

- Olas atmosféricas, 40, 156, 198.
 Orvallo, 284.
 Oscilación térmica diurna, 41.
 — vertical de burbujas, 52.
 Ozono, 246.

P

- Palmén, 76.
 Pedrisco, 280, 287.

- Peppler, 263.
 Peso aparente, 190.
 Petterssen, 155, 162, 166, 206.
 Piedras de granizo, 280.
 Pita, 276.
 Planck, 111.
 Pluviosidad del aire tibio, 123, 133.
 Politropos, 85.
 Presión capilar, 231.
 — de referencia, 63.
 — osmótica, 234.
 Principio primero de la Termodinámica, 5.
 — — formas de Schnaidt, 226.
 — segundo, 11, 18.
 Probabilidad de los Cu, 175.
 Prolongación de escalas, 304, 312.
 Proporción de mezcla, 93.
 — — determinación gráfica, 96, 324.
 Prött, escala, 122.
 Pseudoadiabática, 214, 220, 259.
 Pseudotemperatura, 222.
 Psicrómetro, 93, 117.
 Punto de fusión, descensos, 250, 264.
 — isoléctrico, 291.
 — triple, 246, 250, 262.
 Puntos correspondientes de Rossby, 323.

R

- Radios de equilibrio, 235.
 — equivalentes, 259.
 Raoult, 235, 264.
 Reducción de presiones, 305.
 Refsdal, 97, 190, 301, 311.
 Regener, 267.
 Rehielo, 286.
 Reidat, 269.
 Rellenamiento de los cristales, 273.
 Rendimiento, 12, 14.
 Rocío, 132.
 — punto de, 129, 134 a 137, 171.
 Rollo de turbonada, 281.
 Rossby, 321.

S

- Sandström, 327.
 Saturación por ascenso, 169.
 Schinze, 226.
 Schmidt, 283.
 Schnaidt, 157, 283, 318, 325, 327.
 Schubert, 170, 177.
 Selección de impulsos, 207.
 Shaw, 4, 68, 308.
 Símil coloidal, 292.
 Sobresaturación, 232, 255, 269.
 Solenoides, 323.
 Sondeos, 37, 306.
 Sprung, 118.

Stokes, 283.
 Stüve, 270, 309, 311, 318.
 Subfusión, 229, 246, 252, 269.
 Sublimación directa, 253, 255, 269.
 — meteorológica y real, 263.
 Subsistencia, 73, 226.

T

Tabletas, 276.
 Taylor, 165.
 Tefigrama, 298, 307.
 Temperatura, complementaria, 116.
 — crítica, 89.
 — de equilibrio, 46.
 — del aire, 64.
 — del termómetro húmedo, 117, 121, 260.
 — equipotencial, 216.
 — equivalente, 113 a 116.
 — — completada, 216.
 — — efectiva, 122.
 — media barométrica, 305.
 — politrópica, 87.
 — potencial, 62 a 65.
 — — del t. húmedo, 222.
 — — equivalente, 215, 224, 227.
 — pseudopotencial equivalente, 216.
 — — — de Stüve, 219.
 — virtual, 102 a 104.
 — — efectiva, 211.
 Tensión del vapor, 92.
 — máxima, 89, 122.
 — — cálculo, 106.
 — — influjo de p, 229.
 — — sobre hielo, 247.
 — superficial, 231, 251, 253.
 Teorema de la entropía, 18 a 20.
 — de las expansiones relativas, 95.

Tetagrama, 225.
 Tocas nubosas, 200.
 Topológicas, propiedades, 303.
 Tormentas de calor, 56, 59, 121.
 — de frente térmico, 121, 197.
 Trabajo de dilatación, 8.
 — de elevación, 190.
 Transformación cíclica, 6.
 — reversible e irreversible, 19.
 Tropopausa, 74.
 Troposfera, 75.
 Turbulencia, 59, 68, 144, 175, 249.

V

Väisälä, 171, 306, 316.
 Vapor de agua, calor específico c_p , 91.
 — — constante, 90.
 — — desequilibrio difusivo, 126.
 Vapor de agua, efectos de absorción, 31.
 Vapores, 89.
 Vidal, 245, 246.
 Volumen específico, medida gráfica, 315.

W

Waals, 31.
 Wall, 237, 259 a 266, 270.
 Watt, 132.
 Wegener, 273.
 Werenskiöld, 298, 314, 317, 329.
 Whipple, 118.

Z

Zona de inestabilidad selectiva, 205.
 Zonas de Bezold, 209 a 214.
 Zona enrarecida, 272, 274.