DETERMINACION DE LA VELOCIDAD VERTICAL DEBIDA A LA ADVECCION Y SU APLICACION A CASOS PRACTICOS

G. **Buendía Moya**

La variación de presión en una columna atmosférica debida a un desplazamiento elemental δz viene dada por la siguiente expresión:

$$P = - \rho g \ \delta z \ (1)$$

Por otra parte, esa misma presión puede relacionarse con la temperatura por medio de la ecuación general para el aire:

$$p = \rho \ Rd \ Tv \ (2)$$

Rd es la constante de los gases para el aire seco y Tv la temperatura virtual del aire. Al emplear la temperatura virtual la ecuación es válida tanto para el aire seco como para el húmedo y el saturado de vapor.

Despejando de la (1) δz y sustituyendo en ésta el valor de la densidad ρ obtenido de la (2), tendremos:

$$\delta z = -(Rd/g) \cdot T_v \ \delta p/p \ (3)$$

Integrando esta ecuación entre el nivel de 1.000 mbs y el nivel que corresponde a la presión p, obtendremos:

$$\int_{1000}^{p} \delta z = Z_p - Z_{1000} = -(R_d/g) \int_{1000}^{p} T_v/p \ . \ \delta p.$$

Puede demostrarse que la temperatura T^v a cualquier nivel de presión p se relaciona con el espesor h de la capa 500-1.000 por medio de la expresión:

$$T_v = F_1 \ (p) \ h - F_2 \ (P) \qquad (4)$$

Todos sabemos que a partir del espesor h puede obtenerse la temperatura de la capa de 700 mbs. Mediante la expresión (4) se obtiene la temperatura a cualquier nivel de presión. Sustituyendo el valor de la temperatura en la expresión integral obtenemos:

$$Z_P - Z_{1000} = (R_d/g) \cdot \{ [\alpha(1000) - \alpha(p)] \ h + \beta(1000) - \beta(p) \} \ (5)$$

en esta última relación $\alpha(p)$ es el resultado de la integral de $F_1(p)$ y $\beta(p)$, el de $F_2(p)/p$. Z_P es, naturalmente, el geopotencial correspondiente al nivel de presión p.

Aplicando el operador gradiente a la expresión (5) obtenemos esta otra:

$$\text{grad}, \ Z_P = (R_d/g) \cdot [\ \alpha(1000) - \alpha(p)\ ] \ \text{grad}, \ h + \text{grad}, \ Z_{1000} \ (6)$$

que multiplicada vectorialmente por $- g/f \ \vec{k}$ obtenemos:

$$-(g/f) \text{grad}_P \ Z_P \times \vec{k} = -(Rd/g) \cdot [\alpha(1000) - \alpha(p)] (g/f) \text{grad}_P \ h \times \vec{k} - (g/f) \text{grad}_P \ Z_{1000} \times \vec{k}$$
(7)

que es lo mismo que poner:

$$\vec{V}_P = \left(R_d/g\right) \cdot [\alpha(1000) - \alpha(p)]\ \vec{V}_t + \vec{V}_{1000} \quad (8)$$

$\vec{V}_P$ es el viento **geostrófico** en el nivel p y $\vec{V}_t$ el térmico a ese **mismo** nivel de presión.

Aplicando ahora el operador gradiente a la expresión (4) obtendremos:

$$\text{grad}_p\ T = F_1(p)\ \text{grad}_p\ h \quad (9)$$

Hemos sustituido T_v por T, puesto que el valor de estas dos variables es aproximadamente el mismo. Multiplicando escalarmente las dos expresiones anteriores obtendremos esta nueva:

$$\text{grad}_p\ T = \{ R_d/g\ [\alpha(1000) - \alpha(p)]\ \vec{V}_T + \vec{V}_{1000} \} \cdot$$

$$\cdot\ F_1(p)\ \text{grad}_p\ h = F_1(p)\ \vec{V}_{1000} \cdot \text{grad}_p\ h \quad (10)$$

Si $\vec{V}_{1000}$ no es paralelo al viento térmico, el producto escalar anterior es distinto de cero, y por lo tanto, hay advección.

La expresión (10) podemos ponerla en esta otra forma:

$$\vec{V}_p \cdot \text{grad}_p T = F_1(p)\ \vec{V}_{1000} \cdot \text{grad}_p\ (Z_{500} - Z_{1000}) =$$

$$= F_1(p)\ \vec{V}_{1000} \cdot \text{grad}_p\ Z_{500} -$$

$$- F_1(p) \qquad \cdot \text{grad}_p\ Z_{1000}$$

lógicamente, el segundo sumando es cero, y por lo tanto podemos poner que

$$\cdot\ \text{grad}_p\ T = F_1(p)\ \vec{V}_{1000} \cdot \text{grad}_p\ Z_{500} \quad (11)$$

o también:

$$\vec{V}_p \cdot \text{grad}_p\ T = -\left(g/f\right) \cdot F_1(p)\ (\text{grad}_p\ Z_{500} \times \text{grad}_p\ Z_{1000}) \cdot \vec{k} \quad (12)$$

en esta expresión hemos sustituido V_{1000} por su valor en función de grad_{pz1000} y luego hemos aplicado las propiedades del producto mixto de tres vectores (1)*.

Como:

$$\text{grad}_p\ Z_{500} \times \vec{k} = -\left(f/g\right) \vec{V}_{500} \quad (13)$$

se deduce que:

$$\text{grad}_p\ Z_{500} = \vec{k} \times \left(f/g\right) \cdot \vec{V}_{500} \quad (14)$$

por lo tanto la expresión (11) la podemos escribir en la forma:

$$\vec{V}_p\ \text{grad}_p\ T = - F_1(p) \cdot \left(f/g\right) \cdot \vec{V}_{1000}\ (\vec{k} \times \vec{V}_{500}) =$$

$$= -\left(f/g\right) \cdot F_1(p)\ (\vec{V}_{500} \times \vec{V}_{1000}) \cdot \vec{k} \quad (15)$$

Podemos decir entonces que: «Hay advección cálida cuando el viento en 500 milibares se dirige de las bajas a las altas presiones en superficie.))

Como se sabe, la velocidad vertical **tiene** por expresión:

$$\omega = (\delta T/\delta t + \vec{V}_p \cdot \text{grad}_p\ T)/(\gamma_d - \alpha) \quad (16)$$

El término de la velocidad vertical debido a la advección lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\omega_A = \vec{V}_p \cdot \text{grad}_p\ T\ /\ (\gamma_d - \alpha) \quad (17)$$

que según la (15) se transforma en esta otra:

$$\omega_A = -\left(f/g\right).\left[F_1(p)/(\gamma_d-\alpha)\right].\ (\vec{V}_{500} \times \vec{V}_{1000})\ .\ \vec{k}$$

(18)

Veamos ahora qué forma toma la expresión (18) en el nivel de 720 mbs. Para ello pongamos el valor de las constantes y de las variables a ese nivel de presión.

$$f = 1,44.10^{-4}\ \text{sen}\ \phi \quad \text{seg}^{-1}$$

$$g = 9,81\ \text{m/seg}^2$$

$$F_1(p) = F_1(720) = 5,23.10^{-2}\ ºK/m$$

$$\gamma_d-\alpha = 2,019.10^{-5}\ (h-2400)$$

El valor del producto vectorial de los vectores viento se puede poner de la siguiente manera:

$$\vec{V}_{500} \times \vec{V}_{1000} = \left(g/f\right)(\text{grad}_p\ Z_{500} \times \vec{k}) \times (\text{grad}_p\ Z_{1000} \times \vec{k})$$

Si las topografías de altura utilizadas tienen dibujadas isolíneas de geopotencial con un intervalo de 60 metros y el mapa de superficie tiene dibujadas las isobaras con un intervalo de 4 mbs, podemos poner:

$$\text{grad}_p Z_{500} = 60/D_{500}C \quad y \quad \text{grad}_p\ Z_{1000} = 30/D_{1000}C$$

en estas expresiones D representa la distancia en metros existente entre las isolíneas y C es el factor de escala del mapa utilizado. Sustituyendo todos estos valores en la expresión de la velocidad vertical tendremos:

$$\omega = -3,18.10^{11}.\ \text{sen}\alpha/[(h-2400).D_{500}.D_{1000}.C^2.\text{sen}\ \phi] \quad (19)$$

La relación (19) expresa la velocidad vertical debida a la advección en el nivel 720 mbs.

La velocidad vertical total resultante, en cualquier nivel de presión, es:

$$\omega = \omega_P + \omega_A$$

Por otra parte, también podemos poner que (2)*:

$$\omega_P + k\,\omega_A = 0, \text{ de donde } \omega_P = -k\,\omega_A \quad (20)$$

variando k entre 0,5 y 0,75. Nosotros, en principio adoptaremos el valor de K=0,6 (21).

Según lo anteriormente expuesto podemos poner que:

$$\omega = \omega_P + \omega_A = -0,6\ \omega_A + \omega_A = 0,4\ \omega_A \quad (21)$$

La velocidad vertical en una atmósfera con advección, en el nivel de presión de 720 mbs, la podemos expresar, según la relación (2), mediante la expresión:

$$\omega_{720} = 0,4\ \omega_A = 1.3.10^{11}\ \text{sen}\alpha/[(h-2400).D_{500}.D_{1000}.C^2.\text{sen}\phi] \quad (22)$$

1. VARIACION DE LA VELOCIDAD VERTICAL CON LA PRESION

Para calcular la variación de la velocidad vertical con la presión, no hay más que ver la variación de $F_1(p)/(\gamma_d - a)$ con p. Damos a continuación la siguiente tabla de valores:

p	$F_1(p)$	$\gamma_d-\alpha$	$F_1(p)/(\gamma_d-\alpha)$ (h=5640 mts)
1010	$3,8.10^{-2}$	$6,4.10^{-2}$	0,6
970	$4,2.10^{-2}$	$6,6.10^{-2}$	0,64
930	$4,5.10^{-2}$	$6,8.10^{-2}$	0,67
890	$4,8.10^{-2}$	$6,8.10^{-2}$	0,7
850	$5,0.10^{-2}$	$6,9.10^{-2}$	0,73
810	$5,1.10^{-2}$	$6,8.10^{-2}$	0,75
770	$5,2.10^{-2}$	$6,7.10^{-2}$	0,77
730	$5,2.10^{-2}$	$6,6.10^{-2}$	0,79
690	$5,2.10^{-2}$	$6,4.10^{-2}$	0,82
650	$5,2.10^{-2}$	$6,2.10^{-2}$	0,84
610	$5,1.10^{-2}$	$5,9.10^{-2}$	0,85
570	$4,9.10^{-2}$	$5,7.10^{-2}$	0,87
530	$4,8.10^{-2}$	$5,4.10^{-2}$	0,88
490	$4,6.10^{-2}$	$5,2.10^{-2}$	0,88
450	$4,4.10^{-2}$	$5,0.10^{-2}$	0,87
410	$4,1.10^{-2}$	$4,9.10^{-2}$	0,83
370	$3,9.10^{-2}$	$5,0.10^{-2}$	0,77
330	$3,6.10^{-2}$	$5,3.10^{-2}$	0,67
290	$3,3.10^{-2}$	$6,0.10^{-2}$	0,55
250	$3,1.10^{-2}$	$7,4.10^{-2}$	0,41
210	$2,8.10^{-2}$	$9,7.10^{-2}$	0,29
mbs	ºK/m	ºK/mb	mb/m

Como puede verse en la figura 1, la que corresponde con los datos expuestos anteriormente, la velocidad vertical debida a la advección tiene su máximo aproximadamente en el nivel 500 mbs. Hay que hacer notar, sin embargo, que esta gráfica corresponde a h= 5640 m.

Cuando h varía, también cambia de posición el nivel de divergencia nula, de forma que cuando h disminuye de valor, el nivel del máximo también disminuye, y cuando h aumenta también lo hace el nivel de divergencia nula.

2. APLICACION A DOS CASOS PRACTICOS

La expresión de la velocidad vertical nos dice que ésta es proporcional al producto vectorial de los vectores viento, correspondiente al nivel de 500 mbs y de 1000 mbs, e inversa-

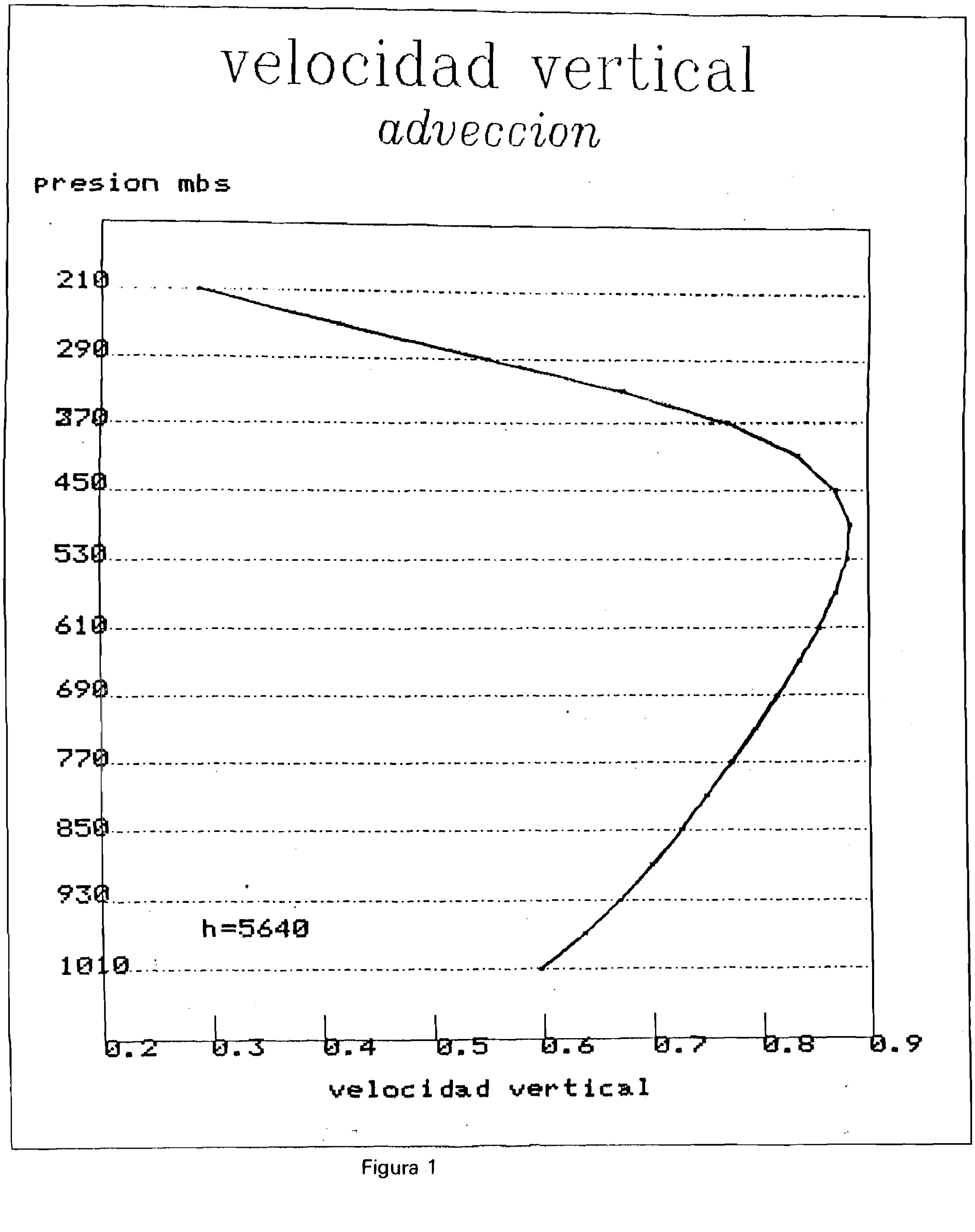
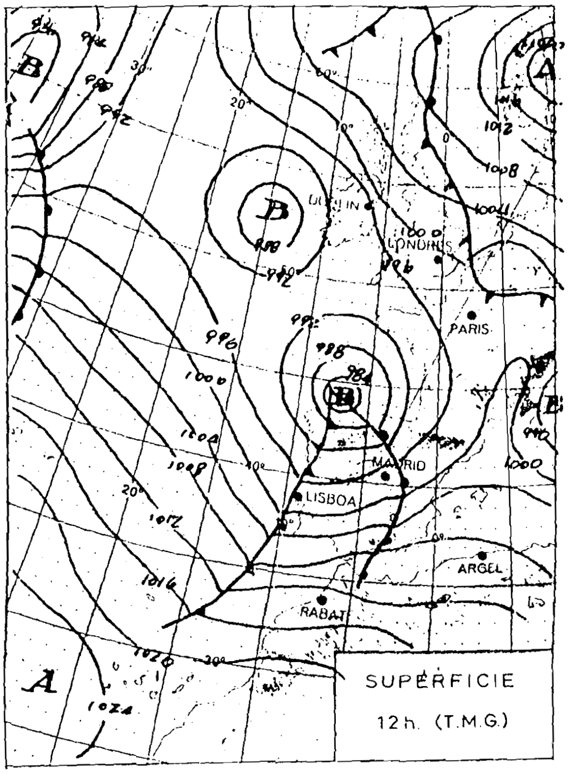

velocidad vertical
adveccion
presion mbs
210
290
370
450
530
610
690
770
850
930
1010
h=5640
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
velocidad vertical

Figura 1



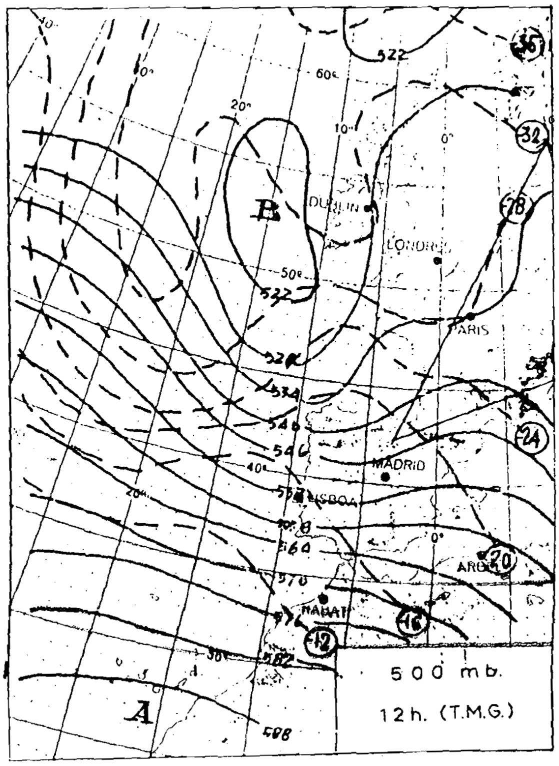
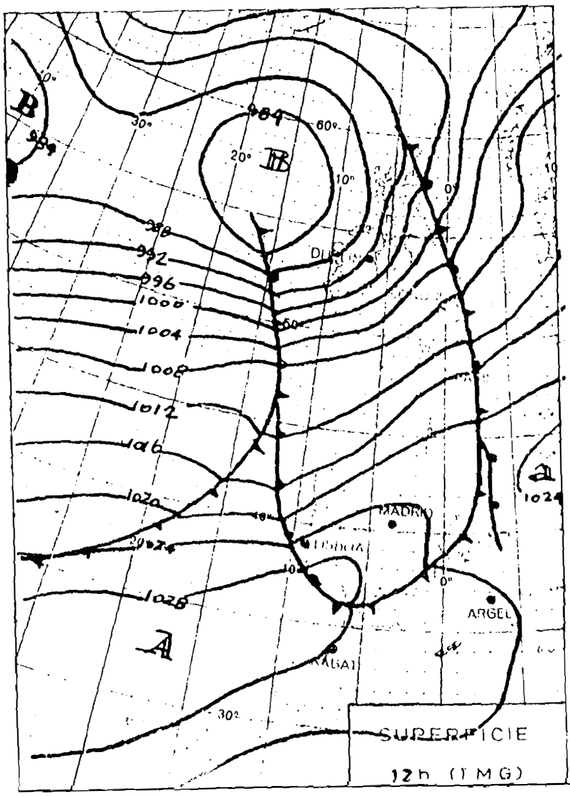
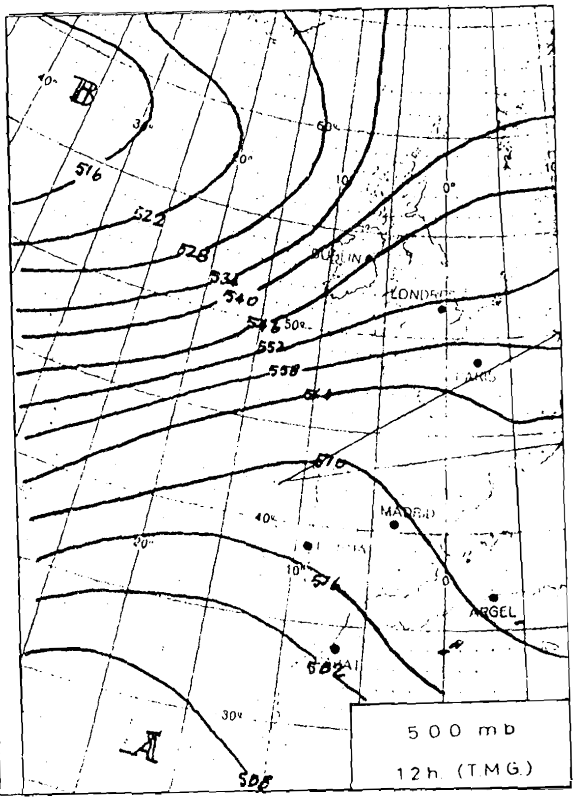


Figura 2. (12-2-66) -.5 1

Figura 3. (15-3-65) -0,6 7





mente proporcional al espesor de la capa atmosférica 500/1000. Veamos a continuación algunos casos prácticos:

En las figuras 2 y 3 tenemos dos situaciones meteorológicas correspondientes a las fechas 12 de febrero de 1966 y 15 de marzo de 1965. Los mapas sinópticos corresponden a las situaciones en superficie y en 500 mbs. Eri la primera situación, el frente cálido ha rebasado la vertiente atlántica y se encuentra sobre Aragón. En la segunda, el frente cálido se dispone a entrar en la Península Ibérica impulsado por vientos del Oeste. El frente cálido de la primera situación es más activo que el segundo, puesto que el viento en 500 mbs, correspondiente al primero, es más fuerte que en el segundo, como puede observarse en los mapas corresporiientes. Por otra parte, el seno del ángulo formado entre el viento de 1000 mbs y el de 500 mbs es mayor en el primer caso que en el segundo. El resultado es que la velocidad vertical correspondiente al primer caso es mayor que la correspondiente al segundo, o lo que es lo mismo, el primer frente cálido es más activo que el segundo. El primero arrojó sobre la meseta castellana una precipitacióri media de 9,5 l/m², mientras que el segundo sólo produjo una precipitación de 0,6 l/m².

Veamos ahora qué velocidad vertical al nivel de 720 mbs corresponde a cada uno de esos frentes cálidos en las posiciones ocupadas en el mapa.

$$\text{sen } \phi = 0{,}67 \text{ (Valladolid)} C = 375.10^5, C^2 = 1{,}4.10^{15}$$

$$\text{para el primer caso: } D_{1000} = 2.10^{-3} \text{ m., } D_{500} = 5.10^{-3} \text{ m.}$$

$$\text{sen a} = \text{sen } 41 = 0{,}66 \text{ h} = 5.496 \text{ m., y por lo tanto } o = 2{,}9.10^{-3} \text{ mbs/seg.}$$

en el segundo caso: $D_{1000} = 5.10^{-3}$ m., $D_{500} = 14 \times 10^{-3}$ mts, sen a = sen 20° = 0.34 h = 5.579 m., y por lo tanto:

$$\omega = 1.2.10^{-4} \text{ mbs/seg.}$$

BIBLIOGRAFIA

(1) RAOUL BRICARD: Le *calcul vectoriel, pp. 27 y 28.*
(2) GEORGE J. HALTINER, Ph. D.: *Numerical Weather Prediction,* p. 130.