

# ALGORITMO PARA EL CÁLCULO DE LA TEMPERATURA POTENCIAL DEL TERMÓMETRO HÚMEDO. APLICACIONES A LA PREDICCIÓN

A. García Méndez

(Servicio de Técnicas de Análisis y Predicción, S.T.A.P.; -INM-)

## RESUMEN

*El concepto físico de la temperatura potencial del termómetro húmedo, es muy conocido desde antiguo en la física de los procesos húmedos. Sin embargo, su uso operativo en meteorología no ha estado muy extendido a causa de problemas de cálculo preciso.*

*En cualquier caso, existen métodos numéricos para obtener con un ordenador de un modo rápido y preciso la temperatura potencial del termómetro húmedo ( $\theta_w$ ).*

*En este trabajo, se presenta un procedimiento iterativo para el citado cálculo. Este procedimiento está instalado en la actualidad en el sistema SAIDAS y trabaja sobre salidas de cualquier modelo numérico y sobre datos de sondeos.*

### 1. Introducción y conceptos físicos.

Se considera la evolución de una burbuja dentro de la termodinámica reversible.

En un nivel dado de presión, el estado termodinámico de la burbuja queda descrito por su temperatura, humedad y presión.

A partir de estos parámetros, puede deducirse su entalpía y entropía respecto a un estado de referencia dado.

Pueden deducirse dos magnitudes que contengan información sobre temperatura y humedad

de un modo conjunto y con una significación física clara.

Si se evapora la cantidad necesaria de agua hasta saturar el aire se obtiene la temperatura del termómetro húmedo.

Si se condensa todo el vapor y se elimina el agua líquida se obtiene la temperatura equivalente (ver Figura 1).

Así pues, la temperatura del termómetro húmedo ( $T_w$ ) es la menor temperatura que se puede alcanzar por evaporación (sobresaturaciones al margen) y la temperatura equivalente ( $T_e$ )

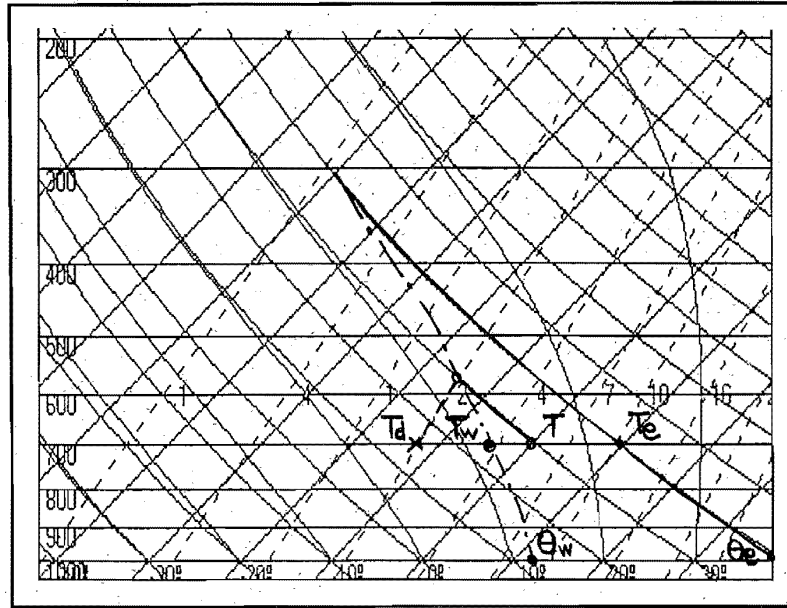


Figura 1.- Obtención gráfica de la temperatura del termómetro húmedo y de la temperatura equivalente

la mayor temperatura que se puede alcanzar por condensación de todo el vapor que contiene el aire. Estos conceptos, pueden expresarse mediante las ecuaciones:

$$T - T_w = \frac{L_w}{C_p} (Q_w - q) \quad [1]$$

$$T_e - T = \frac{L_r}{C_p} q \quad [2]$$

donde  $q$  y  $Q_w$  son la razón de mezcla y la razón de mezcla saturante respectivamente.

**2. Cálculo de la tensión de vapor por medio de funciones analíticas.**

El punto clave en todo el proceso de cálculo es la evaluación de la tensión de vapor mediante funciones analíticas. De hecho, éste es el factor clave en la modelización de una atmósfera húmeda como se pone de manifiesto en un excelente trabajo de Ooyama (1990), que se cita en las Referencias.

Los requerimientos sobre estas funciones son dos:

- El ajuste debe aproximar con precisión las tensiones de vapor en un rango de temperaturas razonable para la atmósfera.

- La pendiente de la curva de tensión saturante, tiene que ser reproducida con precisión por estos ajustes. La razón es que esta pendiente representa la ganancia de entropía por unidad de masa de agua, en el proceso de evaporación hasta la saturación del aire a la temperatura  $T$ .

$$\Lambda = \frac{L(T)}{T} \quad [3]$$

es el incremento de entropía por unidad de masa en el cambio de fase

$$\eta(T) = \frac{E}{R \cdot T} ; D(T) = \eta \cdot \Lambda(T) = \frac{dE}{dT} \quad [4]$$

son la densidad del vapor saturado a la temperatura  $T$  y el incremento de entropía en el proceso de evaporación de la cantidad necesaria de agua para saturar el aire, respectivamente. El ajuste elegido en este trabajo consiste en:

Las tensiones de vapor se calculan por un ajuste polinómico del tipo:

$$E = \sum_{i=0}^6 A_i \cdot T^i \quad [5]$$

para  $T_c > 0$ , donde  $T_c$  son temperaturas en °C. Este ajuste polinómico, es el que se ha utilizado hasta la fecha de modo operativo en McIdas, para el cálculo de parámetros tales como la temperatura potencial equivalente, razón de mezcla o punto de rocío.

Aunque el citado ajuste es suficiente para cálculos que no requieren una precisión excesiva, no es satisfactorio para cálculos precisos con temperaturas menores de 0°C, sobre todo en lo que se refiere a la pendiente de la curva de tensión saturante, cuya determinación precisa es básica en el esquema que aquí se propone y que como se ha citado previamente tiene un significado físico muy concreto.

Por ello y para temperaturas menores de 0°C se utiliza otro ajuste.

Para  $T_c \leq 0$  se utiliza la expresión de Magnus:

$$E = E_0 10^{A-T/(B+T)} \quad [6]$$

El ajuste compuesto está construido de modo que la función compuesta sea continua y con derivadas de primer orden continuas en el rango de temperaturas de -70°C a 70°C.

Para chequear la pendiente de la curva de vapor saturante se utiliza la ecuación de Clausius-Clapeyron:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{L_v E}{R_v T^2} \quad [7]$$

En la tabla I se exponen algunos resultados numéricos conseguidos con la función compuesta de ajuste y con la ecuación de Clausius-Clapeyron. La temperatura viene expresada en grados Celsius

y la pendiente de la curva de tensión saturante en %/mb en ambos casos.

El contenido de las columnas es el siguiente:

$dE/dT$  (1)  $\Rightarrow$  Cálculo de la pendiente de la curva de tensión saturante con ajustes analíticos.

$dE/dT$  (2)  $\Rightarrow$  Cálculo usando la ecuación de Clausius-Clapeyron.

### 3. Cálculo de la temperatura del termómetro húmedo.

El cálculo de la temperatura del termómetro húmedo se basa en la ecuación del psicrómetro. Esta ecuación, evalúa el intercambio de entalpía entre el aire y el depósito húmedo del psicrómetro (evaporación de agua hasta saturar el aire).

Este hecho se expresa con la ecuación:

$$(C_p + qC_{pv})(T - T_w) = L_w(Q_w - q) \quad [8]$$

o bien escrita en términos de tensiones de vapor

$$F(T_w) = C_p(T - T_w) - \epsilon L_w \frac{E_w - e}{p - E_w} \quad [9]$$

La expresión [9] es una ecuación implícita en  $T_w$ . De la definición física de  $T_w$  se sabe que

Tabla I

Temp. (°C)	dE/dT (1)	dE/dT (2)	Temp. (°C)	dE/dT (1)	dE/dT (2)
-70	0,001	0,001	5	0,608	0,608
-65	0,001	0,001	10	0,822	0,822
-60	0,002	0,002	15	1,098	1,098
-55	0,004	0,004	20	1,448	1,448
-50	0,007	0,007	25	1,888	1,887
-45	0,012	0,011	30	2,435	2,434
-40	0,019	0,018	35	3,110	3,107
-35	0,030	0,030	40	3,933	3,928
-30	0,047	0,046	45	4,930	4,921
-25	0,072	0,071	50	6,127	6,110
-20	0,108	0,106	55	7,554	7,526
-15	0,158	0,156	60	9,244	9,197
-10	0,227	0,225	65	11,233	11,158
-5	0,321	0,318	70	13,560	13,443

$F(T_w) = 0$  es una función continua y que existe un valor de  $T_w$  que satisface esta ecuación implícita.

El algoritmo de resolución que se aplica es el de iteraciones de Newton que se expresaría en este caso:

$$(T_w)_n = (T_w)_{n-1} - \frac{\{F(T_w)\}_{n-1}}{\left\{\frac{dF}{dT_w}\right\}_{n-1}} \quad [10]$$

El esquema iterativo se detiene cuando la diferencia en valor absoluto de dos pasos sucesivos de iteración es inferior a un umbral preestablecido. En el presente caso, este umbral se establece en 0,1.

#### 4. Cálculo de la temperatura potencial del termómetro húmedo.

La ecuación de la pseudoadiabática es:

$$(C_p + q \cdot C) \ln \frac{T}{T_0} - R \cdot \ln \frac{p-E}{p_0-E_0} + \frac{L \cdot Q}{T} - \frac{L_0 \cdot Q_0}{T_0} = 0 \quad [11]$$

donde  $q$  y  $Q$  son la razón de mezcla y razón de mezcla saturante, respectivamente.

[11] es también una función implícita de  $T_w$  que puede escribirse:

$$F(T,p) = (C_p + q \cdot C) \ln(T) - R \cdot \ln(p-E) + \frac{L \cdot Q}{T} - K = 0 \quad [12]$$

$K$  se evalúa a partir de la  $T_w$  calculada previamente.

Si en la ecuación [12] hacemos  $p = 1.000$  mb y se realizan iteraciones, estamos calculando el punto de corte de la pseudoadiabática que pasa por  $T_w$  con el nivel de 1.000 mb o lo que es igual, la temperatura potencial del termómetro húmedo.

$$F(\theta_w) = (C_p + q \cdot C) \ln(\theta_w) - R \cdot \ln(1000-E) + \frac{L_w \cdot Q_w}{\theta_w} - K = 0 \quad [13]$$

Se aplica ahora el esquema iterativo de Newton o de la secante según el nivel de partida (v. Apéndice) hasta alcanzar la precisión deseada.

En niveles altos ( $p < 200$  mb), el esquema anterior se vuelve inestable por lo que se utiliza un esquema alternativo.

En primer lugar para presiones por debajo de 200 mb las adiabáticas secas y las pseudo-adiabáticas coinciden, por lo que  $T_w = T$  y no se requiere por tanto ningún cálculo.

La búsqueda del cero de la ecuación [13] se hace usando el esquema iterativo de la secante (ver Apéndice).

Esto es suficiente para la estabilidad del esquema y su rápida convergencia. Son suficientes 2 ó 3 iteraciones para calcular la temperatura potencial del húmedo para una presión de 100 mb con precisión de una décima.

#### 5. Aplicaciones meteorológicas de la TPH.

##### 5.1. Frentes y fronteras de humedad.

La temperatura potencial del termómetro húmedo, sólo se ve alterada por efectos diabáticos diferentes de la liberación de calor latente. Hecha esta salvedad, este parámetro es ideal para distinguir masas de aire con características diferentes en cuanto a temperatura y contenido de humedad.

La localización de frentes a escala sinóptica resulta por tanto inmediata usando la TPH directamente sobre salidas de modelos numéricos. En la Figura 2 se muestra el geopotencial de 1.000 mb y la TPH en 850 mb calculada a partir de un análisis del LAM INM.

La separación de los sectores frío y cálido en el sistema frontal resulta aún más evidente en la sección vertical del frente frío que se muestra en la Figura 3.

La posición de los frentes puede caracterizarse con más precisión a partir de parámetros derivados de la  $\theta_w$  como el parámetro frontal térmico (PFT) y por supuesto del uso de modelos conceptuales sobre frente frío, frente cálido libre, oclusión cálida y oclusión fría.

Todos estos detalles con la adición del uso de campos, como la advección de la  $\theta_w$ , referentes a este tema pueden encontrarse ampliados en la Nota Técnica núm. 7 del S.T.A.P.

La temperatura potencial del termómetro húmedo, puede utilizarse para el cálculo del parámetro frontal térmico. La definición analítica de este parámetro es

$$PFT = -\vec{u}_{\theta_w} \cdot \nabla |\theta_w| \quad [14]$$

Según la expresión anterior, el PFT marca la derivada direccional del gradiente de la  $\theta_w$  en dirección de este gradiente.

Una aplicación del PFT es la localización de frentes de un modo objetivo. Los detalles precisos sobre el uso del PFT en la localización de frentes y su relación con los modelos conceptuales sobre frentes fríos, cálidos, etc... aparecen recogidos en la Nota Técnica núm. 7 del S.T.A.P.

En la Figura 4 se muestra el PFT en 850 mb para el mismo frente de las Figuras 2 y 3 y en la Figura 5, una sección vertical del PFT en unidades  $10^{-5} \text{ K km}^{-1} \text{ km}^{-1}$ .

Este parámetro no sólo es útil en el caso de frentes. Puede utilizarse para señalar fronteras térmicas en general. Como ejemplo se muestran en las Figuras 7 y 8 el PFT en una situación típica de verano en la Península Ibérica.

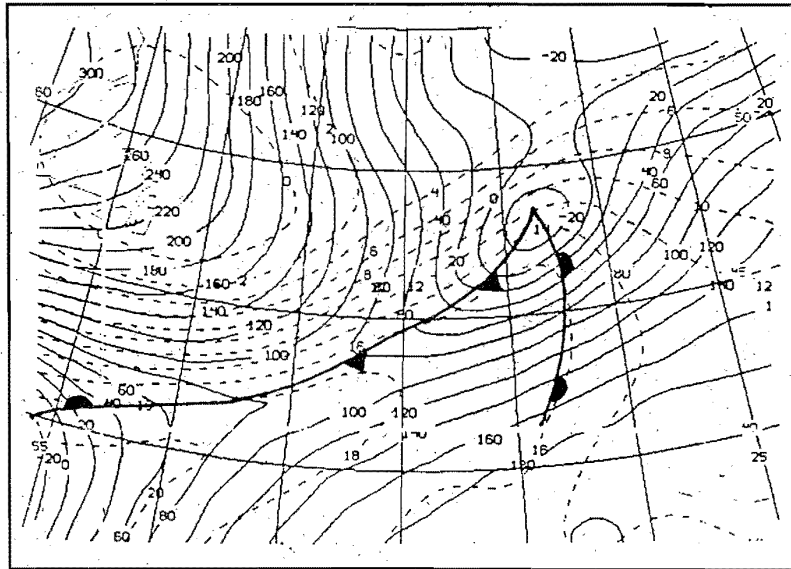


Figura 2.- Geopotencial 1.000 mb +  $\theta_w$  850. ANA INM 30/10/91 00Z  
Frentes en superficie dibujados usando el PFT

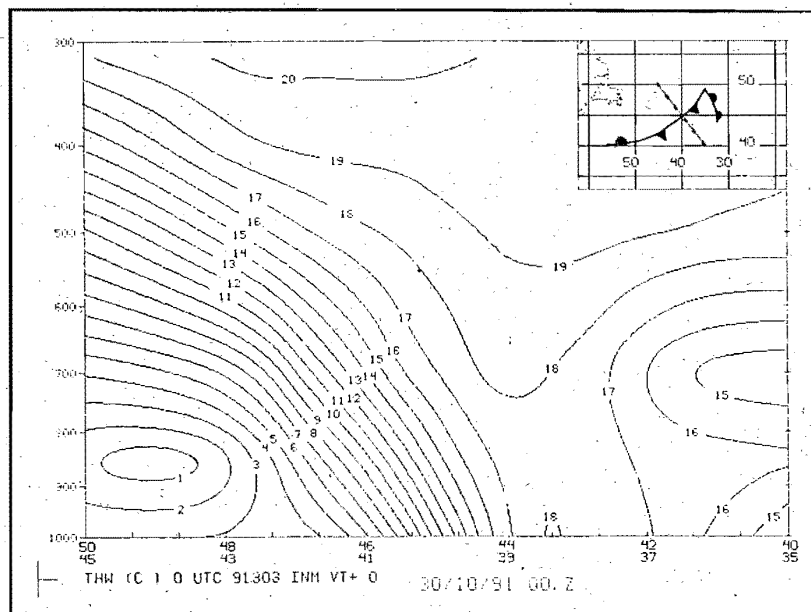


Figura 3.- Sección vertical de la  $\theta_w$  a través del frente frío de la Figura 2

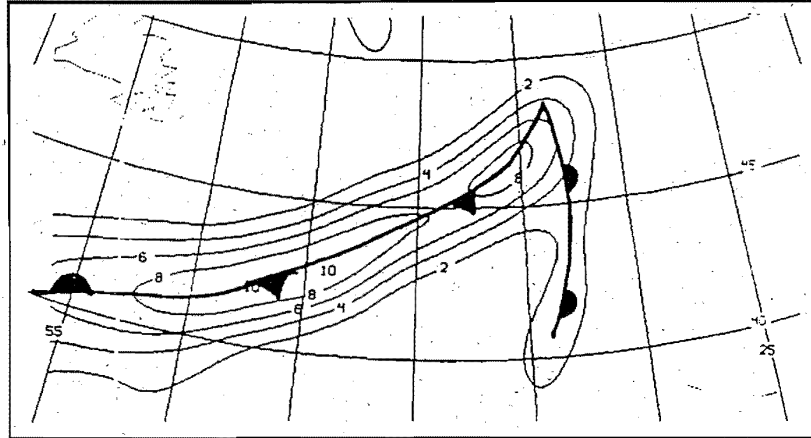


Figura 4.- Parámetro frontal térmico en 850 mb. Caso de un frente frío. ANA INM 30/10/91 00Z

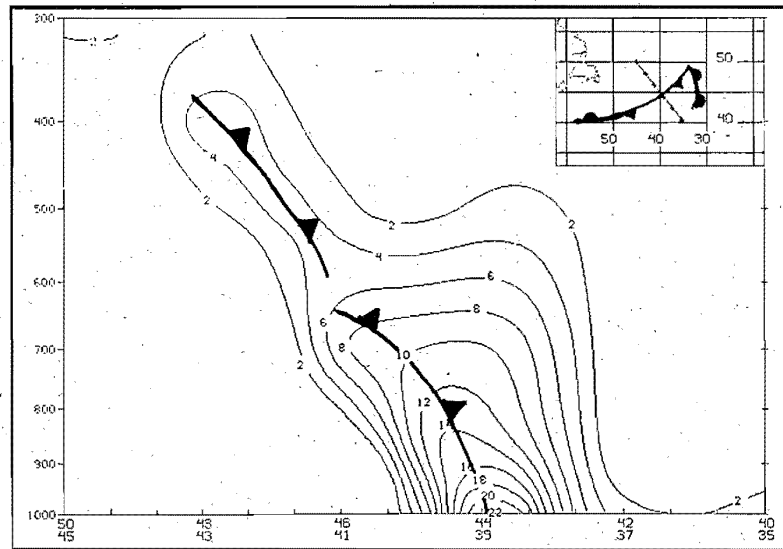


Figura 5.- Sección vertical del PFT para un frente frío. ANA INM 30/10/91 00Z

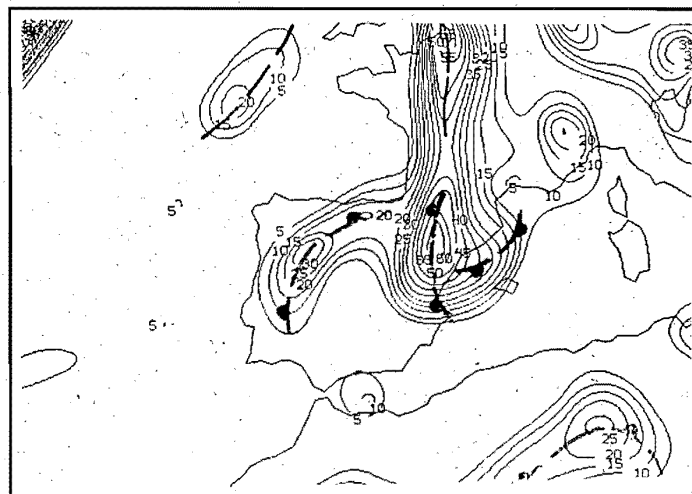


Figura 6.- PFT 850 mb. ANA INM 24/07/92 12Z.  $\langle PFT \rangle = 10^6 \text{ K km}^2$

En la Figura 6 se muestra el PFT en 850 mb. Se aprecia una frontera fría en la parte occidental de la Península, mientras que la parte oriental queda enmarcada por dos fronteras cálidas con aire entre ellas con temperatura potencial del termómetro húmedo alta. Sobre esta zona, podemos esperar estabilidad estática húmeda reducida (ver apartado siguiente).

**5.2. Inestabilidad potencial.**

La condición de inestabilidad potencial es:

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial z} < 0$$

o si se prefiere:

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial p} > 0$$

Según lo anterior es muy simple detectar zonas con inestabilidad potencial usando la  $\theta_w$ . Basta con restar por niveles y distinguir zonas donde la  $\theta_w$  disminuye con la altura o lo que es igual, aumenta con la presión. Como ejemplo, se muestran en la Figura 7 paneles horizontales de estabilidad estática húmeda por niveles para el día 24/07/92 a 12 Z.

Esta estabilidad húmeda es proporcional al gradiente vertical logarítmico de  $\theta_w$  y se expresa con la ecuación:

$$\sigma_w = -\frac{\alpha}{\theta_w} \frac{\partial \theta_w}{\partial p} \quad [15]$$

Las zonas con valores negativos de la Figura 7 indican inestabilidad potencial. De nuevo, la sección vertical nos da una idea tridimensional de cómo ve el modelo utilizado este parámetro en particular.

En la Figura 8 se muestra una sección vertical de la estabilidad estática húmeda a través del centro de la Península Ibérica para la misma situación de las Figuras 6 y 7.

En la parte occidental de la Península (parte izquierda de la figura), se aprecia una "tapadera" o "lid" en terminología anglosajona. Esta tapadera, debe en principio, inhibir la convección profunda, salvo que exista un forzamiento capaz de romperla y liberar la energía acumulada en capas bajas. Este no es el caso de la presente situación. En la parte oriental de la Península, la situación es diferente. Aquí no sólo no existe la tapadera, sino que la capa con inestabilidad potencial es mucho más profunda. La convergencia que existía en capas bajas (no mostrada en este trabajo), justo sobre

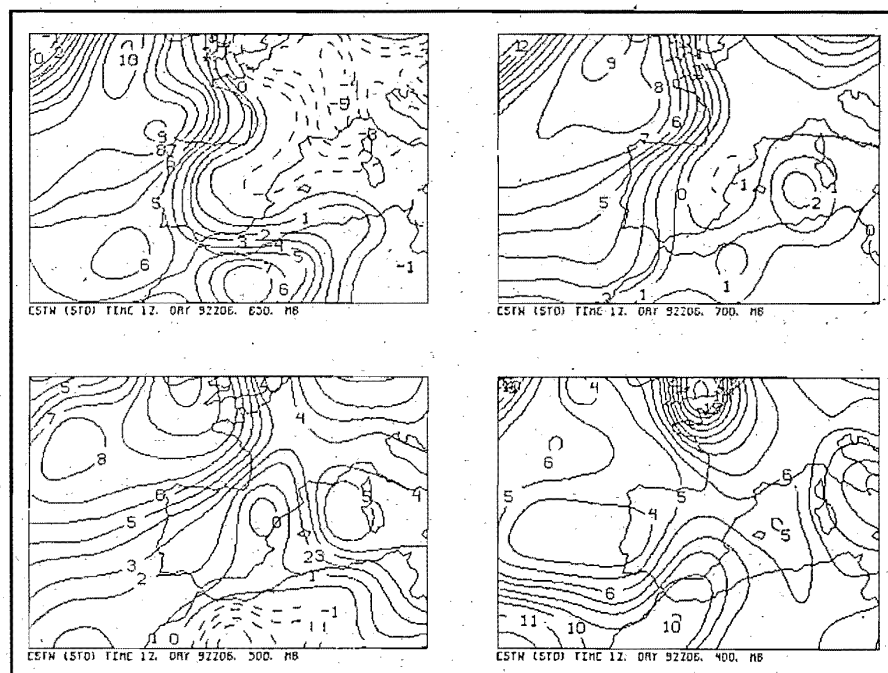


Figura 7.- Paneles de estabilidad estática húmeda 850, 700, 500 y 400 mb.  $<10^7 \text{ J kg}^{-1} \text{ Pa}^{-2}>$ . ANA INM 24/07/92 12Z

la frontera cálida y forzada en parte por la misma frontera, liberó la inestabilidad potencial existente en capas bajas y dio lugar a convección profunda sobre la citada frontera.

**5.3. Altura de la isocero del termómetro húmedo.**

La altura de la isocero del termómetro húmedo es un indicativo del nivel al que la nieve comienza a fundir (ver Nota Técnica núm. 6 del S.T.A.P.). A partir de este nivel se establece una capa isoterma de la  $T_w$  cuyo espesor depende de las condiciones ambientales.

No obstante, hay que hacer notar que esta isocero calculada a partir de la pobre resolución vertical que ofrecen las salidas convencionales de los modelos numéricos en niveles de presión, no ofrece mucha confianza a causa de la interpolación lineal entre niveles separados entre 150 y 200 mb.

En la Figura 9 se muestra una sección vertical de la temperatura del termómetro húmedo, para una situación de nevadas en Castilla-León, el 9/1/92, calculada a partir de los análisis del LAM-INM.

En ella se observa cómo la isocero del termómetro húmedo se encuentra más baja en el

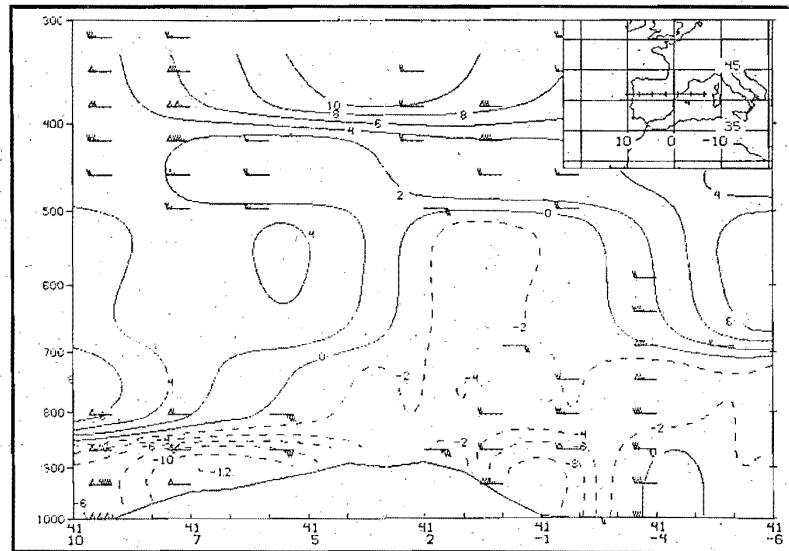


Figura 8.- Sección vertical de estabilidad estática húmeda.  $\langle 10^{-7} \text{ J kg}^{-1} \text{ Pa}^2 \rangle$ . ANA INM 24/07/92 12Z

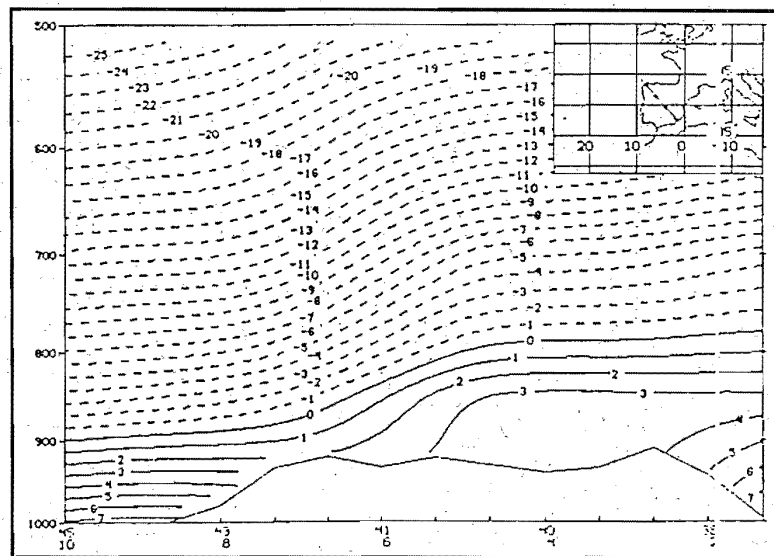


Figura 9.- Sección vertical de la temperatura del termómetro húmedo. ANA INM 9/1/92 00Z



Noroeste peninsular (900 mb aproximadamente) que sobre la zona central de la Península.

Un estudio completo de esta situación puede encontrarse en la Nota Técnica núm. 6 del S.T.A.P.

**APÉNDICE.**

**A.1. Descripción del esquema iterativo de Newton.**

- Sea  $F(x) = 0$  una función implícita y continua en el intervalo  $(a, b)$  y que tiene un cero en dicho intervalo

$\Rightarrow$  signo  $(F(a)) \neq$  signo  $(F(b))$

El desarrollo en serie de esta función sería:

$$F(\alpha) = F(a) + \frac{dF}{dx}(\alpha - a) + \frac{d^2F}{dx^2}(\alpha - a)^2 + \dots \quad [A.1]$$

Si tomamos sólo la parte lineal del desarrollo y se desarrolla en torno al cero de la función, lo que nos queda es la ecuación de la tangente a la función  $F(x)$  por  $(a)$ . Esto nos da una primera aproximación al cero de la función:

$$x_1 = a - F(a)/F'(a) \quad [A.2]$$

Repetiendo el proceso, se llega con facilidad a un algoritmo iterativo de cálculo.

$$x_n = x_{n-1} - \frac{F(x_{n-1})}{F'(x_{n-1})} \quad [A.3]$$

Este método converge muy rápidamente reduciendo el error en un orden de magnitud con cada iteración. En el caso del cálculo de  $T_w$  son suficientes 2 ó 3 iteraciones para conseguir una precisión de una décima.

**A.2. Descripción del esquema iterativo de la secante.**

- Se parte de una estimación inicial del intervalo donde  $F(x)$  puede cortar el eje  $x$ :  $(x_0, x_1)$ .

- Se hace una estimación nueva del cero buscado sustituyendo  $F(x)$  por la secante que une  $F(x_0)$  y  $F(x_1)$ . Esta recta corta al eje  $x$  en:

$$x_2 = x_1 - F(x_1) \frac{(x_1 - x_0)}{F(x_1) - F(x_0)} \quad [A.4]$$

- El nuevo intervalo donde se estima que existe un cero es ahora  $(x_1, x_2)$ . Se repite el proceso de un modo iterativo según la expresión:

$$x_i = x_{i-1} - F(x_{i-1}) \frac{(x_{i-1} - x_{i-2})}{F(x_{i-1}) - F(x_{i-2})} \quad [A.5]$$

- El esquema de iteración se detiene igual que en el caso anterior cuando

$$|x_i - x_{i-1}| < e$$

donde  $e$  es una cota de error preestablecida.

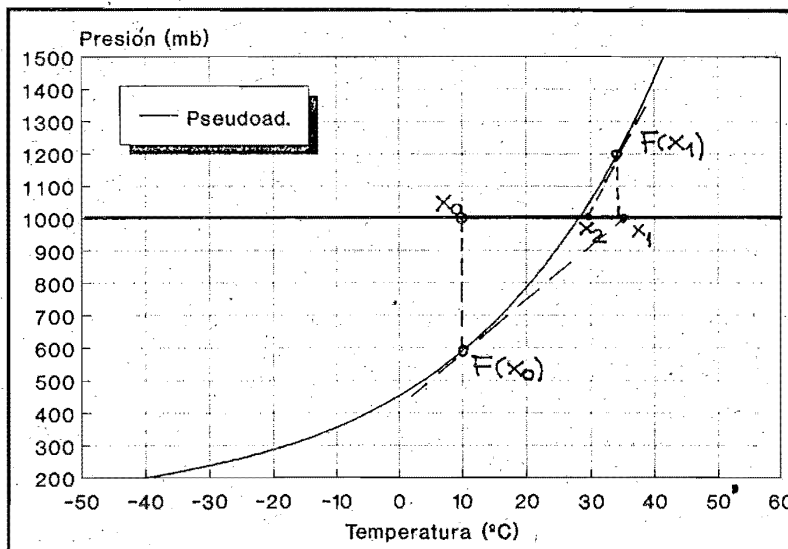


Figura A1.- Esquema gráfico del método iterativo de Newton

**GLOSARIO DE TÉRMINOS**

$$C_p = 0,2405 \text{ cal g}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$R_s = 0,0685 \text{ cal g}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ (aire seco)}$$

$$dL(T)/dT = C_{pv} - C_w \Rightarrow L = 597,3 - 0,56T_c \text{ cal g}^{-1} (T_c \text{ en } ^\circ\text{C})$$

$$k = (C_p + qC) \ln(T_w) - R \ln(p - E_w) - L_w Q_w / T_w$$

C es el calor específico del agua

$T_w$  es el valor de la temperatura del termómetro húmedo calculada previamente

p es la presión de partida

$Q_w$  es la razón de mezcla saturante correspondiente a  $T_w$

$$\epsilon = R_s/R_v = 0,62197$$

**Referencias.**

Ooyama, K.V. A thermodynamic foundation for modelling the moist atmosphere. *Journal Atmospheric Sciences*. Vol. 47, pp. 2.580-2.593.

García Méndez, A. Temperatura potencial del termómetro húmedo: cálculo y aplicaciones. *Nota Técnica* núm. 5 del S.T.A.P.

García Méndez, A.; Elizaga Rodríguez, F. Sistemas frontales: localización y caracterización a partir de modelos numéricos. *Nota Técnica* núm. 7 del S.T.A.P.

Elizaga Rodríguez, F. Consideraciones sobre la predicción de nevadas. *Resultados de la campaña 91-92. Nota Técnica* núm. 6 del S.T.A.P.