

MODELO UNIDIMENSIONAL DE DESARROLLO CONVECTIVO

Ricardo Riosalido Alonso

(Servicio de Técnicas de Análisis y Predicción, S.T.A.P.; -INM-)

RESUMEN

Se presenta un modelo unidimensional, lagrangiano y estacionario para estudiar el ascenso de una burbuja teniendo en cuenta los efectos de: mezcla con el aire ambiente, arrastre del agua condensada, y congelación del agua líquida en la burbuja. El modelo proporciona los perfiles de temperatura, contenido de agua y velocidad vertical de la burbuja entre la base (nivel de condensación) y la cima de la nube. Los experimentos de sensibilidad muestran cómo el radio de la burbuja resulta ser un factor fundamental que hace difícil la aplicación operativa, en términos determinísticos del modelo so pena de que antes se calibre localmente. En consecuencia, se propone un método que permite su uso operativo en predicción en base a una interpretación probabilística de los resultados de un conjunto de integraciones.

1. Introducción.

En el trabajo operativo diario, y sobre todo en el caso de predicción de tormentas en primavera/verano, resulta muy habitual el análisis de estabilidad mediante la teoría clásica de la burbuja (ascenso pseudoadiabático) sobre un sondeo termodinámico, así como el uso de diversos índices de inestabilidad. Ambos métodos presentan deficiencias importantes; así, el ascenso pseudoadiabático no tiene en cuenta factores que pueden ser muy importantes como la mezcla con el aire ambiente, ni los efectos derivados del arrastre del agua condensada como puede ser la posible congelación del agua líquida. Por su parte, los índices de inestabilidad sólo utilizan información de dos o, a lo sumo, tres niveles, por lo que resultan bastante limitados. Además, ninguno de los dos casos tienen en cuenta el detalle del perfil de humedad ambiente a lo largo de la vertical.

La postulación por parte de *Stommel (1947)* de la teoría del "Entrainment", en la que parte del aire ambiente se mezcla con la burbuja, dio lugar al desarrollo de los primeros modelos unidimensionales (1-D) en la década de los 50. Posteriormente en los 60 se usaron mucho este tipo de modelos en proyectos de siembra artificial de nubes; así, *Simpson (1969)* utilizó los modelos EMB65 y EMB68 dentro del proyecto Stormfury. Otros modelos desarrollados fueron los de *Weinstein (1969)* en la Universidad de Pennsylvania, *Hirsch (1971)*, etc. También se han usado como esquema de parametrización de la convección en modelos numéricos (*Anthes, 1976*), y con fines operativos para la predicción de tormentas y granizo, como por ejemplo: *Mezeix (1976)*, *Crum (1983)*, *Aleksic (1991)*.

Este trabajo tiene por objeto presentar un modelo 1-D sencillo que tenga en cuenta los

factores antes mencionados que sean de aplicación práctica a la predicción de la convección en general y de tormentas de masa de aire en particular.

2. Ecuaciones del modelo.

Nos proponemos estudiar la evolución lagrangiana de una burbuja de aire saturado que asciende en el seno de la atmósfera. Al contrario que en la teoría pseudoadiabática, consideraremos que en su ascenso existe un intercambio de masa con el aire ambiente, es decir, una mezcla. El efecto neto de esta mezcla será el de una reducción de la flotabilidad de la burbuja, ya que, por un lado al mezclarse con aire ambiente más frío, disminuirá la temperatura de ésta; además, al no estar saturado el aire ambiente, será necesario en general evaporar parte del agua líquida de la burbuja para seguir manteniendo su saturación.

El ritmo con que la burbuja incorpora aire ambiente en su recorrido, o bien la variación relativa de masa de la burbuja se suele expresar mediante el llamado coeficiente de "entrainment" o de mezcla:

$$\mu = \frac{1}{m} \frac{dm}{dz} \quad [1]$$

donde m es la masa de la burbuja y z el desplazamiento vertical. Experimentos de laboratorio han determinado que este coeficiente resulta inversamente proporcional al radio de la burbuja, en concreto, se suele utilizar

$$\mu = \frac{k}{R} = \frac{0,2}{R} \quad [2]$$

donde R es el radio de la burbuja y k una constante que varía en función del tipo de burbuja que se considere. Así pues, vemos que cuanto más pequeña sea la burbuja inicial (menor radio), mayor es el efecto negativo que sobre su flotabilidad tendrá la mezcla con el aire ambiente.

Otro aspecto en que se diferencia el modelo de la teoría pseudoadiabática, es que el agua condensada no es eliminada inmediatamente, sino que es arrastrada por la burbuja en su movimiento, produciendo por tanto también una reducción de la flotabilidad debido al peso adicional del agua condensada.

Por último, el tercer efecto considerado es el de la congelación del agua líquida, es decir, el

agua que transporta la burbuja puede alcanzar el nivel de congelación y pasar a fase de hielo, lo cual produce una liberación extra de calor latente que resulta absorbido por la burbuja aumentando su temperatura y por tanto su flotabilidad.

En definitiva, el modelo necesita de tres ecuaciones, una ecuación que nos describa la evolución de la burbuja (termodinámica) [3], otra para su contenido de agua líquida [4] y por último la ecuación para la energía cinética.

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\mu \left[(T - T') + \frac{L}{C_p} (r_s - r') \right] + \frac{L}{C_p} \left[1 + \frac{L}{r} \frac{r_s}{T} \right]}{1 + \frac{\epsilon L^2 r_s}{C_p R T^2}} \quad [3]$$

$$\frac{dQ}{dz} = - \frac{dr_s}{dz} - \mu (r_s - r' + Q) \quad [4]$$

$$\frac{1}{2} \frac{dw^2}{dz} = g \left[\frac{T_v - T'_v}{T'_v} - Q \right] - \mu w^2 \quad [5]$$

Estas ecuaciones, junto con la ecuación de Clausius que nos relaciona e_s (y por tanto r_s) con T , forman un conjunto de ecuaciones de diagnóstico que es preciso resolver para obtener la temperatura (T), velocidad vertical (w) y contenido de agua líquida de la burbuja (Q) en su trayectoria ascendente. Las variables con primas (T' , T'_v , r') representan los valores de temperatura, temperatura virtual y proporción de mezcla del aire ambiente.

3. Aplicación del modelo.

Para la aplicación del modelo supondremos la atmósfera dividida en estratos de espesor $Dz = cte$ y conocidos los valores de las variables de la burbuja en el nivel i (T_i , w_i , y Q_i) y del ambiente en todos los niveles (T' ; r'), se procede al cálculo de los valores de la burbuja en el nivel $i+1$ (T_{i+1} , w_{i+1} , y Q_{i+1}) aplicando las ecuaciones anteriores en diferencias finitas progresivas mediante los siguientes pasos:

- a) Cálculo de la temperatura de la burbuja en el nivel $i+1$:

La ecuación [3] puede expresarse en forma de diferencias finitas progresivas, pero resulta mucho más interesante calcular T_{i+1} por pasos descomponiendo el proceso físico en tres etapas (Fig. 1):

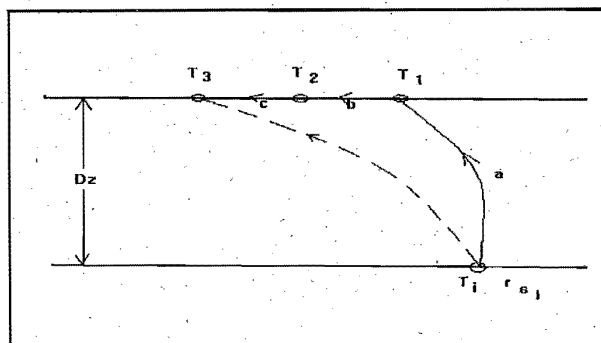


Figura 1.- Cálculo de la temperatura de la burbuja

a.1) cálculo del enfriamiento por ascenso adiabático:

$$T_1 = T_i - \left[\frac{\frac{g\Delta z}{C_p} \left(1 + \frac{r_{si}L}{RT_i} \right)}{1 + \frac{\epsilon L_e^2 r_{si}}{C_p RT_i^2}} \right] \quad [6]$$

una vez conocida la temperatura de la burbuja, se calcula su proporción de mezcla saturante:

$$r_{s1} = r_s(T_1) \quad [7]$$

a.2) en el nivel i+1 se produce la mezcla isobárica con aire ambiente a temperatura T'_{i+1} y proporción de mezcla r'_{i+1} . La temperatura y proporción de mezcla final vendrá dada por:

$$T_2 = \frac{T_1 + T'_{i+1} \mu \Delta z}{1 + \mu \Delta z} \quad [8]$$

$$r_2 = \frac{r_{s1} + r'_{i+1} \mu \Delta z}{1 + \mu \Delta z} \quad [9]$$

a.3) por último calculamos la temperatura final debido al enfriamiento producido al evaporar parte del agua líquida para resaturar la burbuja:

$$T_{i+1} = T_2 - \frac{L}{C_p} (r_{si+1} - r_2) \quad [10]$$

ecuación que se resuelve mediante un proceso iterativo ya que

$$r_{si+1} = r_s(T_{i+1}) \quad [11]$$

b) Cálculo del contenido de agua líquida de la burbuja:

Discretizando la ecuación [4] en diferencias finitas progresivas se obtiene:

$$Q_{i+1} = r_i - r_{i+1} - \mu \Delta z (r_i - r'_i) + (1 + \mu \Delta z) Q_i \quad [12]$$

que nos da el contenido de agua líquida de la burbuja en el nivel i+1.

c) Cálculo de la velocidad vertical:

La integración de la ecuación de la energía cinética [5] se hace mediante un cambio de variable

$$w^2 - \frac{g}{\mu} B = \chi \quad [13]$$

y discretizando la ecuación obtenida y deshaciendo el cambio de variable se obtiene la expresión para la velocidad vertical de la burbuja en el nivel i+1:

$$w_{i+1} = \sqrt{(1 - 2\mu\Delta z) w_i^2 + 2g\Delta z B_i} \quad [14]$$

donde B_i es el empuje (*bouyancy*) por unidad de masa en el nivel i:

$$B_i = \frac{T_{vi} - T'_{vi}}{T_{vi}} - Q_i \quad [15]$$

d) Inclusión de la fase sólida:

Supondremos que cuando la burbuja en un nivel i alcanza una cierta temperatura (T_g), todo el agua líquida que arrastra pasa a fase de hielo, lo cual dará lugar a la liberación de una cierta cantidad de calor $L_f Q_i$, el cual producirá un aumento de temperatura de la burbuja que incidirá en un mayor empuje ascensional. Además, la burbuja, que se encontraba inicialmente saturada respecto del agua, estará ahora sobresaturada respecto al hielo, con lo que parte del vapor se sublimará dando lugar a una nueva liberación de calor latente, en definitiva:

$$C_p \Delta T = L_f Q_i + L_s (r - r') \quad [16]$$

donde

$$\Delta T = T^* - T ; r = r_{\text{sagua}}(T) ; r' = r_{\text{shielo}}(T^*) \quad [17]$$

Es decir, la temperatura final de la burbuja será:

$$T^* = T + \frac{L_f}{C_p} Q_i + \frac{L_s}{C_p} [(r_{\text{sa}}(T) - r_{\text{sh}}(T^*))] \quad [18]$$

como $r_{\text{sh}}(T^*)$ es una función de T^* , es necesario utilizar un procedimiento iterativo para el cálculo de T^* . A partir del momento en que la burbuja alcanza el punto de congelación, tendremos un equilibrio hielo-vapor, por lo que se utilizará L_s en el resto de los cálculos.

La aplicación práctica del modelo se realiza a partir de un sondeo termodinámico mediante los siguientes pasos:

1) Con los datos del sondeo termodinámico se interpolan los valores de T' , r' y P en una malla regular espaciada 200 metros y se calcula la temperatura virtual ambiente (T') en cada punto de la malla.

2) Se inicializa el modelo a partir del nivel de condensación con las siguientes condiciones iniciales para la burbuja:

$$T = T' \quad r = r_s(T') \quad w_0 = \text{cte} \quad \text{y} \quad Q = 0$$

3) Conocidos los datos de la burbuja en el nivel i , se calculan mediante las expresiones anteriores en el nivel $i+1$, obteniéndose así los perfiles de

$$T = T(z) \quad r = r(z) \quad w = w(z) \quad \text{y} \quad Q = Q(z)$$

en la burbuja. El proceso continúa hasta que la velocidad vertical de la burbuja tiende a cero, nivel

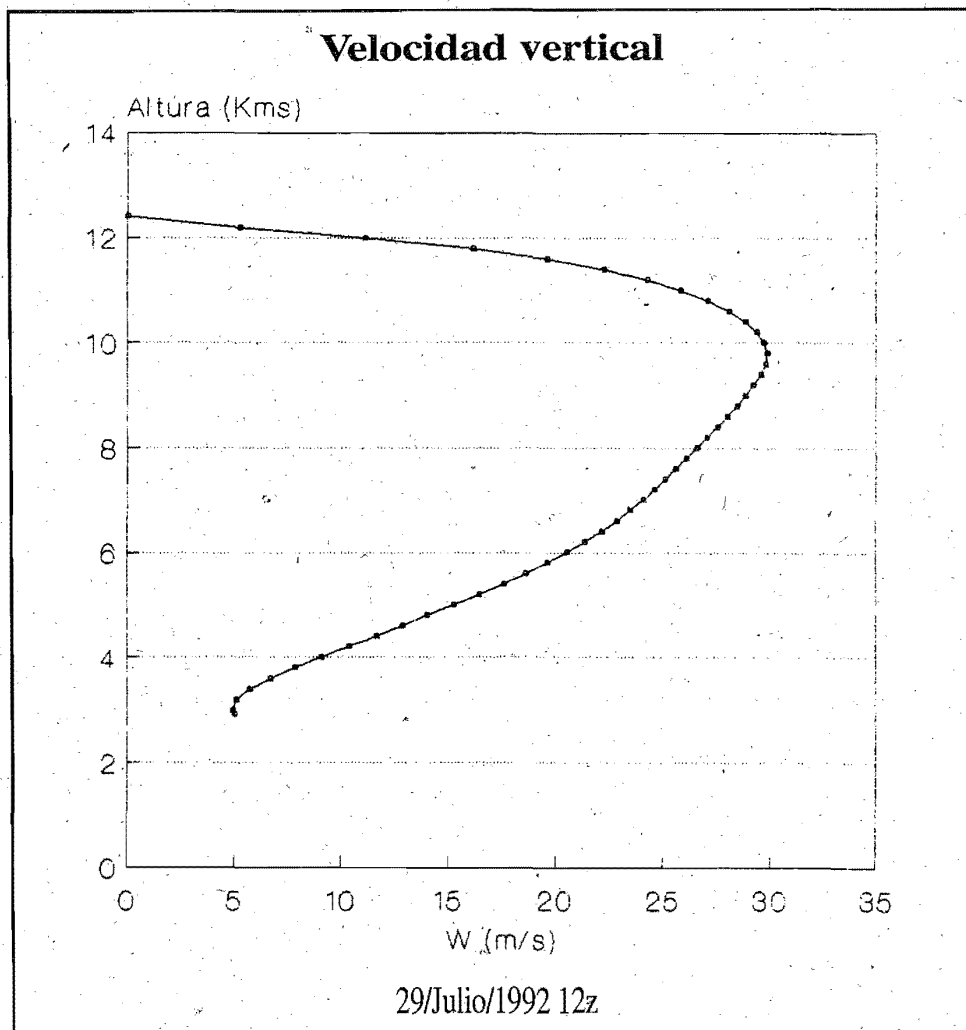


Figura 2

éste que se considera como el límite de ascenso de la burbuja, y por tanto como cima de la posible nube.

4) Se limita a 5 g/kg el contenido máximo de agua líquida en la burbuja (Q); por encima de este valor, se elimina en forma de precipitación.

5) Cuando la burbuja alcanza el nivel de congelación toda el agua líquida de la nube pasa a fase de hielo (hemos tomado inicialmente $T_g = -5^\circ\text{C}$).

El resultado del modelo son los perfiles $T(z)$, $w(z)$ y $Q(z)$ para la burbuja en su ascenso. En la Figura 2 se presenta un ejemplo de perfil de w proporcionado por el modelo inicializado con el sondeo de Madrid del 29 de julio de 1992 a 12Z.

4. Sensibilidad del modelo a diferentes parámetros.

En la formulación del modelo existe una serie de parámetros, tales como el radio de la burbuja y la velocidad vertical inicial que no se conocen en la práctica y por tanto han de estimarse, siendo por tanto necesario estudiar la sensibilidad del modelo a estos parámetros.

4.1. Velocidad vertical inicial.

La velocidad vertical inicial que se le da a la burbuja en el nivel de condensación no resulta ser un parámetro excesivamente importante tal y como lo demuestra la Fig. 3 en la que se han representado los perfiles de w para diferentes valores iniciales de w_0 desde 1 a 10 m/s para el mismo caso de la Fig. 2. En general se ha encontrado que sólo tiene importancia durante el primer par de kilómetros de ascenso convergiendo rápidamente hacia un perfil único. Únicamente en algunos casos extremos los resultados pueden variar si, por ejemplo, inmediatamente por encima del nivel de condensación existe una capa estable o inversión poco profunda de manera que la burbuja sea capaz de atravesarla por efecto de la inercia para una velocidad suficientemente alta. Tomaremos en general como velocidad inicial la de 5 m/s.

4.2. Efecto del radio de la burbuja.

Éste es el factor más importante de incertidumbre del modelo, ya que la evolución de la burbuja depende mucho del radio inicial, debido a que el efecto de mezcla con el aire ambiente es

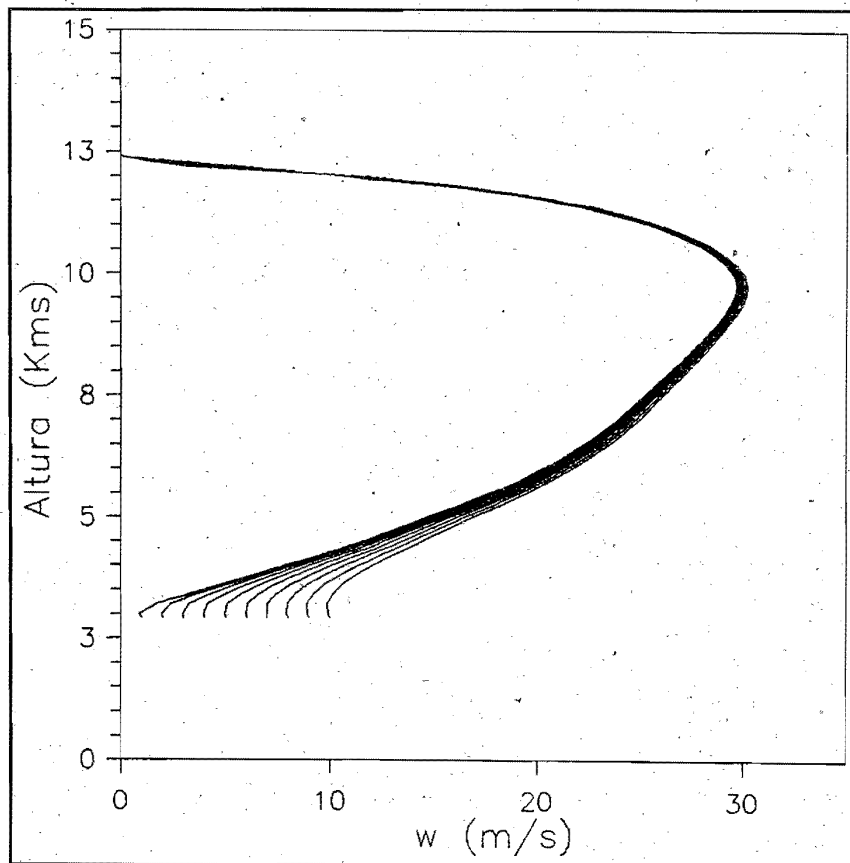


Figura 3

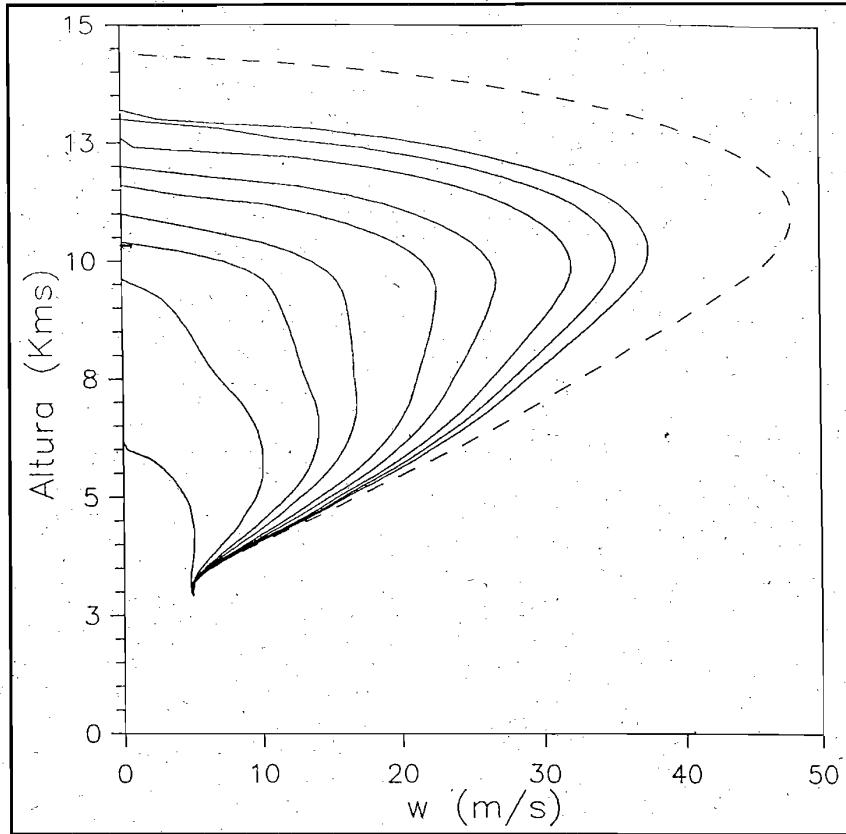


Figura 4

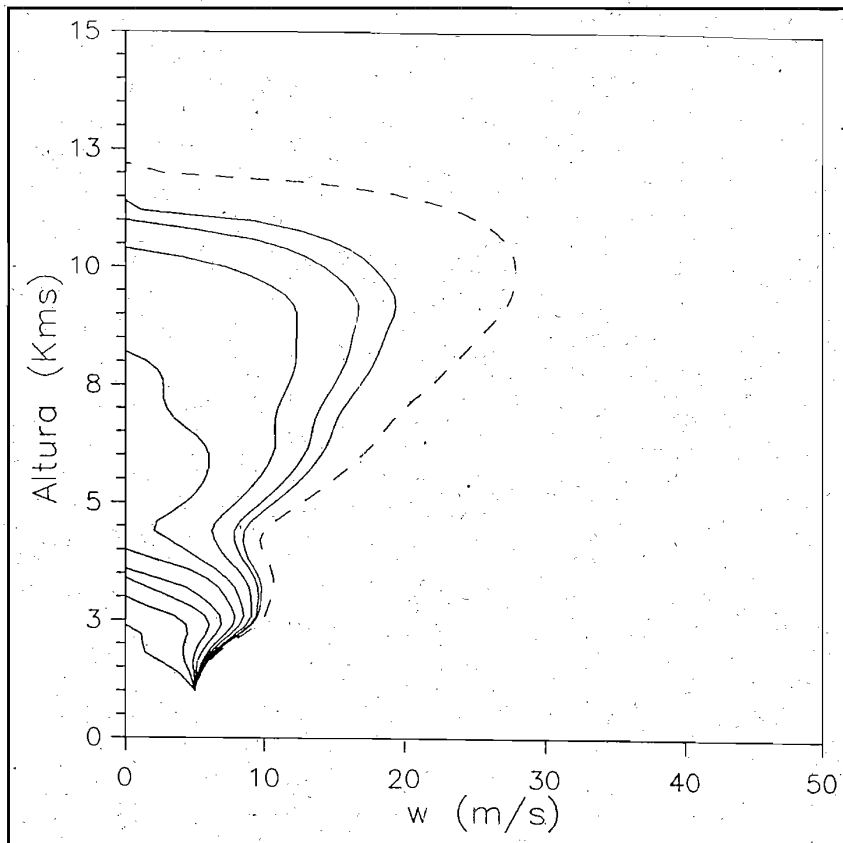


Figura 5

inversamente proporcional a este radio y se pueden obtener desarrollos muy diferentes según se consideren diferentes radios iniciales, como por ejemplo se puede apreciar en las Figuras 4 (29 de julio de 1992 a 12Z) y 5 (17 de junio de 1992 a 12Z). Además, en muchas ocasiones parece existir una especie de radio crítico o mínimo, por debajo del cual no son posibles los desarrollos, mientras que para radios mayores la burbuja es capaz de alcanzar desarrollos importantes. Esto está ligado, además de al perfil del sondeo, a que la burbuja sea capaz o no de alcanzar el nivel de congelación.

4.3. Efecto de la congelación.

También presenta una importancia decisiva. El que la nube o burbuja alcance o no el nivel de congelación significa que el desarrollo de ésta pueda verse cortado o por el contrario potenciado debido al empuje adicional proporcionado por la liberación de calor latente (Fig. 6) (17 de junio de 1992). La temperatura a la que se considera la congelación supone otra indeterminación ya que el modelo no considera una microfísica detallada (al contrario de los utilizados para experimentos de siembra de nubes).

En definitiva, existen suficientes incertidumbres en la parametrización del modelo que en principio parece difícil su aplicación práctica con fines de predicción, so pena que se proceda previamente a una adecuada calibración local de éste (Achy, 1980; Aleksic, 1991).

5. Posible uso probabilístico del modelo.

Independientemente de la calibración local del modelo, es posible utilizarlo de manera operativa desde un punto de vista probabilístico. Por ejemplo, la Fig. 7a representa la cima de las nubes proporcionadas por el modelo para el 29 de julio de 1992 y diferentes radios de burbuja, en ella se puede apreciar como aún incluso para radios pequeños el modelo proporciona desarrollos importantes. Por el contrario, la Fig. 7b nos presenta otro día (17 de junio de 1992) en que tan sólo para radios de burbuja superiores a un valor crítico (en este caso 2.000 m) son posibles estos desarrollos. Para verificar esto y al no disponer de datos de archivo radar, se han utilizado las imágenes IR del Meteosat comprendidas entre las 12 y 18Z. De ellas se ha extraído, para cada pixel en un círculo de 240 km alrededor de Madrid, la temperatura de

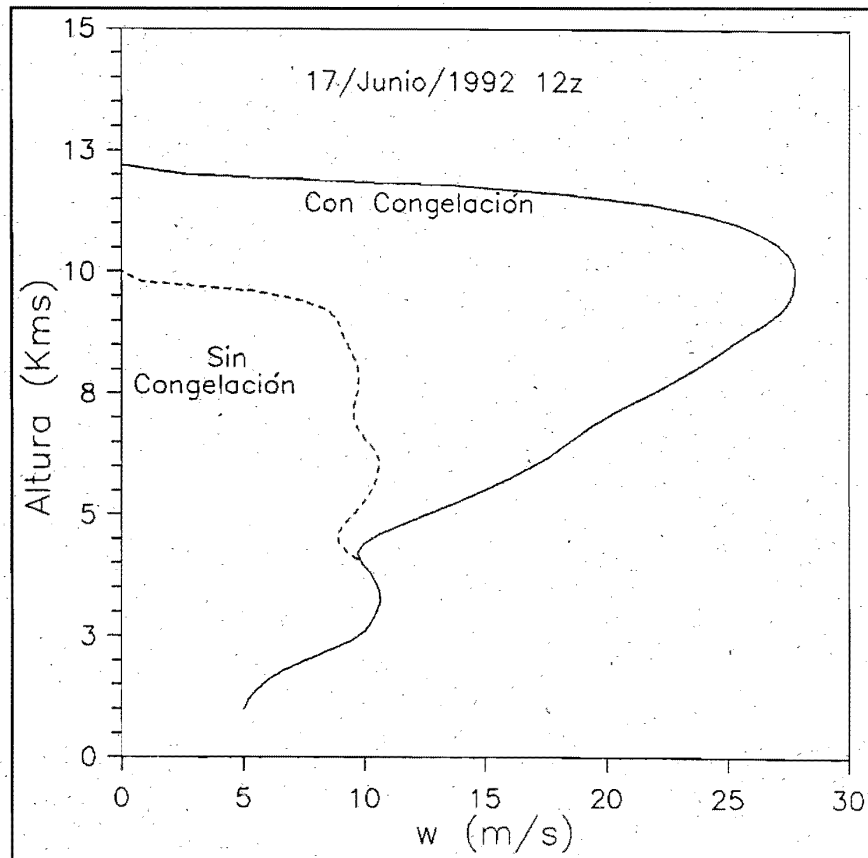


Figura 6

III SIMPOSIO NACIONAL DE PREDICCIÓN

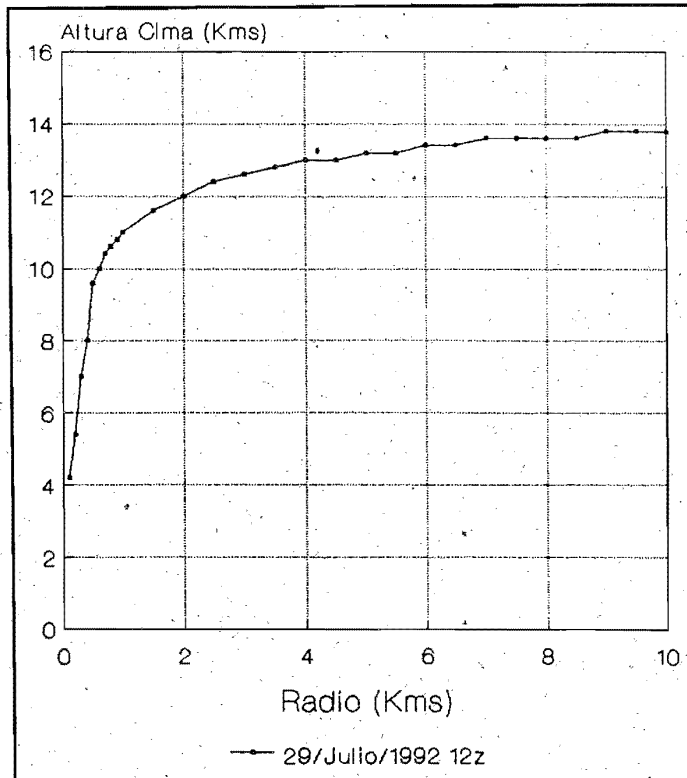


Figura 7.a

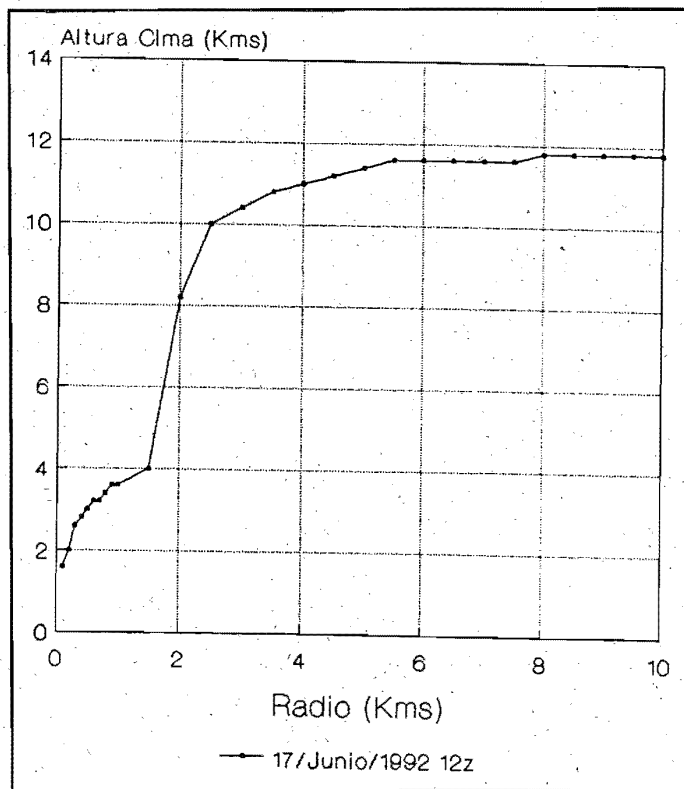


Figura 7.b

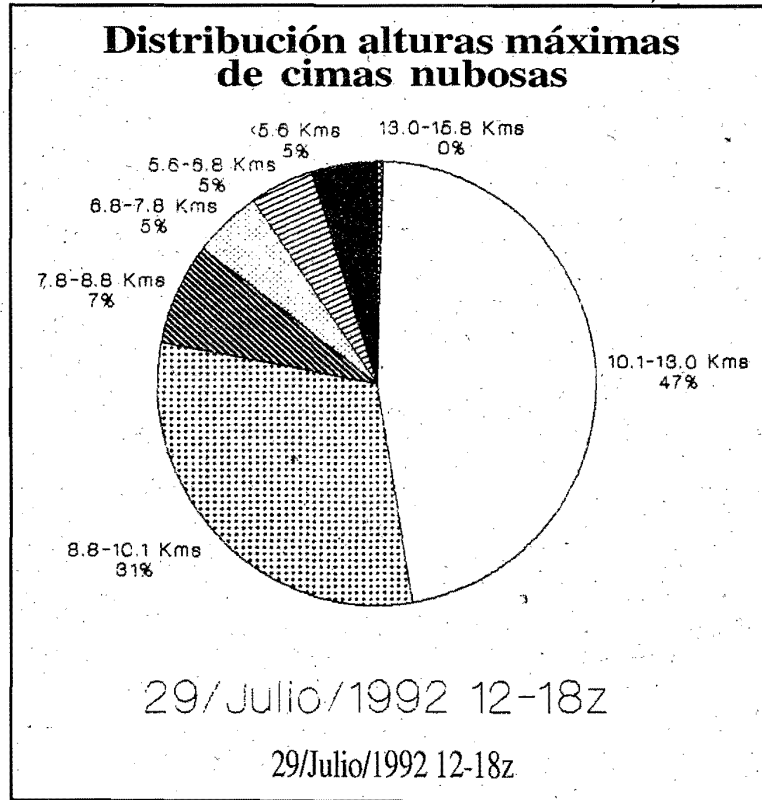


Figura 8.a

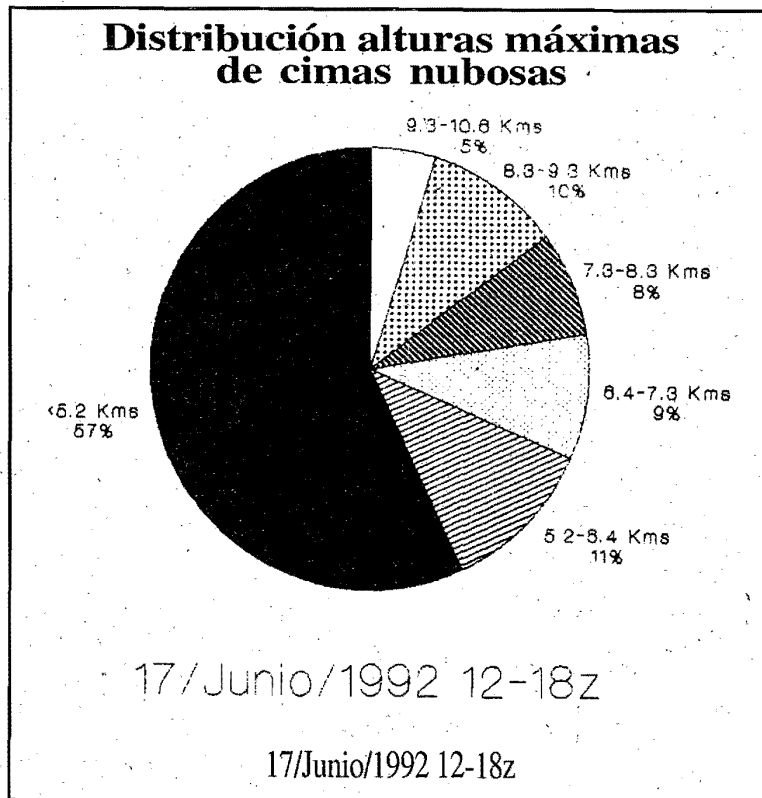


Figura 8.b

brillo mínima registrada en ese período, temperatura que se ha convertido a altura máxima de cima de nubes usando el propio radiosondeo de Madrid. Con estos datos se ha calculado el porcentaje de áreas cubiertas por nubes con cimas entre diferentes intervalos de altura, resultados que se muestran en las Figs. 8a y b. En ellas se puede apreciar cómo el día 29 de julio de 1992 (Fig. 8a) el 47% del área (cerca de 92.000 km²) alcanzó cimas entre 10 y 13 km de altura y tan sólo un 5% no tuvo desarrollos ($\delta < 5$ km). Por el contrario, el día 17 de junio de 1992 (Fig. 8b) el área sin desarrollos ($\delta < 5,2$ km) fue del 57% y tan sólo un 15% superó los 8 km de altura de cima de nubes.

Estos gráficos ponen de manifiesto cómo parece posible proceder a un uso operativo en términos probabilísticos del modelo. Para ello, podemos suponer una población inicial de perturbaciones (o burbujas) de diferentes radios (en la que las más pequeñas serían las más numerosas). Mediante la aplicación del modelo a esta población inicial se obtendría una distribución de probabilidades de diferentes desarrollos, probabilidades que expresadas en forma similar a la Fig. 9 nos representarían la probabilidad de alcanzar diferentes desarrollos en un punto cualquiera del área considerada.

De hecho, esta aproximación es bastante coherente para el caso de convección térmica en primavera-verano; es de suponer que a lo largo del día y por efecto del calentamiento diurno junto con otros efectos locales, se produzcan perturbaciones (burbujas) de diferentes magnitudes capaces de producir diferentes desarrollos. Este método, una vez calibrado podría aportar una información más válida al predictor que cualquier sencillo índice de inestabilidad.

Conclusiones.

Se ha desarrollado un modelo unidimensional muy sencillo de convección que contempla factores no incluidos en la teoría clásica de la

burbuja (mezcla, arrastre del agua condensada y congelación del agua líquida), así como el perfil completo de temperatura y humedad del sondeo. La gran sensibilidad que este modelo presenta al radio de la burbuja que se considere lo hace difícil de aplicación práctica sin contar con una calibración previa. Se propone por último una posible utilización en términos probabilísticos en base a considerar una población o distribución de perturbaciones de diferentes radios y obtener una distribución de probabilidades de diferentes desarrollos (*ensemble production*) lo cual proporcionaría una mayor información al predictor de la que proporcionan los índices clásicos de inestabilidad.

Referencias.

- Aleksic, N. y otros (1991). *Forecasting of convective activity using a one-dimensional steady-state cloud model. Monthly Wea. Rev.*, vol. 119, pp. 3.099-3.110.
- Anthes, R. A. (1976). *A cumulus parametrization scheme utilizing a one-dimensional cloud model. Monthly Wea. Rev.*, vol. 105, pp. 270-286.
- Crum, T. D.; Cahir, J. J. (1983). *Experiments in shower-top forecasting using an interactive one-dimensional cloud model. Monthly Wea. Rev.*, 111, no. 4.
- Hirsch, J. H. (1971). *Computer modelling of cumulus clouds during project cloud catcher. Inst. of Atmos. Sciences. South Dakota School of Mines and Technology. Rep. no. 71-7, 61 pp. (NTIS PB-281028/AS).*
- Mezeix, J. F. (1976). *Détermination indirecte pour les orages à grêle du coefficient d'entraînement de l'air convectif à partir de la mesure des précipitations orageuses au sol. J. Rech. Atm.*, vol. X, num. 2, 77-86.
- Simpson, J.; Wiggert, V. (1969). *Models of precipitating cumulus towers. Mon. Wea. Rev.*, 97, no. 7, pp. 471-489.
- Stommel, H. (1947). *Entrainment of air into cumulus clouds. J. Meteor.*, 4, pp. 91-94.
- Weinstein, A. I.; MacCraedy, Jr. (1969). *An isolated cumulus cloud modification project. J. of Appl. Meteor.* Vol. 8, pp. 936-947.