

PREDICCIÓN ESTADÍSTICA LOCAL MEDIANTE ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Guillermo Ballester Valor

(O.M.D. de la Base Aérea de Armilla, Granada; -INM-)

RESUMEN

En este trabajo se ilustra una posible aplicación del análisis discriminante a la predicción local de determinados fenómenos meteorológicos. El estudio está basado en un banco de datos de partes METAR y SYNOP. Clasificando cada día por sus características meteorológicas, en la fase operativa se obtiene la probabilidad de que el día que comienza pertenezca a una de estas clases predefinidas. Los resultados obtenidos en los experimentos indican que puede constituir una primera guía útil al predictor, sobre todo por la información climatológica que se ofrece.

1. Introducción.

La experiencia es una de las herramientas esenciales del predictor. La formación científica y técnica es absolutamente necesaria, pero cuando se aborda por primera vez la predicción operativa el predictor se siente desorientado. Los años de experiencia en la predicción de una determinada zona aumentan la calidad de las predicciones, sobre todo en aquellos aspectos en que las características locales son determinantes. Por lo general, al comienzo de cualquier predicción, se estudian las observaciones, análisis, productos de modelos numéricos o cualquier otra información disponible. En la acomodación de las reglas y técnicas generales de predicción a cada lugar, el conocimiento de la historia de lo que allí ha ocurrido es muy importante.

La integración temporal suele hacerse con estudios climatológicos específicos, de forma que

no se precise una dilatada vivencia en la predicción. Pero a veces la premura del tiempo, la falta de trabajos climatológicos adecuados, o la simple rutina, llevan al predictor a recurrir a la memoria y la experiencia personal, y ésta es imperfecta. Sería deseable, por tanto, un procedimiento rápido que ante un problema concreto analizara el banco de datos y diera una referencia de lo que ocurrió en ocasiones semejantes a la presente. Evidentemente, esto sólo puede ser una referencia para el predictor, pero como punto de partida es útil.

En otras ocasiones, ante determinados fenómenos, descubrimos casualmente que unos predictores funcionan mejor que otros, pero ignoramos la existencia de otros más adecuados. Las técnicas estadísticas que extraen el conjunto de predictores más útiles para cada problema (ejemplo de ello es el MOS) se hacen necesarias, con ellas a veces se arroja algo de luz sobre la física y casuística de los fenómenos.

Este trabajo es fruto de la búsqueda de un procedimiento que emule la forma de pronosticar "a lo pastor", es decir, que recurra a la memoria de muchos años, que busque los mejores predictores o indicios para cada problema y que ofrezca un pronóstico local por analogía con situaciones semejantes. Insistimos, con ello sólo se pretende dar una guía al predictor para modelar localmente los pronósticos basados en los modelos numéricos u otras herramientas.

Debido a la celebración de los Juegos Olímpicos de Barcelona, y para comprobar su posible utilidad, se utilizó el banco de datos del Aeropuerto del Prat de Barcelona. Este banco consta de los partes aeronáuticos METAR, con frecuencia semihoraria desde 1978 hasta 1991 durante los meses de julio y agosto.

También se han utilizado datos de Barajas para ensayar esta técnica en otra localidad.

2. Metodología empleada.

La técnica utilizada se describe perfectamente en (Miller, 1977). En esencia consta de tres fases, la primera de ellas en una selección de predictores, la segunda constituye el análisis discriminante propiamente dicho. La tercera fase es la operativa, una vez halladas las funciones discriminantes, de forma interactiva con el predictor se ofrece una predicción estadística. A continuación se ilustra cada uno de estos pasos.

2.1. Selección de predictores.

Dado el tipo de predicción requerido para los Juegos Olímpicos, el programa utiliza como predictores la información contenida entre las 21Z del día anterior y las 03Z, y con ella elabora la

predicción que puede abarcar desde las 03,00 hasta las 24,00Z. En la Figura 1 se muestra un diagrama de tiempos con los posibles predictores y predictandos.

Los predictores se seleccionan de un total de 34, unos se refieren a datos de unas horas concretas (por conveniencia se han elegido las sinópticas 21, 00 y 03), y otros a fenómenos que ocurren entre las 21 y 03Z. En la tabla I se muestra el conjunto de tales predictores.

Tabla I

Horas sinópticas 21, 00 y 03Z (9x3 predictores):

- 1) Componente X (E) del viento (Kt)
- 2) Componente Y (N) del viento (Kt)
- 3) Velocidad del viento
- 4) Visibilidad (en km)
- 5) Nubosidad total (octas)
- 6) Altura capa baja (hft)
- 7) Temperatura (°C)
- 8) Depresión del punto de rocío
- 9) Presión (QNH)

Para todo el período (21-03Z):

- 28) ¿Observados Cb? (0 = no, 1 = sí)
- 29) ¿Viento racheado?
- 30) ¿Niebla?
- 31) ¿Visibilidad > 10 km?
- 32) ¿Precipitación?
- 33) ¿Chubasco?
- 34) ¿Tormenta?

La rutina puede operar en varios modos. Puede seleccionar sólo aquellos predictores que sean significativos (Miller, 1961), no hacer selección y utilizarlos todos, o seleccionar un número prefijado de predictores.

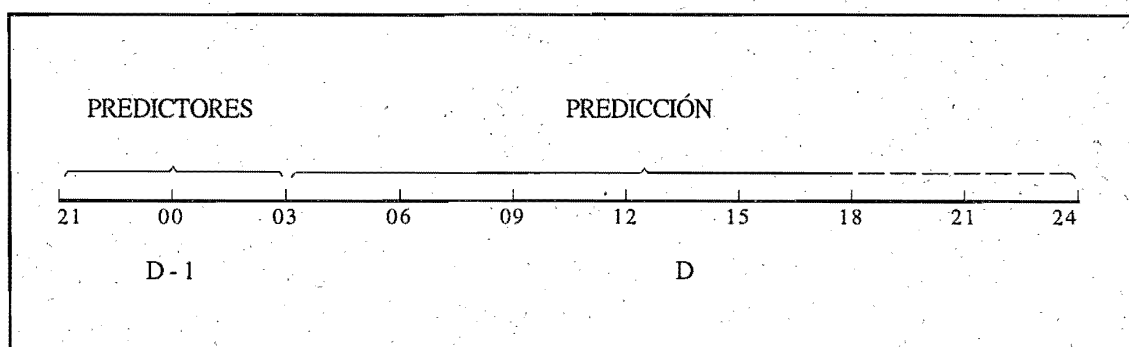


Figura 1.- Diagrama horario de las ventanas en que se toman los predictores y los predictandos

2.2. Análisis discriminante.

En la Figura 2 se muestra un diagrama de los bloques esenciales del programa.

La fase de desarrollo consiste en definir las clases, preparar el banco de datos y ejecutar el programa de análisis discriminante CLIMAD. A

los productos típicos de este análisis, se añaden la climatología de las clases y un calendario de ocurrencia de las mismas, un ejemplo de los cuales se muestra en la Figura 3.

Si se establece una selección de predictores resulta interesante conocer cuáles son los predictores más significativos (ver Figura 4).

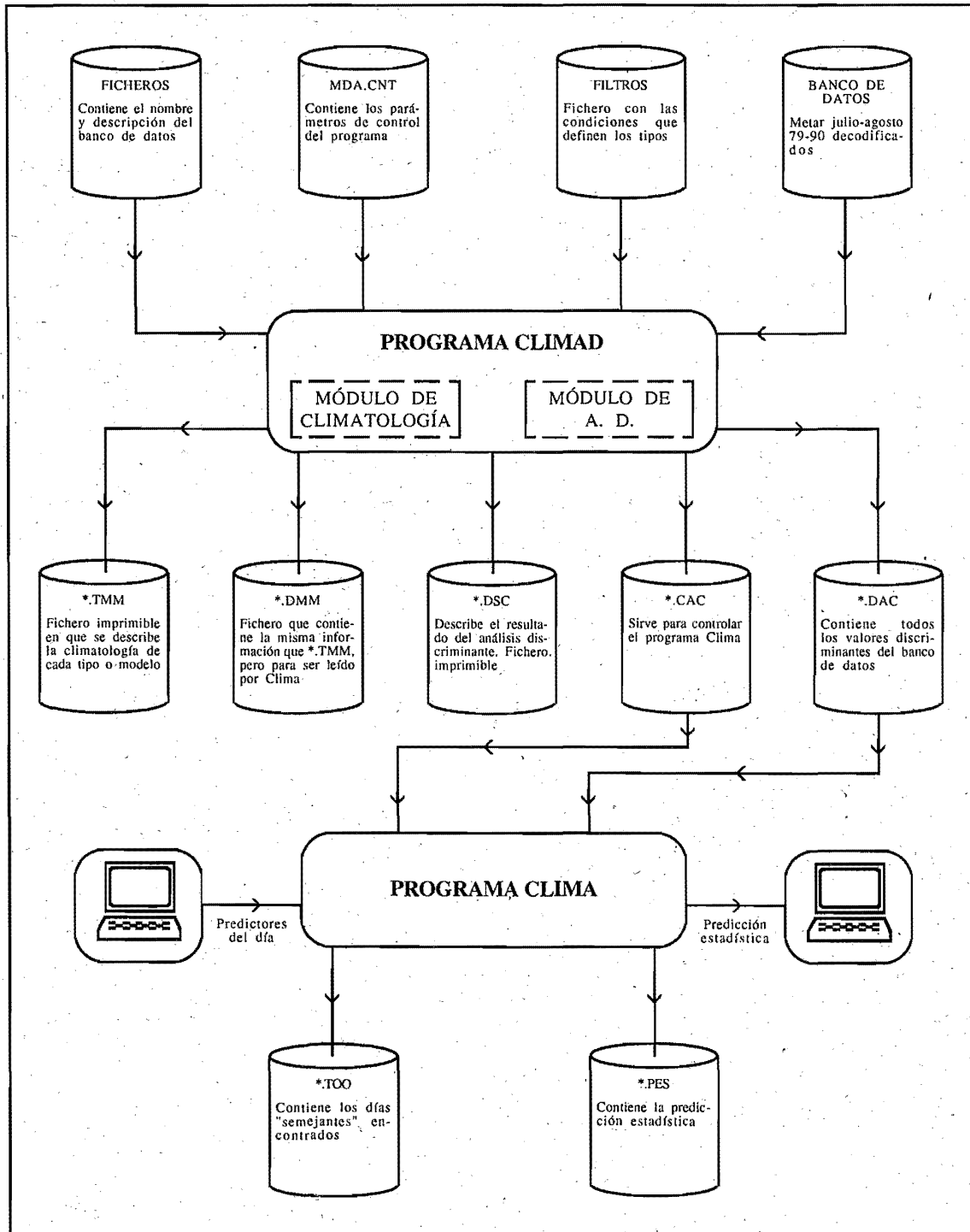


Figura 2.- Diagrama de bloques representativos de método

III SIMPOSIO NACIONAL DE PREDICCIÓN

2.3. Fase operativa.

Con los resultados obtenidos en la fase de desarrollo, el programa CLIMA pregunta los valores concretos del día de los predictores seleccionados. El resultado es una probabilidad de ocurrencia para cada clase prefijada (ver Figura 5). También se tiene información de los días del banco de datos que más se asemejan (según las funciones discriminantes encontradas).

a las observadas (fidelidad) y por su capacidad de detectar situaciones con frecuencias observadas distintas (resolución) (Stansky y otros, 1989). El error cuadrático medio entre las probabilidades predichas y las observaciones, denominado Brier Score (BS) (Brier, 1950), es también un factor decisivo. Murphy estableció una descomposición del BS en términos de fidelidad, resolución e incertidumbre (Murphy, 1973). La incertidumbre en este caso es el BS de la predicción climatológica, en la que siempre se da como probabilidad la frecuencia media de cada clase.

3. Resultados.

El grado de bondad de un pronóstico probabilístico se mide, entre otros parámetros, por lo que se aproximan las probabilidades predichas

La comprobación automática de los resultados obtenidos para cada clasificación se ha realizado con una variante de los programas descritos.

CLIMATOLOGÍA HORARIA DEL AEROPUERTO DEL PRAT DE BARCELONA

MODELO TIPO I :
 Desde el día 1 de Jul. hasta el día 31 de Ago. (ambos inclusive)
 Analizados los días en que:
 Desde las 1100 hasta las 1700 la variable dirección del viento se encuentra comprendida entre los valores 180 y 220 el 50 por ciento de las ocasiones, siendo al menos el número de datos válidos el 50% de todos los sometidos a test

El número de días que pertenecen al tipo son 286 lo que supone un porcentaje del 46.1%

Jul 87	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
	X	X			X				X		X	X			X	X				X		X	X	X			X	X	X		X	X	X	X			X	X				X	X
Ago 87	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
	X	X									X	X									X	X	X			X	X					X	X			X	X				X	X	

Hora	* VIENTO	*VECT. MEDIO	VEL.M	VISIBI.	NUBOS.	TEMPERATURA	PRESI.	FENÓMENOS SIGNIFICATIVOS				
	(Kt)	(º)	(Kt)	(m)	(oct)	(ºC)	(ºC)	(Hp) FG(%) PC(%) TS(%)				
0	*	3	3.	1.2	10220.	1.4	20.4	17.8	1017.1	.0	2.8	.5
1	*	5	340.	1.1	10228.	1.4	20.0	17.5	1017.1	.0	1.9	1.7
2	*	1.0	344.	1.4	10089.	1.4	19.7	17.3	1016.9	.0	2.3	1.9
3	*	1.3	347.	1.6	9959.	1.5	19.4	17.0	1016.7	.0	1.9	1.7
4	*	1.7	346.	2.1	9456.	1.5	19.2	16.8	1016.6	.0	1.2	1.0
5	*	2.3	344.	2.8	8155.	1.7	19.1	16.6	1016.5	.7	.5	.0
6	*	3.0	346.	3.5	8051.	1.8	20.0	16.7	1016.7	.5	.3	.0
7	*	3.0	344.	3.9	8195.	1.7	22.0	17.0	1016.8	.0	.3	.0
8	*	1.4	300.	4.2	8725.	1.6	24.0	17.4	1017.0	.0	1.0	.0
9	*	3.1	202.	5.4	9459.	1.7	25.4	18.1	1017.1	.0	.9	.0
10	*	6.0	193.	7.2	10164.	1.7	25.9	18.4	1017.1	.0	.2	.0
11	*	8.0	196.	9.0	10579.	1.6	26.3	18.6	1017.1	.0	.3	.0
12	*	9.1	199.	9.8	10784.	1.6	26.5	19.0	1017.0	.0	.0	.0
13	*	9.9	201.	10.3	10956.	1.6	26.7	19.1	1016.8	.0	.3	.0
14	*	10.2	202.	10.7	11153.	1.6	26.7	19.2	1016.6	.0	.0	.2
15	*	10.0	203.	10.6	11167.	1.5	26.5	19.2	1016.1	.0	.0	.3
16	*	9.1	204.	9.8	11081.	1.6	26.1	19.4	1016.0	.0	.0	.0
17	*	7.9	205.	8.9	11065.	1.6	25.4	19.3	1015.8	.0	.0	.0
18	*	6.2	208.	7.3	11006.	1.7	24.8	19.5	1015.6	.0	.2	.0
19	*	3.4	208.	4.6	10675.	1.8	23.7	19.4	1015.6	.0	.5	.0
20	*	1.7	206.	2.8	10659.	1.7	22.9	19.4	1015.9	.0	.3	.7
21	*	1.0	200.	1.9	10768.	1.6	22.4	19.2	1016.4	.2	.2	.7
22	*	.5	197.	1.3	10585.	1.6	21.7	19.0	1016.5	.0	1.0	.3
23	*	.1	164.	1.1	10424.	1.5	21.3	18.6	1016.5	.0	.9	1.0
tot	*	3.2	209.	5.1	10150.	1.6	23.2	18.3	1016.6	1.4	10.8	6.3

HORA, Z : 0	CALMAS = 781	V. MEDIA = 1.2 KT	VECTOR MEDIO : .3 KT 3.º
	N NNE NE ENE	E ESE SE SSE	S SSW SW WSW W WNW NW NNW TOT
1 A 5 KT :	25 7 1 0	1 0 8 5	7 3 7 6 7 7 1 28 113
6 A 10 KT :	11 7 0 13	9 1 8 8	7 3 7 6 0 6 3 9 98
11 A 15 KT :	2 0 3 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 5
16 A 20 KT :	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0
21 A 25 KT :	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0

Figura 3.- Ejemplo de salida de CLIMAD

COMUNICACIÓN B9

Número de predictores seleccionados : 5

Nivel de confianza : 95,0

Variable núm. 1 Presión (QNH) (mb) a las 00 z
 Valor de D = .41191D+02

Variable núm. 2 Comp.X del vien. (Kts) a las 21 z
 Valor de D = .38293D+02

Variable núm. 3 Alt. capa baja (HFts) a las 03 z
 Valor de D = .29618D+02

Variable núm. 4 Comp.Y del vien. (Kts) a las 00 z
 Valor de D = .14903D+02

Variable núm. 5 Temperatura (°C) a las 03 z
 Valor de D = .13191D+02

Función discriminante núm. 1 Valor propio : .4753D+01

Variable	Ordinal	Coefficiente
1	18	.1037D+00
2	1	-.1297D-01
3	24	.6990D+00
4	11	-.4724D+00
5	25	-.5266D+00

Función discriminante núm. 2 Valor propio : .2748D+00

Variable	Ordinal	Coefficiente
1	18	.7122D+00
2	1	-.6833D+00
3	24	-.1133D+00
4	11	.8781D-01
5	25	-.7208D-01

Figura 4.- Ejemplo de salida del programa CLIMAD en el que se describen los predictores seleccionados

Predicción Climatológica del Aeropuerto de Barcelona para Viento

La probabilidad para cada modelo es la siguiente:

Prob. del modelo núm. 1 : 65,0 %
 Prob. del modelo núm. 2 : 10,0 %
 Prob. del modelo núm. 3 : 5,0 %
 Prob. del modelo núm. 4 : 5,0 %
 Prob. del modelo núm. 5 : 15,0 %

PREDICCIÓN CLIMATOLÓGICA HORARIA

hora	* VIENTO *VECT. MEDIO * (Kt) (°)	VEL.M (Kt)	VISIBI. (m)	NUBOS. (oct)	TEMPERATURA (°C)	TEMPERATURA (°C)	PRESI. (Hp)	FENÓMENOS SIGNIFICATIVOS FG (%) PC (%) TS (%)	DÍAS SIMILARES ENCONTRADOS :
0	* .4 25.	1.3	10155.	1.6	20.5	17.9	1016.6	.0 2.9 1.1	
1	* .6 360.	1.3	10206.	1.6	20.1	17.5	1016.6	.0 2.3 2.0	8 - Ago - 1987
2	* 1.1 355.	1.7	10058.	1.6	19.9	17.4	1016.4	.0 2.5 2.1	27 - Jul - 1981
3	* 1.5 356.	1.9	9909.	1.7	19.6	17.1	1016.2	.0 2.0 2.2	26 - Ago - 1981
4	* 1.9 351.	2.4	9370.	1.8	19.4	16.9	1016.1	.0 1.8 1.6	14 - Jul - 1980
5	* 2.5 350.	3.0	8061.	2.0	19.3	16.7	1016.0	.6 1.5 .6	6 - Jul - 1979
6	* 3.3 350.	3.8	7934.	2.2	20.2	16.8	1016.2	.5 1.4 .5	28 - Jul - 1987
7	* 3.3 351.	4.3	8147.	2.1	22.1	17.1	1016.4	.0 1.5 .3	3 - Jul - 1984
8	* 1.6 341.	4.6	8736.	2.0	24.0	17.4	1016.6	.0 1.5 .8	25 - Ago - 1987
9	* 1.7 178.	5.6	9378.	2.1	25.4	18.0	1016.7	.0 1.5 .2	7 - Jul - 1981
10	* 4.5 177.	7.0	9978.	2.0	25.9	18.3	1016.8	.0 1.1 .3	9 - Ago - 1984
11	* 6.1 182.	8.4	10376.	1.9	26.3	18.5	1016.9	.0 .7 .3	27 - Ago - 1979
12	* 7.1 186.	9.2	10567.	1.9	26.5	18.9	1016.6	.0 .9 .3	23 - Jul - 1980
13	* 7.9 189.	9.6	10725.	1.9	26.6	18.9	1016.5	.0 1.1 .3	15 - Jul - 1979
14	* 8.1 191.	9.9	10923.	1.9	26.5	19.1	1016.4	.0 1.0 .6	26 - Ago - 1985
15	* 7.9 193.	9.7	10942.	1.9	26.3	19.1	1015.9	.0 .7 .7	19 - Jul - 1980
16	* 7.1 194.	8.9	10880.	1.9	26.0	19.2	1015.8	.0 .5 .4	18 - Jul - 1988
17	* 5.9 196.	8.0	10886.	1.9	25.3	19.1	1015.6	.0 1.0 .3	20 - Jul - 1980
18	* 4.5 200.	6.4	10631.	2.0	24.6	19.3	1015.4	.0 .9 .5	12 - Jul - 1980
19	* 2.4 200.	4.1	10563.	2.0	23.5	19.2	1015.4	.0 1.1 .5	2 - Jul - 1981
20	* 1.1 194.	2.6	10592.	1.9	22.7	19.2	1015.7	.0 .5 1.2	4 - Jul - 1980
21	* .5 174.	1.9	10674.	1.8	22.2	19.0	1016.3	.1 .6 1.3	
22	* .2 135.	1.5	10520.	1.8	21.6	18.8	1016.4	.1 1.9 .7	
23	* .2 61.	1.3	10388.	1.7	21.2	18.4	1016.4	.1 1.9 1.2	
tot	* 2.1 196.	4.9	10181.	1.9	23.2	18.2	1016.3	1.5 15.0 8.5	

Figura 5.- Ejemplo de predicción para un caso concreto

Se han analizado los resultados para el conjunto dependiente (formado por los datos con que se realiza el análisis discriminante) y para una pequeña muestra operativa (conjunto independiente). Para Barcelona, el conjunto dependiente incluye los años desde 1979 hasta 1988 y el independiente desde 1989 a 1991. Para Barajas, el conjunto dependiente se refiere al mes de junio desde 1972 a 1988, siendo el independiente desde 1989 a 1991.

Se han realizado varias clasificaciones o experimentos. Éstos son: Para El Prat, a) regímenes de viento, b) precipitaciones, c) temperaturas, y d) nubosidad. Para Barajas sólo se realizó un experimento. En la tabla II se describen las clasificaciones (que deben ser exhaustivas y exclusivas).

Tabla II

Clasificaciones realizadas en los distintos experimentos

VIENTO	
1)	De 11 a 17Z, ddd entre 180 y 200 el 50% de las obs.
2)	De 11 a 17Z, ddd entre 140 y 170 el 50% de las obs.
3)	De 11 a 17Z, ddd entre 060 y 130 el 70% de las obs.
4)	De 11 a 17Z, ddd entre 140 y 220 el 70% de las obs. No 1) No 2).*
5)	Ninguno de los anteriores.
LLUVIA	
1)	Precipitación de 04 a 10Z. No 2).
2)	Precipitación de 11 a 22Z. No 1).
3)	Precipitación de 04 a 22Z. No 1). No 2).
4)	Ninguna de las anteriores.
TEMPERATURA	
1)	Máxima superior a 32°C.
2)	Máxima inferior a 27°C.
3)	Ninguna de las anteriores.
NUBOSIDAD	
1)	Desde las 04 a 22Z el 50% de las obs. con nub. > 3 oct.
2)	No 1).
BARAJAS	
1)	Desde las 04 hasta las 22Z clave WW superior a 19.
2)	No 1) (días secos).

*Nota: No 2) significa que además no debe verificarse la condición 2.

Los resultados de estos experimentos muestran características comunes entre ellos. El punto más crítico del método en el proceso de la obtención de probabilidades estadísticas se refiere a la estimación de la densidad de puntos de cada clase en el espacio discriminante. Esta estimación se realiza contando el número de puntos del banco de datos que se hallan en el entorno del punto problema. Si se contabilizan muy pocos puntos cercanos, las clases raras serán ocasionalmente sobreestimadas (siendo ignoradas el resto de las ocasiones); si se contabilizan muchos, las clases raras no podrán ofrecer probabilidades de ocurrencia altas, con lo que la predicción tampoco resulta satisfactoria. Por ejemplo, si se establece una clasificación en que a una de las clases pertenecen sólo 5 puntos, si la predicción se realiza contabilizando los 10 puntos más cercanos al punto problema, como máximo se tendrá una probabilidad del 50% para cada clase.

En la tabla III se resumen las características más importantes de la verificación de los experimentos de viento y lluvia para El Prat y de tiempo seco para Barajas. En ella figuran la fidelidad, la resolución (tanto mejor cuanto más negativa), la incertidumbre (o BS de la climatología) y el BS de la predicción probabilística (mejor cuanto más pequeño). En aquellos casos en que BS es inferior a la incertidumbre la mejoría es clara. Esto sólo se consigue en aquellas clases en que la frecuencia es alta. En el conjunto independiente la predicción funciona bien en el caso de la lluvia.

Tabla III

Viento. Conjunto dependiente.					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	Clim.
* 1)	.01840	-.02169	.24814	.24486	.45685
2)	.02044	-.00417	.13260	.14887	.15736
3)	.00850	-.00590	.15464	.15724	.19120
4)	.00062	-.00004	.01344	.01402	.01363
5)	.01558	-.00268	.14827	.16117	.18105
Viento. Conjunto independiente.					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	
1)	.05556	-.04393	.25047	.26210	
2)	.01075	-.00983	.12424	.12516	
3)	.01989	-.01244	.15609	.16355	
4)	.00176	-.00042	.03156	.03290	
5)	.02953	-.01282	.12538	.14210	
Lluvia. Conjunto dependiente.					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	Clim.
1)	.00444	-.00279	.05121	.05286	.05415
2)	.00745	-.00249	.05272	.05768	.05584
* 3)	.00152	-.00231	.02364	.02555	.02707
* 4)	.01276	-.01954	.11827	.11149	.86294

Tabla III (continuación)

Lluvia. Conjunto independiente.					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	
1)	.01565	-.00293	.00293	.01565	
2)	.01418	-.00168	.07476	.08726	
* 3)	.00278	-.00509	.04650	.04419	
4)	.03479	-.03466	.11245	.11258	
Barajas, tiempo seco. Conjunto dependiente					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	Clim.
* 1)	.01585	-.03555	.18163	.16193	.23853
* 2)	.01585	-.03555	.18163	.16193	.76147
Barajas, tiempo seco. Conjunto independiente					
	Fidel.	Resol.	Incer.	BS	
* 1)	.02801	-.03508	.11594	.10887	
* 2)	.02801	-.03508	.11594	.10887	

* indica aquellas claves en las que BS es inferior (mejor) que la de la climatología (Incer.)

El caso de Barajas presenta mejores resultados que los de Barcelona. Quizás se deba a la clasificación: sólo dos clases con el 24 y 76% de frecuencia. En la Figura 6 se ilustra la curva de fidelidad de la clase 1) de Barajas.

Conclusiones.

Las conclusiones se refieren a dos aspectos distintos: el primero de ellos a la aplicación del análisis discriminante de forma general, a otros ámbitos de la meteorología y el segundo a la metodología en concreto utilizada en este trabajo.

La ventaja que ofrece el análisis discriminante en aquellos problemas susceptibles de clasificación es bastante evidente. Con el establecimiento de funciones discriminantes y la selección de predictores se obtiene una valiosa información de aquellos aspectos subyacentes que determinan la pertenencia a una u otra clase. En este trabajo se presenta una aplicación puramente local, pero los problemas de clasificación pueden presentarse en cualquier ámbito.

La aplicación presentada en este trabajo presenta además la ventaja de que es muy capaz de suministrar una climatología de cada clase, una probabilidad de ocurrencia de cada clase, un calendario con la clase a que pertenece cada día, y aquellos días que más se asemejan al dado.

La forma de estimar probabilidades de ocurrencia invalida este método para clases muy poco frecuentes que describan sucesos raros, obteniéndose mejores resultados para clases más frecuentes. A pesar de todo, en cuanto al BS, la predicción probabilística no mejora en todos los casos la climatológica aunque se consiga alguna fidelidad y resolución.

El escaso número de elementos que componen el conjunto independiente limitan un juicio más definitivo acerca de la bondad de la predicción estadística. El conjunto dependiente lógicamente ofrece mejores resultados. El resultado más satisfactorio se ha obtenido en el caso de dos clases relativamente frecuentes.

En definitiva, opino que es un buen método como una primera guía para el predictor, pero por

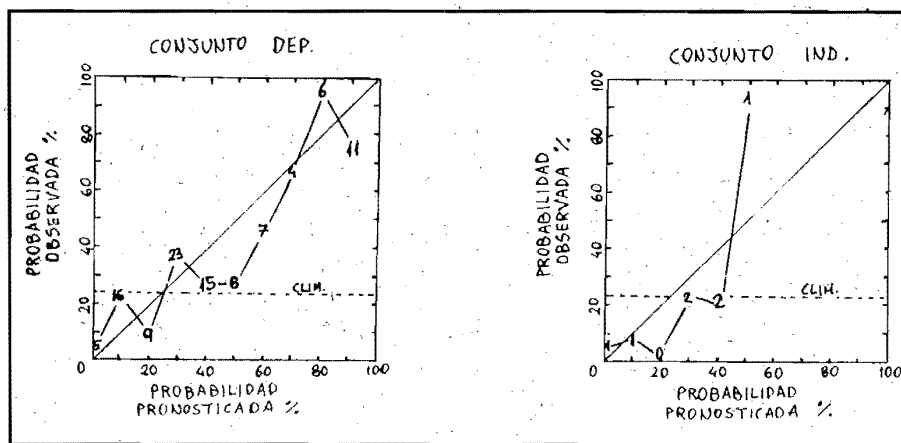


Fig. 6.- Curva de fidelidad de la predicción estadística de la Clase 1 de Barajas

supuesto (y afortunadamente) no puede competir con métodos que utilizan más medios que solamente un banco de datos puramente locales.

Referencias.

Brier, G.W. (1950). Verification of forecast expressed in terms of probability. Monthly Weather Review. Volume 78, pp. 1-3.

Miller, R.G. (1961). An application of multiple discriminant analysis to the probabilistic prediction of me-

teorological conditions affecting operational decisions. Technical memorandum, no. 4. The Travellers Research Center, inc. Hartford, Conn. pp. 34-36.

Miller, R.G. (1977). Selected topics in statistical meteorology. Air Weather Service. Report number AWS-TR-77-273, chapter 4.

Murphy, A.H.: A new vector partition of the probability score. J. Appl. Meteor., 12, pp. 595-600.

Stanski, H.R.; Wilson, L.J.; Burrows, W.R. (1989). Survey of common verifications methods in meteorology. World weather watch technical report no. 8. OMM.