

**1^{er} CONGRESO IBEROAMERICANO
SOBRE TECNICAS APLICADAS
A LA GESTION DE EMERGENCIAS
PARA LA REDUCCION DE
DESASTRES NATURALES**

**PONENCIAS
COMUNICACIONES**

UNIVERSIDAD POLITECNICA

Valencia —España—, 1 a 4 de diciembre de 1992

LIMITACIONES DE LA DISTRIBUCIÓN DE GUMBEL EN LA VALORACIÓN DEL RIESGO DE LLUVIAS FUERTES. CASO DE UN OBSERVATORIO DEL LITORAL MEDITERRÁNEO

Ramón Garrido Abenza.

Instituto Nacional de Meteorología. Centro Meteorológico de Murcia. ESPAÑA.

RESUMEN

Se aborda el estudio de la aplicabilidad de la distribución estadística de extremos de Gumbel para valorar los riesgos de ocurrencia de lluvias fuertes y de la fiabilidad que debe concederse a los resultados obtenidos.

Para ello se considera las series de precipitaciones máximas anuales en la provincia de Murcia. Imponiendo criterios de control de calidad y aleatoriedad de los datos, la serie correspondiente al observatorio de San Javier es seleccionada para estudiar su distribución estadística. Con ella se calcula las probabilidades asociadas a la distribución de Gumbel, estimando el valor de sus parámetros mediante los cinco métodos más universalmente aceptados, evaluándose la bondad del ajuste general que proporcionan, la estabilidad de dichos parámetros y la magnitud de la extrapolación efectuada, en su caso.

Mediante criterios estadísticos se concluye que ningún método resulta suficientemente satisfactorio, por lo que la validez general de la distribución de Gumbel para dar cuenta del riesgo de lluvias intensas queda fuertemente cuestionada, lo que sugiere la necesidad de otros estudios previos a la elaboración de un modelo más realista de precipitaciones extremas.

INTRODUCCIÓN

El estado actual de conocimientos sobre la atmósfera no permite la realización de predicciones meteorológicas, deterministas en mayor o menor grado, que sean fiables para un plazo de tiempo que alcance más allá de unos pocos días. Admitida esta

realidad, se impone la necesidad de intentar también describir ciertos sucesos hidrológicos en plazos más largos mediante un enfoque probabilístico. De esta manera, el análisis de las frecuencias de ocurrencia de lluvias y sus intensidades, que llegan a ser de magnitud extraordinaria en extensas áreas de todo el mundo, junto con la aplicación de modelos matemáticos de síntesis de datos hidrológicos, se nos puede revelar de gran importancia, entre otras aplicaciones, en el diseño y construcción de las estructuras de control del agua.

Comúnmente, el análisis de las frecuencias de lluvias intensas y la realización de inferencias, son realizados mediante la aplicación de distribuciones estadísticas de valores máximos, siendo la distribución doble exponencial, también denominada de Gumbel, la más universalmente empleada. Los trabajos en los que se utiliza dicha distribución son muy numerosos y, a veces, muy ambiciosos en cuanto a cobertura territorial. En este sentido, en España cabe destacar los célebres trabajos de Elías (1963) y, más recientemente, el Atlas Nacional de España, editado por el Instituto Geográfico Nacional (1992).

Sin embargo, en más ocasiones de las deseadas, dicho análisis pone de manifiesto la existencia de puntos aislados ("outliers"), es decir, datos de la muestra que se apartan considerablemente de la ley de distribución de probabilidad que se supone rige a la población, y que aparentemente son inconsistentes con el resto de los datos. Esto puede suceder, por ejemplo, con los máximos históricos de la serie o en el caso de otras lluvias excepcionalmente grandes.

Estos puntos aislados pudieran ser debidos a diversos motivos: la variedad de causas que origi-

nan la lluvia (tales como tormentas aisladas, complejos convectivos, frentes, precipitaciones orográficas, etc.), la no aleatoriedad de las series climatológicas (es decir, la existencia de tendencias a largo plazo o periodicidades en el clima), la incorrección de los datos o la aplicación a los datos de funciones de distribución de probabilidad inadecuadas. En este trabajo nos centraremos fundamentalmente en la última de las causas enumeradas, es decir estudiaremos si la ley de distribución es la apropiada, aunque también efectuaremos controles de calidad de los datos que eliminen, al menos en parte, las posibles fuentes de error.

LA DISTRIBUCIÓN DE GUMBEL

En Climatología la distribución de Gumbel ha sido utilizada frecuentemente para determinar las probabilidades de ocurrencia de valores extremos de diversas variables, entre ellas la precipitación. Las características de esta distribución y sus aplicaciones, así como una descripción más detallada de las teorías de valores extremos puede verse, por ejemplo, en la obra de Gumbel (1953).

La función de distribución de probabilidad de Gumbel, también denominada doble exponencial, primera asíntota de Fisher-Tippet o función de distribución de valores extremos de tipo I, es una función biparamétrica, en cuya deducción se supone, fundamentalmente, que las observaciones 'de las cuales' se toma el máximo son muy numerosas, independientes y que se distribuyen de acuerdo a lo que se denomina una distribución de tipo exponencial. Así mismo, se supone que estamos interesados únicamente en los valores grandes de la variable aleatoria.

Con todo ello, se tiene que la función de distribución de probabilidad acumulada (c.d.f.) puede expresarse en la forma:

$$F(x) = \exp \{ - \exp [- a(x-u)] \} \quad (1)$$

siendo u un parámetro de posición y a un parámetro de escala. La estimación de los parámetros involucrados puede efectuarse mediante distintos métodos, a partir de las muestras de datos disponibles. En este trabajo nos limitaremos a los cinco métodos de estimación más universalmente aceptados (momentos, Chow, mínimos cuadrados, máxi-

ma verosimilitud y Kimball) y las correspondientes fórmulas de cálculo pueden encontrarse en un gran número de trabajos, como pudieran ser, por ejemplo, los de Gumbel (1958), Martín (1981) o Cabezas (1985).

Esa estimación diversa puede provocar diferencias significativas en el cálculo de probabilidades asociadas a la distribución, por lo que resultará conveniente realizar un estudio comparativo de los resultados que proporcionan los distintos métodos de estimación.

DATOS

Los datos utilizados han sido extraídos de las series de precipitaciones máximas anuales en 24 horas correspondientes a la red principal de observatorios que el Instituto Nacional de Meteorología, a través de su Centro Meteorológico Zonal de Murcia, mantiene en la provincia de Murcia. En dichas series, cada año se encuentra representado por el valor máximo de precipitación registrada en el observatorio durante un día, iniciando éste a las 0700 UTC (día pluviométrico).

El hecho de utilizar series de máximos anuales diarios se fundamenta en la propia disponibilidad de los datos y en la existencia de buenas bases teóricas para la extrapolación más allá del rango de la observación (W.M.O., 1983b), aun cuando haya que hacer constar la limitación que constituye no tener en cuenta la posibilidad de que el segundo máximo anual pudiera superar a máximos de otros años.

Control de calidad de los datos

El primer control de calidad de las series lo constituye el hecho de limitarnos a la red principal de observatorios, atendida exclusivamente por personal profesional, lo que supone una garantía en la fiabilidad de los datos, reduciendo al mínimo los errores instrumentales y los derivados de la transmisión de datos.

El siguiente criterio para la selección de los datos estará basado en la longitud de la serie. De acuerdo con las recomendaciones comúnmente establecidas para el caso de datos de precipitación (Jansá, 1979; Peinado, 1985), el tamaño de la muestra necesaria para obtener distribuciones de

frecuencia estables viene a situarse en torno a los 40-50 años. Imponiendo la ausencia de cambios de emplazamiento en los últimos decenios, así como un tamaño mínimo de 40 datos, nos vemos obligados a restringirnos a las series correspondientes a los observatorios de San Javier "Aeródromo", con 45 datos (en el período 1945-1991), y de Alcantarilla "Aeródromo", con 50 datos (en el período 1941-1991).

Aleatoriedad de las series

Por exigencias de las hipótesis en que se fundamenta la distribución de Gumbel es preciso garantizar el carácter aleatorio de las series. Para el caso de observaciones meteorológicas, y siguiendo a Sneyers (1975, p. 5), " ... se puede considerar el carácter aleatorio simple de una serie como suficientemente bien establecido si la aplicación de un test de correlación serial y la de un test de tendencia conducen ... a la aceptación de la hipótesis nula [serie aleatoria] ". Aun cuando es lógico que determinadas series de tiempo de carácter meteorológico presenten persistencia (Essenwanger, 1976), en principio, no hay razones para que ésta deba admitirse en el caso de las lluvias extremas.

El test de correlación serial más apropiado y

general es el de Wald-Woldfowitz (cuya simplificación conduciría al test de las secuencias), que es aplicado en su forma unilateral (sólo se produce rechazo en la eventualidad de correlación serial positiva, es decir, persistencia) y nos proporciona el correspondiente nivel de significación.

Como test de tendencia podríamos utilizar el que está basado en el cálculo del coeficiente r_s de Spearman o bien en el del coeficiente t de Kendall (test de Mann), ambos en su forma bilateral.

La combinación de los resultados de los dos test (correlación serial y tendencia) y de los correspondientes niveles de significación puede hacerse utilizando el test de significación múltiple de Fisher.

Para la aplicación de estos tests se ha seguido los procedimientos descritos por Sneyers (1975). De esta forma, los distintos niveles de significación obtenidos son los que figuran en la Tabla 1.

Fijando el nivel de significación crítico en el valor $\alpha_0 = 5\%$, vemos que no es rechazable la hipótesis de carácter aleatorio de la serie correspondiente a San Javier, que proporciona valores del nivel de significación múltiple de Fisher del orden del 69%, independientemente de que combinemos el test de correlación serial del Wald-Woldfowitz con los de tendencia de Spearman o de Mann. Por el contrario, los valores correspondientes a Alcantari-

TEST DE ALEATORIEDAD	OBSERVATORIO	
	San Javier	Alcantarilla
Correlación Serial (Wald-W.)	35.4	1.3
Tendencia	Spearman	43.8
	Mann	28.1
COMBINACION DE TESTS		
Fisher	Wald-W. + Spearman	3.6
	Wald-W. + Mann	2.5

Tabla 1. Valores de los niveles de significación (%) obtenidos en los test aplicados a las series de datos de los observatorios.

lla se reducen hasta valores cercanos al 3%, por lo que según el criterio indicado, hemos de rechazar la hipótesis de aleatoriedad y esto es debido, fundamentalmente, al bajísimo nivel de significación obtenido en el test de correlación serial, que se sitúa en apenas el 1%, aproximadamente, y que parece indicar la existencia de persistencia en la serie.

Por tanto, será la serie de San Javier la única que deba ser seleccionada para el estudio de la distribución estadística, por las exigencias de aleatoriedad involucradas en la distribución de Gumbel.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores que se obtienen como estimaciones de los dos parámetros de la distribución de Gumbel, según los distintos métodos de estimación, son los que figuran en las primeras columnas de la Tabla 2. Para juzgar la bondad o idoneidad de la función de distribución que genera cada una de esas estimaciones, convendrá manejar los índices numéricos objetivos que introducimos a continuación.

Bondad del ajuste general

El estadístico Chi-cuadrado nos puede proporcionar una medida de la discrepancia existente entre las frecuencias teóricas y las observadas empíricamente, supuesto un tamaño n de la muestra suficientemente grande, y se utilizara para realizar el contraste de hipótesis de adherencia entre la distribución teórica y la empírica, a un nivel de significación dado, que situaremos como de costumbre en

$\alpha_0 = 5\%$, en ensayo unilateral. El nivel de significación α asociado a cada valor de Chi-cuadrado nos puede proporcionar, además, en términos de probabilidad, una medida objetiva $(1 - \alpha)$ del grado de incompatibilidad de la situación observada con la hipótesis de adherencia a una distribución de Gumbel.

Dado que el tamaño de la muestra está limitado a $n=45$, en la prueba Chi-cuadrado será preciso adoptar una solución de compromiso entre el número de intervalos de clase y la frecuencia absoluta esperada para cada uno de ellos, siendo razonable fijar un número de 8 intervalos de clase equiprobables, es decir, con valores para las frecuencias absolutas esperadas de $45/8$, lo que cumplirá con los requerimientos mínimos para ambos condicionantes (Martínez, 1986; Spiegel, 1961; Snedecor-Cochran, 1976; Houghton, 1985). De esta manera, los intervalos de clase estarán formados por octiles. Sin embargo, puesto que también existe recomendaciones (Houghton, 1985) en el sentido de sugerirse muestras del orden de 100-200 datos, la exactitud del test de Chi-cuadrado podría estar limitada. La consideración de estas reservas podría hacernos rebasar el nivel de significación crítico hasta el valor $\alpha_0 = 1\%$ antes de rechazar la hipótesis de adherencia a la distribución de Gumbel.

Las Figuras 1 y 2 muestran la diferencia entre las frecuencias empíricas obtenidas en cada intervalo de clase para los diversos métodos de estimación y la frecuencia teórica de las distribuciones de Gumbel asociadas.

En la cola izquierda de las distribuciones correspondientes a los métodos de los momentos, de Chow y de mínimos cuadrados, que en lo sucesivo

METODO	$a (10^{-2})$	u	T(años)	E
Momentos	2.49	41.8	1300	29
Chow	2.24	40.6	645	15
Mínimos Cuadrados	1.99	37.6	340	8
Máxima Verosimilitud	3.55	46.8	23200	516
Kimball	3.26	47.3	10100	226

Tabla 2. Valores de la estimaciones de los parámetros a y u de la distribución de Gumbel, período de retorno T y extrapolación E , obtenidos según los distintos métodos de estimación utilizados.

denominaremos métodos del Grupo 1, se observa (Fig. 1) una fuerte discrepancia, al no presentarse ninguna observación en el primer octil. En los intervalos siguientes, del segundo al quinto, las frecuencias observadas vienen a ser muy superiores a las esperadas, mientras que en los últimos intervalos se presenta la situación inversa, con una manifiesta infravaloración de la probabilidad. Los valores del estadístico Chi-cuadrado obtenidos para estos métodos son muy superiores a los críticos, tanto al nivel de significación del 5% ($\chi^2 = 11.07$) como en el del 1% ($\chi^2 = 15.09$), correspondiéndoles niveles de significación del orden de 10^{-4} y grados de incompatibilidad del 99.99% aproximadamente y que obligan al rechazo de la hipótesis de adherencia de los datos a una distribución de Gumbel. En otras palabras, si los datos provinieran de una distribu-

ción de Gumbel, tan solo en una de cada 10^4 pruebas que realizáramos encontraríamos un valor tan alto del estadístico Chi-2.

Por el contrario, cuando analizamos (Fig. 2) los resultados de los métodos de máxima verosimilitud y de Kimball, que denominaremos métodos del Grupo 2 el panorama cambia radicalmente. Las discrepancias son pequeñas, determinando bajos valores del estadístico Chi-2 y evitando el rechazo de la hipótesis de adherencia, lo cual no implica su aceptación necesariamente.

Fiabilidad de puntos aislados

La cola final de la distribución de máximos posee un interés preferente, por cuanto afecta a la predicción de las lluvias más fuertes y a la posible

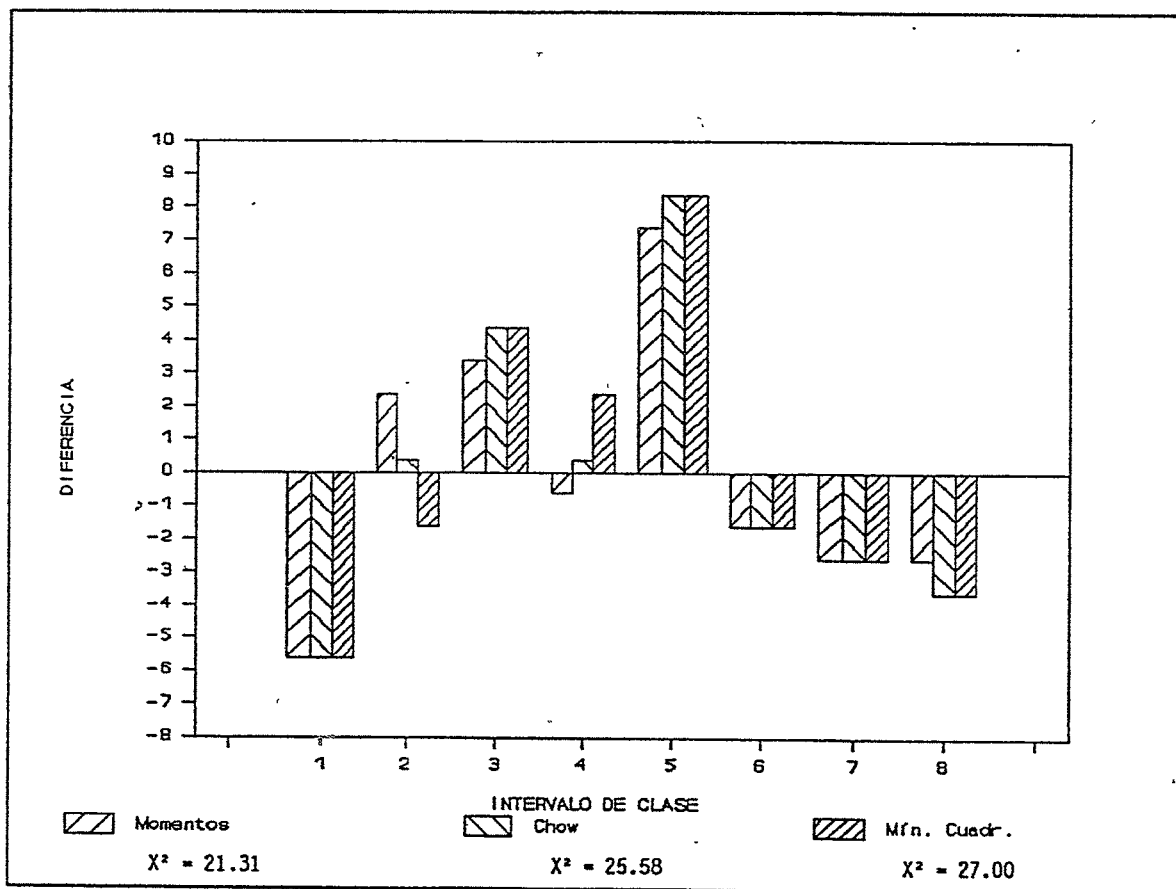


Figura 1. Diferencia entre las frecuencias absolutas empíricas y la teórica, según los intervalos de clase, correspondientes a las distribuciones de Gumbel asociadas a los métodos de estimación del Grupo 1.

extrapolación temporal más allá de la longitud de los registros históricos. Esta capacidad de explicar los máximos históricos va a ser evaluada en función de la probabilidad teórica que proporciona la distribución, recurriendo al período medio de retorno $T(x)$ para un valor x de la precipitación, que se define en términos de la c.d.p. (Martínez, 1986; Sneyers, 1975; W.M.O., 1983a) como :

$$T(x) = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (2)$$

Dado un valor de x , la probabilidad P de que se alcance o supere dicho valor al menos una vez en n años será (Heras, 1972; W.M.O., 1983b) :

$$P = 1 - [1 - (1/T)]^n \quad (3)$$

El valor de P nos da una idea de la magnitud de la extrapolación efectuada cuando a un valor de la precipitación x le asignamos su período de retorno T . La magnitud de la extrapolación E puede definirse como:

$$E = 1/P \quad (4)$$

La Tabla 2 también ofrece los valores obtenidos por los diversos métodos de estimación para el período de retorno T del máximo, registrado en el año 1987 y con un valor de 330 l/m², y la extrapolación E que se efectúa. Se observa, en general, que los períodos de retorno teóricos son muy grandes, llegando a ser del orden de 10⁴ años en los métodos del Grupo 2 (máxima verosimilitud y Kimball), lo cual es irreal si se tiene en cuenta el tamaño de la serie original (45 años), resultando que los valores del período de retorno son varios cientos de veces

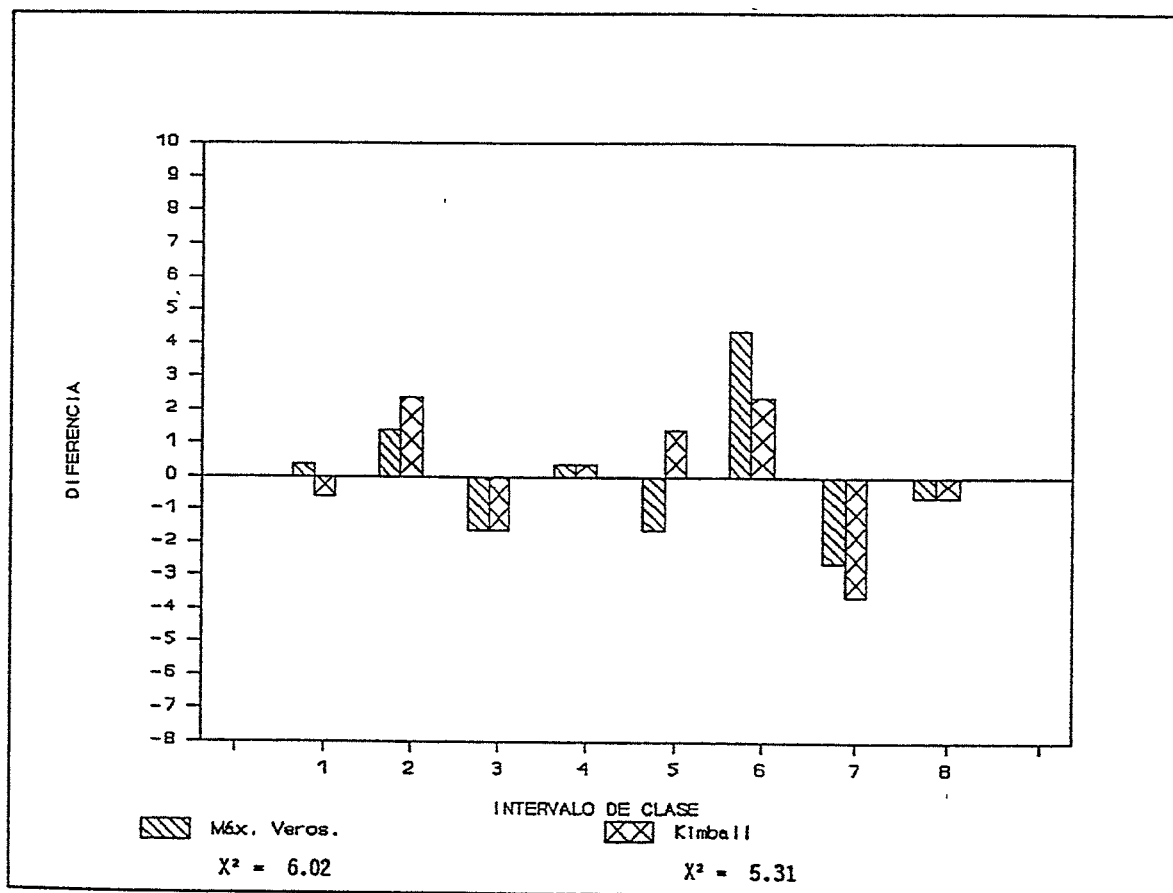


Figura 2. Diferencia entre las frecuencias absolutas empíricas y la teórica, según los intervalos de clase, correspondientes a las distribuciones de Gumbel asociadas a los métodos de estimación del Grupo 2.

superiores y, por tanto, las probabilidades P sólo serán algo superiores a 10^{-3} . Si imponemos, como criterio objetivo, que la probabilidad P deba ser al menos del 5% y, por consiguiente, se exige que las extrapolaciones deban ser tales que el período de retorno estimado para el máximo no supere en más de 20 veces el tamaño de la muestra ($E < 20$), tendremos que rechazar los métodos anteriormente citados y, también, el método de los momentos.

La Figura 3 muestra simultáneamente los valores de P y los niveles de significación α obtenidos del test Chi-cuadrado. En general, se aprecia

que cuando aumenta la probabilidad P de ocurrencia del máximo disminuye el valor de la significación del ajuste, quedando todos los métodos en región de rechazo, ya sea por lo irrealista del período de retorno obtenido para el máximo ($P < 5\%$) o porque el ajuste general proporcionado es malo ($\alpha < 5\%$). Es más, incluso rebajando las exigencias al 1% no hay ningún método de los ensayados que supere ambas pruebas.

Puesto que no es achacable el fracaso de la distribución de Gumbel al método de estimación empleado, nos encontramos con que es la propia

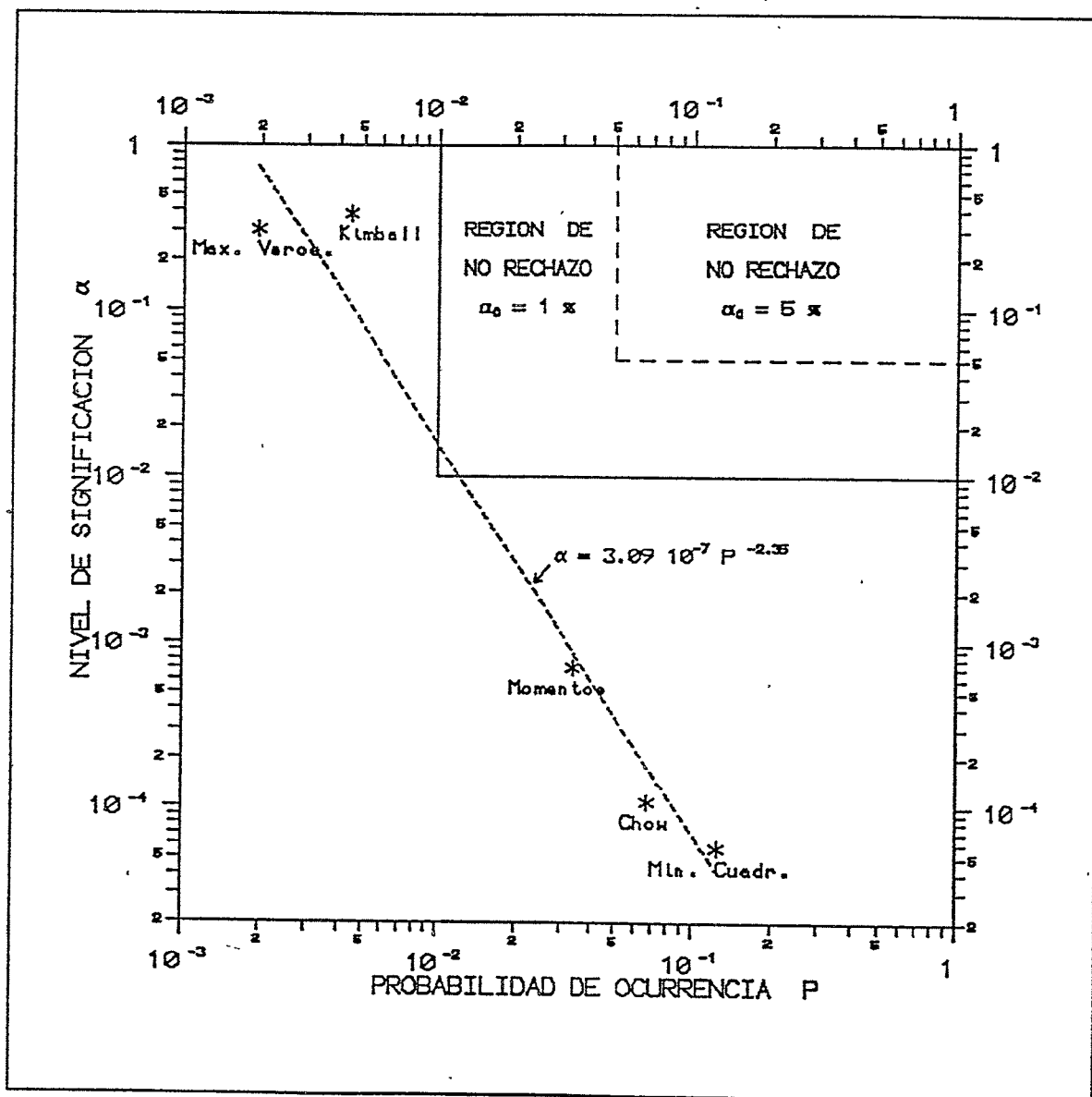


Figura 3. Nivel de significación α del test Chi-cuadrado frente a la probabilidad de ocurrencia P del máximo histórico, para los diversos métodos de estimación.

aplicación de la distribución la que queda cuestionada y, con ella, la validez de las hipótesis de partida, en especial a lo referente al tipo de distribución inicial, la cual puede ser muy diversa, o al tamaño de la muestra anual de la que se extrae cada máximo, que tal vez no sea suficientemente grande, pero que no puede ser ampliado por limitaciones naturales. Las restantes suposiciones serían más aceptables, o bien, extremadamente complicadas de verificar, como sería el tema de la independencia de los sucesos.

Estabilidad de la distribución

La estabilidad de la distribución, o de los parámetros que la definen, resulta interesante en orden a hacer nuestras estimaciones lo menos dependientes posible de la muestra considerada. La dependencia con la muestra de datos considerada puede cuantificarse estimando, en primer lugar, los parámetros a partir de la muestra completa y, en segundo lugar, prescindiendo de su máximo histórico, con lo que obtendremos dos evaluaciones distintas para la frecuencia de dicho máximo.

De esta forma, la estabilidad S podrá medirse mediante el cociente de los períodos de retorno asociados a dichas frecuencias (Etoh et al., 1987), mediante:

$$S = \frac{T(\max),n}{T(\max),n-1} \quad (5)$$

siendo $T(\max),n$ y $T(\max),n-1$ los períodos medios de retorno del máximo histórico cuando se considera la serie completa de n datos o incompleta de $n-1$ datos, respectivamente.

En nuestro caso, los valores obtenidos para la estabilidad de los distintos métodos oscilan entre el 1% para el método de los mínimos cuadrados y el 18% para el de máxima verosimilitud, poniéndose de manifiesto (Figura 4) que, en general, la estabilidad disminuye al aumentar el valor de la probabilidad P . Los métodos del Grupo 1, que no realizan que no realizan extrapolaciones muy grandes, son muy inestables, variando el período de retorno del máximo en un factor del orden de 50, además de que, como vimos, proporcionan un ajuste general muy deficiente. Por otro lado, los métodos del Grupo 2, que generan un ajuste general aceptable,

resultan más estables que los anteriores, con una variación del período de retorno del máximo aproximadamente 10 veces inferior a la de los métodos del Grupo 1, pero, como vimos, no son admisibles por la magnitud de la extrapolaciones efectuadas y de los períodos de retorno que implicaban.

CONCLUSIONES

Para estudiar la aplicabilidad de la distribución de Gumbel a las series de precipitaciones máximas diarias en estaciones meteorológicas de la provincia de Murcia se ha impuesto criterios de control de calidad de los datos (atención de personal profesional, longitud de las series y constancia de emplazamiento), así como la superación de tests de aleatoriedad, resultando seleccionada para estudiar su distribución estadística la serie correspondiente al observatorio de San Javier "Aeródromo".

Considerando dicha serie como muestra, se ha estimado el valor de los parámetros de la distribución de Gumbel mediante los cinco métodos más universalmente aceptados: momentos, Chow, mínimos cuadrados, máxima verosimilitud y Kimball. Para evaluar la idoneidad de las distribuciones asociadas, se introduce índices numéricos referentes a la bondad de ajuste general, la fiabilidad de los máximos históricos y la estabilidad de la distribución correspondientes a cada uno de los métodos de estimación empleados.

Los tres primeros métodos citados, agrupados en lo que denominamos Grupo 1, deben ser rechazados en base al pésimo ajuste general que proporcionan, evaluado mediante el test Chicuadrado, con grados de incompatibilidad entre la distribución teórica y la empírica del 99.99% aproximadamente, mientras que los dos métodos restantes (Grupo 2), proporcionan ajustes no rechazables. Sin embargo, éstos generan períodos de retorno para el máximo histórico del orden de 10^4 años, que son completamente irrealistas si los comparamos con la longitud de la serie (45 años), por lo que también son insatisfactorios. Adicionalmente, se ha encontrado que la estabilidad de la distribución es mayor cuando se emplean los métodos del Grupo 2 que cuando se recurre a los del Grupo 1, siendo estos últimos especialmente inestables, dado que el período de retorno del máximo puede variar en un factor apro-

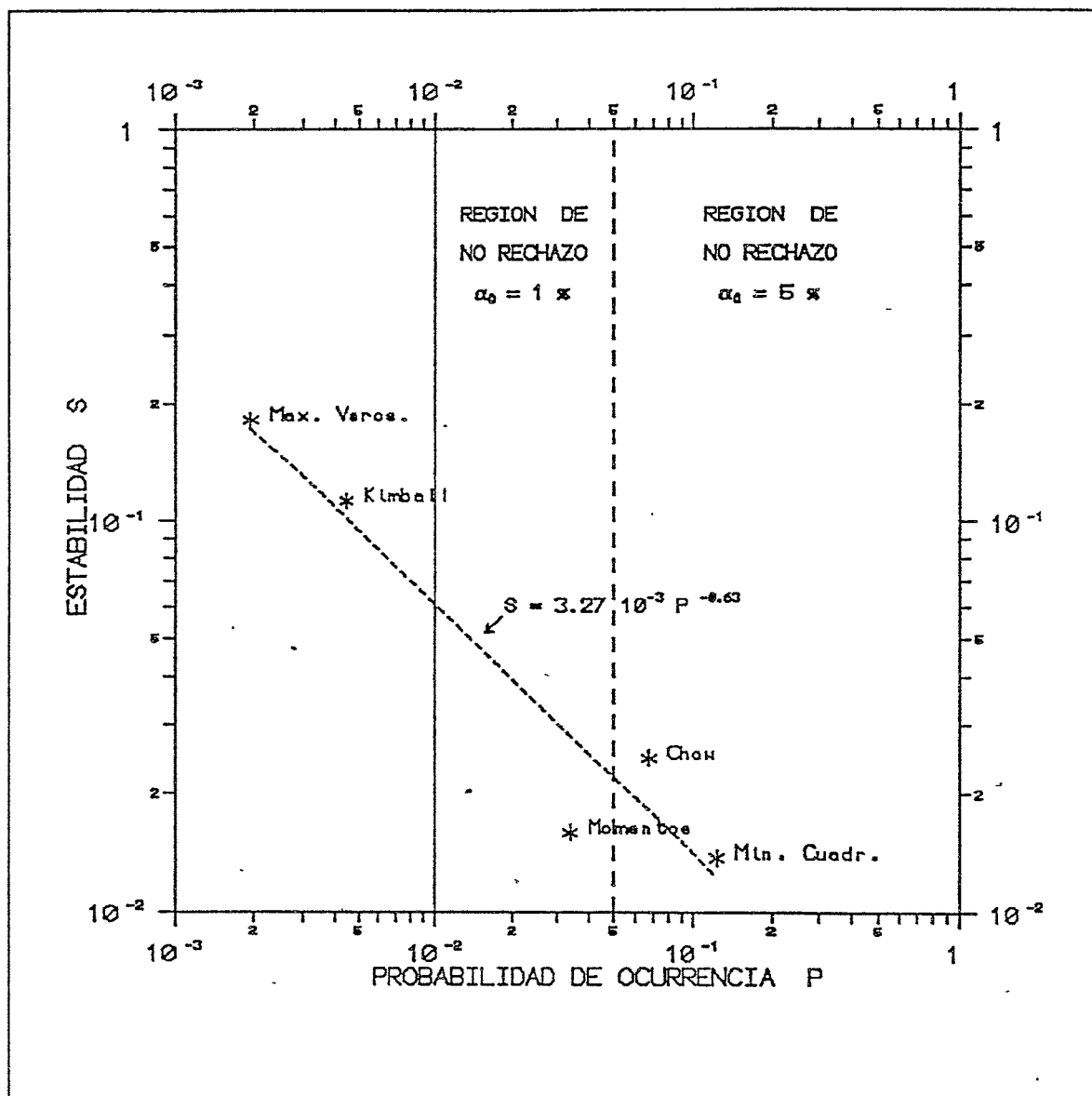


Figura 4. Estabilidad S frente a la probabilidad de ocurrencia P del máximo histórico, para los diversos métodos de estimación.

ximado de 50, según que se incluya o no en la muestra el máximo histórico.

En consecuencia, por uno u otro motivo, se concluye que ningún método resulta suficientemente satisfactorio, y la validez general de la distribución de Gumbel para dar cuenta del riesgo de lluvias intensas queda fuertemente cuestionada. Por tanto, es necesario profundizar en las causas del fracaso de la distribución de Gumbel, para lo que sería preciso contrastar con la realidad las hipótesis en que está fundamentada, principalmente en lo referente al tipo de distribución inicial, la cual puede responder a

formas muy variadas, antes de elaborar un modelo más realista de precipitaciones extremas y de los riesgos asociados.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

1. CABEZAS, F., (1985) : Fundamentos de hidrología. Curso de Hidrología. Col. de Ing. de Caminos, Canales y Puertos Univ. de Murcia. Murcia.

2. ELIAS, F., (1963) : Precipitaciones máximas en España. Régimen de intensidades y frecuencias. Ministerio de Agricultura. Serv. de Conservación de Suelos. Bol. Técn. nº 3, Madrid.
3. ETOH, T. et al. (1987): SQRT-Exponential type distribution of maximum. Hidrologic frequency modeling, 253-264. Reidel Publ. Comp.
4. ESSENWANGER, O.M., (1976): Applied statistics in atmospheric science. Part A: Frequencies and curve fitting. Developments in Atmospheric Science, 4A. Elsevier, Amsterdam. 412 pp.
5. JANSA, J.M., (1979): Curso de climatología. Instituto Nacional de Meteorología. Publ. B-19, Madrid. 445 pp.
6. GUMBEL, E.J., (1958): Statistics of extremes. Columbia University Press, New York. 375 pp.
7. HERAS, R. (Ed.), (1972): Manual de hidrología. Vol. 1 (Principios básicos en hidrología). Dirección General de Obras Hidráulicas. Centro de Estudios Hidrográficos, Publ. nº 88, Madrid. 477 pp.
8. HOUGHTON, D.D. (Ed.), (1985): Handbook of applied meteorology. Wiley-Interscience, New York. 1461 pp.
9. INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL, (1992): Atlas nacional de España. Climatología (Secc. 2. Grupo 9)- Centro Nacional de Información Geográfica, Madrid. 4 pp. + 24 lám.
10. MARTIN, V., (1981): Ajustes de distribuciones útiles en Ingeniería Civil. Estadística y Simulación aplicadas a la Ingeniería Civil. Col. de Ing. de Caminos, Canales y Puertos. Madrid.
11. MARTINEZ, I., (1986): Estadística (aplicada a la hidrometeorología). Instituto Nacional de Meteorología. Publ. D-47, Madrid. 212 pp.
12. W.M.O.,(1983a): Guide to climatological practices. World Meteorological Organization, No. 100, Geneva. 8 chapt.
13. W.M.O.,(1983b): Guide to hydrological practices Vol. 2 (Analysis, forecasting and other applications). World Meteorological Organization, No. 168, Geneva.
14. PEINADO, A., (1985): Lecciones de climatología. Conceptos y técnicas. Instituto Nacional de Meteorología. Publ. B-21. Madrid. 111 pp.
15. SNEDECOR, G.W. and COCHRAN, W.G., (1967): Métodos estadísticos. C.E.C.S.A., México D.F. . 703 pp.
16. SNEYERS, R., (1975): Sobre el análisis estadístico de las series de observaciones. World Meteorological Organization, Nota Técn. nº 143, Geneva. 186 pp.
17. SPIEGEL, M.R.,(1961):Estadística McGraw-Hill, Ser. Schaum, Madrid. 357 pp.