

# CÁLCULO DE LA TEMPERATURA DEL TERMÓMETRO HÚMEDO, EN FUNCIÓN DE LA TEMPERATURA DEL TERMÓMETRO SECO Y DE LA HUMEDAD RELATIVA

*César Rodríguez Ballesteros*

En muchos Observatorios en los que no se tiene horario de 24 horas, suele ser frecuente tener que obtener los datos de determinadas observaciones de las bandas o registradores; aunque este hecho no plantea dificultades en líneas generales, el cálculo de la temperatura del termómetro húmedo es un tanto complicado.

Por otro lado, las estaciones automáticas y los sistemas integrados de bases y aeropuertos, disponen de sensores de temperatura y humedad, entre otros. En estos casos, también puede ser útil en ocasiones el cálculo de la temperatura del termómetro húmedo, por ejemplo, como paso previo para calcular el resto de las variables de una observación.

Cuando se intenta obtener una fórmula para el cálculo de la temperatura del termómetro húmedo,  $t'$ , en función de la temperatura del termómetro seco,  $t$ , y de la humedad relativa,  $Hr$ , nos encontramos con fórmulas tremendamente complicadas. Sin embargo, se puede obtener una buena aproximación partiendo de la fórmula empírica de Magnus para la tensión de vapor saturante:

$$E = G * 10^{\frac{K*t}{(Z+t)}}$$

**(Fórmula 1)**

Siendo:

E: tensión de vapor saturante en Hpa., a la temperatura t.

K: 7.5 (tensión de vapor sobre agua)

K: 9.35 (tensión de vapor sobre hielo)

Z: 237.3 (tensión de vapor sobre agua)

Z: 261.0 (tensión de vapor sobre hielo)

G: 6.1078

Estos coeficientes están ligeramente modificados, para conseguir un mejor ajuste a las tablas aspiro-psicrométricas del I.N.M.

## Desarrollo de la fórmula

Partimos de la fórmula de la humedad relativa:

$$Hr = 100 * \frac{E_1}{E_2}$$

**(Fórmula 2)**

Siendo :

Hr: humedad relativa en tanto por ciento

$E_1$ : tensión de vapor

$E_2$ : tensión saturante, sobre agua, a la temperatura del termómetro seco. (Ver nota)

La tensión de vapor  $E_1$ , de la fórmula 2, se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$E_1 = E' - B * P * (t - t')$$

**(Fórmula 3)**

Siendo:

$E'$ : tensión saturante en Hpa., a la temperatura del termómetro húmedo  $t'$

t: temperatura del termómetro seco

$t'$ : temperatura del termómetro húmedo

P: presión en Hpa, al nivel de la estación, reducida a 0°C

B: 0.000799 (Psicrómetro sobre agua)

B: 0.000680 (Psicrómetro sobre hielo)

B: 0.000667 (Aspiro-psicrómetro sobre agua)

B: 0.000573 (Aspiro-psicrómetro sobre hielo)

Aplicando la fórmula empírica de Magnus, (Fórmula 1), para la tensión saturante a  $E_2$  en la fórmula 2 y a  $E'$  en la fórmula 3, se obtienen las siguientes expresiones:

$$E_2 = G * 10^{\frac{K * t}{(Z+t)}}$$

**(Fórmula 4)**

$$E_1 = G * 10^{\frac{K * t'}{(Z+t')}} - B * P * (t - t')$$

**(Fórmula 5)**

Sustituyendo las expresiones de  $E_1$  y  $E_2$  en Hr (fórmula 2), se obtiene lo siguiente:

$$Hr = 100 * \frac{G * 10^{\frac{K * t'}{(Z+t')}} - B * P * (t - t')}{G * 10^{\frac{K * t}{(Z+t)}}$$

**(Fórmula 6)**

Haciendo algunos cambios en la fórmula anterior se llega a:

$$\frac{Hr}{100} = \frac{10^{\frac{K*t'}{(Z+t')}} - \frac{B*P}{G} * (t - t')}{10^{\frac{K*t}{(Z+t)}}$$

**(Fórmula 7)**

Para poder despejar  $t'$ , hay que desarrollar en serie la exponencial del numerador. Recuérdese que el desarrollo en serie de una función  $f(x)$ , en torno a un punto  $x_0$ , obedece a la siguiente expresión:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} * (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} * (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} * (x - x_0)^3 + \dots$$

**(Fórmula 8)**

En este desarrollo, nos quedaremos con el término correspondiente a la primera derivada, ya que si tomamos más términos la expresión resultante es muy complicada. Para obtener una buena aproximación, el desarrollo en serie ha de hacerse en torno a una temperatura aproximada a la del termómetro húmedo, que representaremos por  $t_e$ .

Efectuando el desarrollo, se obtiene:

$$10^{\frac{K*t'}{(Z+t')}} = \left[ 1 + \frac{K * Z * \ln 10}{(Z + t_e)^2} * (t' - t_e) \right] * 10^{\frac{K*t_e}{(Z+t_e)}}$$

**(Fórmula 9)**

Sustituyendo en la fórmula 7, se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{Hr}{100} = \frac{\left[ 1 + \frac{K * Z * \ln 10}{(Z + t_e)^2} * (t' - t_e) \right] * 10^{\frac{K*t_e}{(Z+t_e)}} - \frac{B}{G} * P * (t - t')}{10^{\frac{K*t}{(Z+t)}}$$

**(Fórmula 10)**

Despejando  $t'$ , se llega finalmente a la expresión buscada:

$$t' = \frac{\frac{Hr}{100} * 10^{\frac{K*t}{(Z+t)}} + \frac{B}{G} * P * t - \left[ 1 - \frac{K * Z * \ln 10}{(Z + t_e)^2} * t_e \right] * 10^{\frac{K*t_e}{(Z+t_e)}}}{\frac{K * Z * \ln 10}{(Z + t_e)^2} * 10^{\frac{K*t_e}{(Z+t_e)}} + \frac{B}{G} * P}$$

(Fórmula 11)

### Uso de la fórmula

La fórmula obtenida, a primera vista es compleja, pero si se utiliza para programación se simplifica, ya que hay términos que se repiten.

A la hora de introducir datos, tenemos cuatro variables:

**P, t<sub>e</sub>, t y Hr.**

Para t<sub>e</sub>, podemos seguir dos procedimientos:

A) Introducir una temperatura t<sub>e</sub>, aproximada a la temperatura t' buscada, haciendo la aproximación a ojo, con lo cual, cuanto mejor haya sido la aproximación, más precisa será la t' obtenida. Por ejemplo, para una temperatura de 24.0°C y una humedad del 40%, la temperatura del termómetro húmedo es de 15.9°C; si tomamos para t<sub>e</sub> un valor de 12.0°C, la fórmula nos da un valor para t' de 16,1°C, mientras que si tomamos para t<sub>e</sub> 14.0°C, obtenemos el valor exacto de t', es decir, 15.9°C. En este ejemplo no se ha indicado ninguna presión determinada, ya que su influencia en el cálculo es pequeña para valores dentro de los rangos normales de la misma.

B) Utilizar un proceso iterativo. En un primer paso, hacer t<sub>e</sub> = t, es decir hacer la temperatura estimada igual a la temperatura del termómetro seco, y aplicar la fórmula, con lo que obtendremos una temperatura t'<sub>1</sub>; en un segundo paso hacer t<sub>e</sub> = t'<sub>1</sub> y aplicar nuevamente la fórmula, obteniendo una nueva temperatura t'<sub>2</sub>; en un tercer paso hacer t<sub>e</sub> = t'<sub>2</sub> y aplicar de nuevo la fórmula, con lo cual la temperatura obtenida ya es la temperatura del termómetro húmedo buscada, t'

Un pequeño programa en BASIC para calcular la temperatura del termómetro húmedo, usando este proceso iterativo, es el siguiente:

```

10 REM CONSTANTES
20 G=6.1078:K=7.5:Z=237.3:B=0.000799
30 REM VARIABLES
40 CLS: INPUT "PRESIÓN ESTACIÓN EN HPA. ",P
50 CLS: INPUT "TERMÓMETRO SECO ",T
60 CLS: INPUT "HUMEDAD RELATIVA ",HR
70 REM CÁLCULO DE TH

```

```

80 TE=T:GOSUB 500
90 TE=TH:GOSUB 500
100 TE=TH:GOSUB 500
110 PRINT USING "###.#";TH
120 END
500 REM SUBROUTINA DE EJECUCIÓN DE LA FÓRMULA
510 POT=10^(K*TE/(Z+TE)):FRAC=K*Z*2.302585/(Z+TE)^2
520 NUM=HR*10^(K*T/(Z+T)-2)+B*P*T/G-POT*(1-FRAC*TE)
530 DEN=FRAC*POT+B*P/G
540 TH=NUM/DEN
550 RETURN

```

Este pequeño programa es tan sólo una muestra que puede modificarse y mejorarse según convenga. También puede servir como base para calcular unas tablas propias de cada Observatorio, tomando como valor de la presión, la presión media del Observatorio.

Nota: El reglamento técnico de la OMM (Apéndice D-17) establece que la humedad relativa para temperaturas inferiores a 0°C debe calcularse con respecto al agua líquida, debido a que la mayor parte de los higrómetros indican la humedad relativa con respecto al agua a todas las temperaturas y que la atmósfera se halla frecuentemente sobresaturada con respecto al hielo a temperaturas inferiores a 0°C.

Nota final: Al utilizar este procedimiento debe tenerse en cuenta en todo momento la fiabilidad del higrógrafo utilizado; asimismo conviene recalcar que las medidas de humedad deben obtenerse mediante el psicrómetro, dejando el método aquí descrito para cuando esto último no sea posible, aplicando al dato del higrógrafo las correcciones oportunas antes de aplicar la fórmula obtenida.