

R-2.092/P

Sig. M 09.13(041) = 60
- 4 NOV. 1992

REGISTRADO

AREA DE PREDICCIÓN

SERVICIO DE TECNICAS DE ANALISIS Y
PREDICCIÓN

EDICIÓN

28-October-1992

NOTA TECNICA Nº 5

REVISIÓN

-0-

TEMPERATURA POTENCIAL DEL TERMOMETRO HUMEDO: CALCULO Y APLICACIONES .

A. García Méndez



INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA
Subdirección General de Predicción y Vigilancia

INDICE

Página	
1INTRODUCCION
2CONCEPTOS FISICOS
3CALCULO DE LA TENSION DE VAPOR POR MEDIO DE FUNCIONES ANALITICAS
6CALCULO DE LA TEMPERATURA DEL TERMOMETRO HUMEDO
7CALCULO DE LA TEMPERATURA POTENCIAL DEL T. HUMEDO
A.1DESCRIPCION DEL ESQUEMA ITERATIVO DE NEWTON
A.3DESCRIPCION DEL ESQUEMA ITERATIVO DE LA SECANTE
A.4APLICACIONES: FRENTE y FRONTERAS HUMEDAS: LOCALIZACION Y CARACTERIZACION
A.9INESTABILIDAD POTENCIAL
A.12ISOCERO DEL TERMOMETRO HUMEDO.
A.13GLOSARIO DE TERMINOS
A.14DESCRIPCION Y SINTAXIS DE LA MACRO YTHW



1. INTRODUCCION.

El concepto físico de la temperatura potencial del termómetro húmedo, es muy conocido desde antiguo en la Física de los procesos húmedos. Sin embargo, su uso operativo en Meteorología no ha estado muy extendido a causa de problemas de cálculo preciso.

En su lugar, se ha usado de modo bastante general la temperatura potencial equivalente. La razón de esta elección, es que después de algunas simplificaciones, esta última presenta una expresión analítica relativamente simple.

En esta Nota Técnica, se analiza que tipo de errores se cometen cuando se utiliza la expresión usual de la TPE.

En cualquier caso, existen métodos numéricos para obtener con un ordenador de un modo rápido y preciso la temperatura potencial del termómetro húmedo (TPW).

En esta Nota, se presenta un procedimiento iterativo para el citado cálculo. Este procedimiento está instalado en la actualidad en el sistema SAIDAS y trabaja sobre salidas de cualquier modelo numérico y sobre datos de sondeos.

Se añade un Apéndice sobre aplicaciones prácticas de cara a la predicción en lo referente a:

Localización y caracterización de frentes

Inestabilidad potencial

Altura de la isocero del termómetro húmedo.

Por último, se indica la sintaxis de la Macro YTHW que ofrece como salidas la temperatura del termómetro húmedo, temperatura potencial del termómetro húmedo y su advección.

2. CONCEPTOS FISICOS.

Se considera la evolución de una burbuja dentro de la Termodinámica reversible

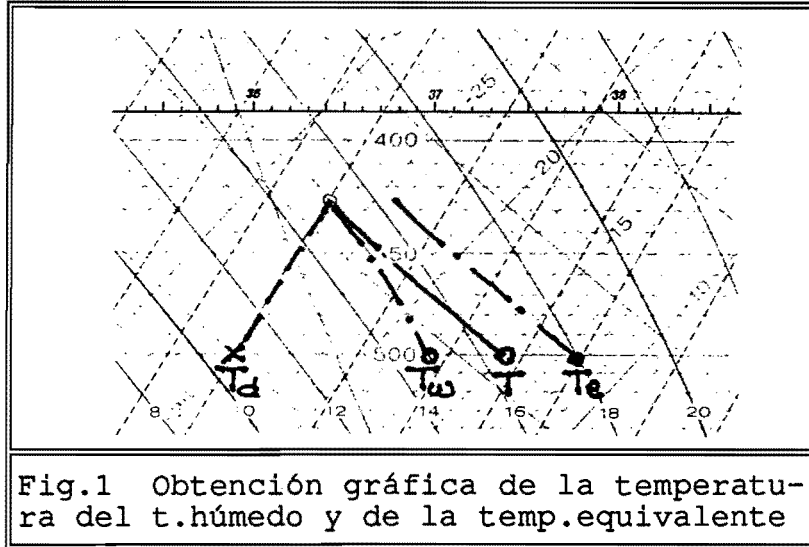


Fig.1 Obtención gráfica de la temperatura del t.húmedo y de la temp.equivalente

En un nivel dado de presión, el estado Termodinámico de la burbuja queda descrito por su temperatura, humedad y presión.

A partir de estos parámetros, puede deducirse su entalpía y entropía respecto a un estado de referencia dado.

Pueden deducirse dos magnitudes que contengan información sobre temperatura y humedad de un modo conjunto y con una significación física clara.

Si se evapora la cantidad necesaria de agua hasta saturar el aire se obtiene la temperatura del termómetro húmedo.

Si se condensa todo el vapor y se elimina el agua líquida se obtiene la temperatura equivalente (ver figura 1).

Así pues, la temperatura del termómetro húmedo (T_w) es la menor temperatura que se puede alcanzar por evaporación (sobresaturaciones al margen) y la temperatura equivalente (T_e) la mayor temperatura que se puede alcanzar por condensación de todo el vapor que contiene. Estos conceptos, pueden expresarse mediante las ecuaciones:

$$T - T_w = \frac{L_w}{C_p} (Q_{sat} - Q_w)$$

$$T_e - T = \frac{L_T}{C_p} q$$

donde q y Q son la razón de mezcla y la razón de mezcla saturante respectivamente.

3. Cálculo de la tensión de vapor por medio de funciones analíticas:

El punto clave en todo el proceso de cálculo es la evaluación de la tensión de vapor mediante funciones analíticas. De hecho, este es el factor clave en la modelización de una atmósfera húmeda como se pone de manifiesto en un excelente trabajo de Ooyama (1990).

Los requerimientos sobre estas funciones son dos:

El ajuste debe aproximar con precisión las tensiones de vapor en un rango de temperaturas razonable para la atmósfera.

La pendiente de la curva de tensión saturante, tiene que ser reproducida con precisión por estos ajustes. La razón es que esta pendiente, representa la ganancia de entropía por unidad de masa de agua, en el proceso de evaporación hasta la saturación del aire a la temperatura T.

$$\Lambda = \frac{L(T)}{T}$$

es el incremento de entropía por unidad de masa en el cambio de fase

$$\eta(T) = \frac{E}{R_v T}$$

es la densidad del vapor saturado a la temperatura T y

$$D(T) = \eta * \Lambda(T) = \frac{dE}{dT}$$

es el incremento de entropía en el proceso de evaporación de la cantidad necesaria de agua para saturar el aire.

El ajuste elegido en este trabajo consiste en:

Las tensiones de vapor se calculan por un ajuste polinómico del tipo:

$$E = \sum_{i=0}^6 A_i * T^i$$

para $T > 0$

donde T son temperaturas en grados C.

De la expresión anterior se deduce que

$$E' = \sum_{i=1}^6 i * A_i * T^{i-1}$$

Los coeficientes del ajuste son:

$$\begin{aligned} A0 &= 6.107799961 \\ A1 &= 4.436518521 \text{ E}(-1) \\ A2 &= 1.428945805 \text{ E}(-2) \\ A3 &= 2.650648471 \text{ E}(-4) \\ A4 &= 3.031240396 \text{ E}(-6) \\ A5 &= 2.034080948 \text{ E}(-8) \\ A6 &= 6.136820929 \text{ E}(-11) \end{aligned}$$

Este ajuste polinómico, es el que se ha utilizado hasta la fecha de modo operativo en McIDAS, para el cálculo de parámetros tales como la temperatura potencial equivalente, razón de mezcla o punto de rocío.

Aunque el citado ajuste es suficiente para cálculos que no requieren una precisión excesiva, no es satisfactorio para cálculos precisos con temperaturas menores de 0° C, sobre todo en lo que se refiere a la pendiente de la curva de tensión saturante, cuya determinación precisa es básica en el esquema que aquí se propone y que como se ha citado previamente tiene un significado físico muy concreto.

Por ello y para temperaturas menores de 0°C se utiliza otro ajuste.

El ajuste compuesto está construido de modo que la función compuesta sea continua y con derivadas de primer orden continuas en el rango de temperaturas de -70°C a 70°C.

Para $T \leq 0$ se utiliza la expresión de Magnus:

$$E = E_0 10^{A \cdot T / (B + T)}$$

donde
E0=6.108
A=7.4475
B=234.07
T=>°C
En este caso

$$\frac{dE}{dT} = \ln(10) * E * \frac{A \cdot B}{(B + T)^2}$$

Para chequear la pendiente de la curva de vapor saturante se utiliza la ecuación de Clausius-Clapeyron:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{L \cdot E}{R_v \cdot T^2}$$

En la tabla siguiente se exponen algunos resultados numéricos conseguidos con la función compuesta de ajuste y con la ecuación de Clausius-Clapeyron. La temperatura viene expresada en grados Centígrados y la pendiente de la curva de tensión saturante en °/mb en ambos casos.

Temp. (C)	dE/dT (1)	dE/dT (2)	Temp. (C)	dE/dT (1)	dE/dT (2)
-70	.001	.001	5	.608	.608
-65	.001	.001	10	.822	.822
-60	.002	.002	15	1.098	1.098
-55	.004	.004	20	1.448	1.448
-50	.007	.007	25	1.888	1.887
-45	.012	.011	30	2.435	2.434
-40	.019	.018	35	3.110	3.107
-35	.030	.030	40	3.933	3.928
-30	.047	.046	45	4.930	4.921
-25	.072	.071	50	6.127	6.110
-20	.108	.106	55	7.554	7.526
-15	.158	.156	60	9.244	9.197
-10	.227	.225	65	11.233	11.158
-5	.321	.318	70	13.560	13.443

dE/dT (1) ==> Cálculo con ajustes analíticos

dE/dT (2) ==> Cálculo usando Clausius-Clapeyron

4. Cálculo de la temperatura del termómetro húmedo.

El cálculo de la temperatura del termómetro húmedo se basa en la ecuación del psicrómetro. Esta ecuación, evalúa el intercambio de **entalpía** entre el aire y el depósito húmedo del psicrómetro (evaporación de agua hasta saturar el aire).

Este hecho se expresa con la ecuación:

$$(C_p + qC_{pv})(T - T_w) = L_w(Q_w - q) \quad (1)$$

o bien escrita en términos de tensiones de vapor

$$F(T_w) = C_p(T - T_w) - \epsilon L_w \frac{E_w - e}{p - E_w} \quad (2)$$

La expresión (2) es una ecuación implícita en T_w ya que

$$\begin{aligned} E_w &= E_w(T_w) \\ L_w &= L_w(T_w) \end{aligned}$$

De la definición física de T_w se sabe que $F(T_w) = 0$ es una función continua y que existe un valor de T_w que satisface esta ecuación implícita.

El algoritmo de resolución que se aplica es el de iteraciones de Newton que se expresaría en este caso:

$$(T_w)_n = (T_w)_{n-1} - \frac{\{F(T_w)\}_{n-1}}{\left\{\frac{dF}{dT_w}\right\}_{n-1}} \quad (3)$$

El esquema iterativo se detiene cuando

$$|(T_w)_n - (T_w)_{n-1}| \leq (\epsilon) \quad (4)$$

donde (ϵ) = precisión deseada.

La expresión de la derivada de $F(T_w)$ respecto a la temperatura es:

$$\frac{dF}{dT_w} = -.2405 - .34833 \frac{E_w - e}{p - E_w} - .62197 L_w \frac{\frac{dE_w}{dT} (p - e)}{(p - E_w)^2}$$

5. Cálculo de la temperatura potencial del termómetro húmedo.

En cálculos simplificados puede utilizarse la conservación de la TPE en una evolución pseudoadiabática.

La expresión de la TPE es

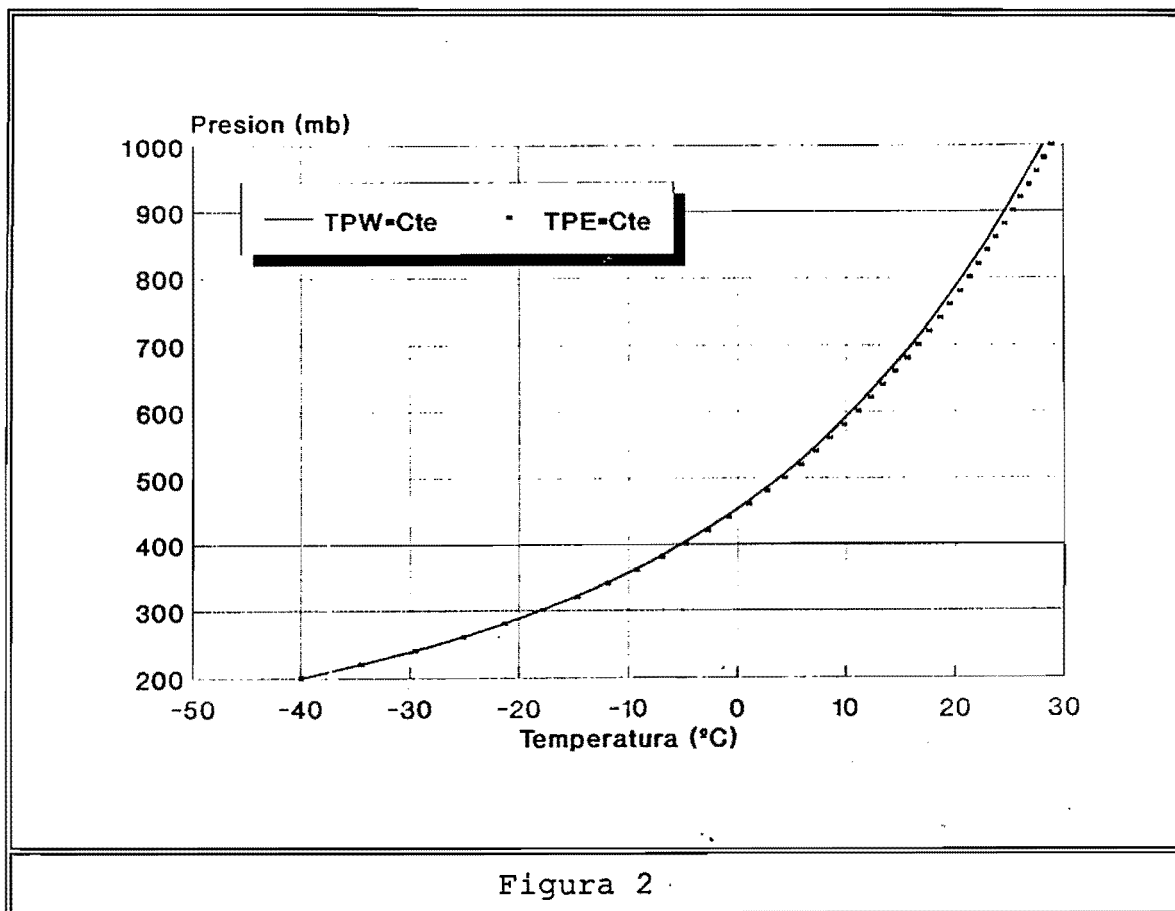
$$\theta_e = \theta * \exp\left\{\frac{L*Q}{C_p T}\right\}$$

que procede de integrar la ecuación diferencial

$$C_p d\ln(T) - R*d\ln(p) + d\left\{\frac{L*Q}{T}\right\} = 0$$

En esta ecuación se han omitido dos términos que aún siendo pequeños influyen en el cálculo de la TPW. Puede compararse esta ecuación con la (5) que es la ecuación completa de la pseudoadiabática.

Las diferencias de cálculo que resultan del uso de la ecuación anterior o la ecuación completa (5) pueden apreciarse en la figura 2. En esta figura se muestra una evolución desde 200 mb con una Tw=-40 hasta 1000 mb utilizando las dos expresiones. La diferencia en 1000 mb es en este caso de 0.8° por lo que en representaciones gráficas o cálculos simplificados queda justificada la utilización de la TPE.



La ecuación de la pseudoadiabática es:

$$(C_p + q \cdot C) \ln \frac{T}{T_0} - R \cdot \ln \frac{p-E}{p_0-E_0} + \frac{L \cdot Q}{T} - \frac{L_0 \cdot Q_0}{T_0} = 0 \quad (5)$$

donde q y Q son la razón de mezcla y razón de mezcla saturante respectivamente.

(5) es también una función implícita de T_w que puede escribirse:

$$F(T, p) = (C_p + q \cdot C) \ln(T) - R \cdot \ln(p-E) + \frac{L \cdot Q}{T} - K = 0 \quad (6)$$

K se evalúa a partir de la T_w calculada previamente.

Si en la ecuación (6) hacemos $p=1000$ mb y se hacen iteraciones, estamos calculando el punto de corte de la pseudoadiabática que pasa por T_w con el nivel de 1000 mb o lo que es igual la temperatura potencial del termómetro húmedo.

Con estas consideraciones, la ecuación (6) se transforma en:

$$F(\theta_w) = (C_p + q \cdot C) \ln(\theta_w) - R \cdot \ln(1000-E) + \frac{L_w \cdot Q_w}{\theta_w} - K = 0 \quad (7)$$

Se aplica ahora el mismo esquema iterativo (3) hasta alcanzar la precisión deseada.

La derivada de la ecuación (7) es:

$$F'(\theta_w) = \frac{C_p + q \cdot C}{\theta_w} + \frac{R \cdot (E')_w}{p - E_w} + \frac{(-.56 \cdot Q_w + L_w \cdot (Q')_w) \cdot \theta_w - L_w \cdot Q_w}{(\theta_w)^2} \quad (8)$$

donde

$$(Q')_w = e \cdot \frac{p \cdot (E')_w}{(p - E_w)^2}$$

En niveles altos ($p < 150$ mb), el esquema anterior se vuelve inestable por lo que se utiliza un esquema alternativo.

En primer lugar para presiones por debajo de 200 mb las adiabáticas secas y las pseudoadiabáticas coinciden por lo que

$$T_w = T$$

y no se requiere por tanto ningún cálculo.

La búsqueda del cero de la ecuación (7) se hace usando el esquema iterativo de la secante (ver Apéndice) con una estimación inicial

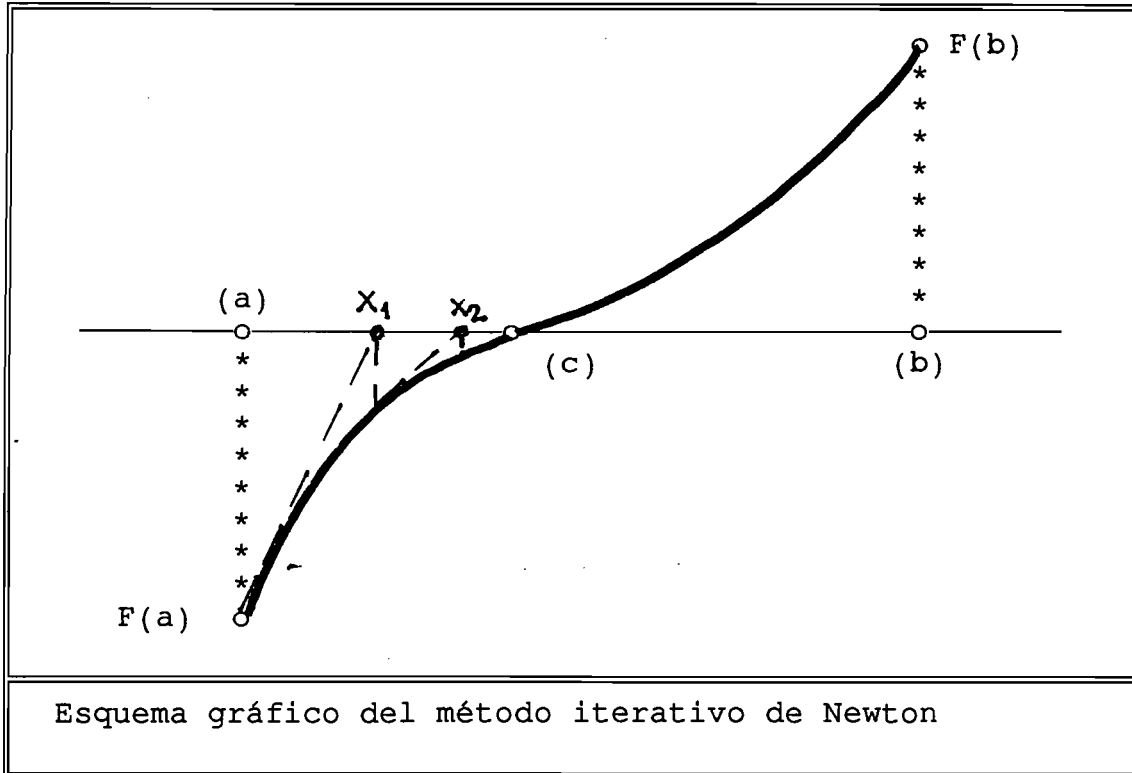
$T_0 = 293$ K

$T_1 = 303$ K

Esto es suficiente para la estabilidad del esquema y su rápida convergencia. Son suficientes 2 ó 3 iteraciones para calcular la temperatura potencial del húmedo para una presión de 100 mb con precisión de una décima.

APENDICE

DESCRIPCION del ESQUEMA ITERATIVO DE NEWTON



#Sea $F(x)=0$ una función implícita y continua en el intervalo (a,b) y que tiene un cero en dicho intervalo ==>

$$\text{signo}(F(a)) \neq \text{signo}(F(b))$$

El desarrollo en serie de esta función sería:

$$F(\alpha) = F(a) + \frac{dF}{dx}(\alpha - a) + \frac{d^2F}{dx^2}(\alpha - a)^2 + \dots$$

Si tomamos solo la parte lineal del desarrollo y se desarrolla en torno al cero de la función lo que nos queda es la ecuación de la tangente a la función $F(x)$ por (a) .

$$\alpha \approx a - F(a) / F'(a)$$

o si se prefiere

$$c_1 = a - F(a) / F'(a)$$

Repetiendo el proceso se llega con facilidad a un algoritmo

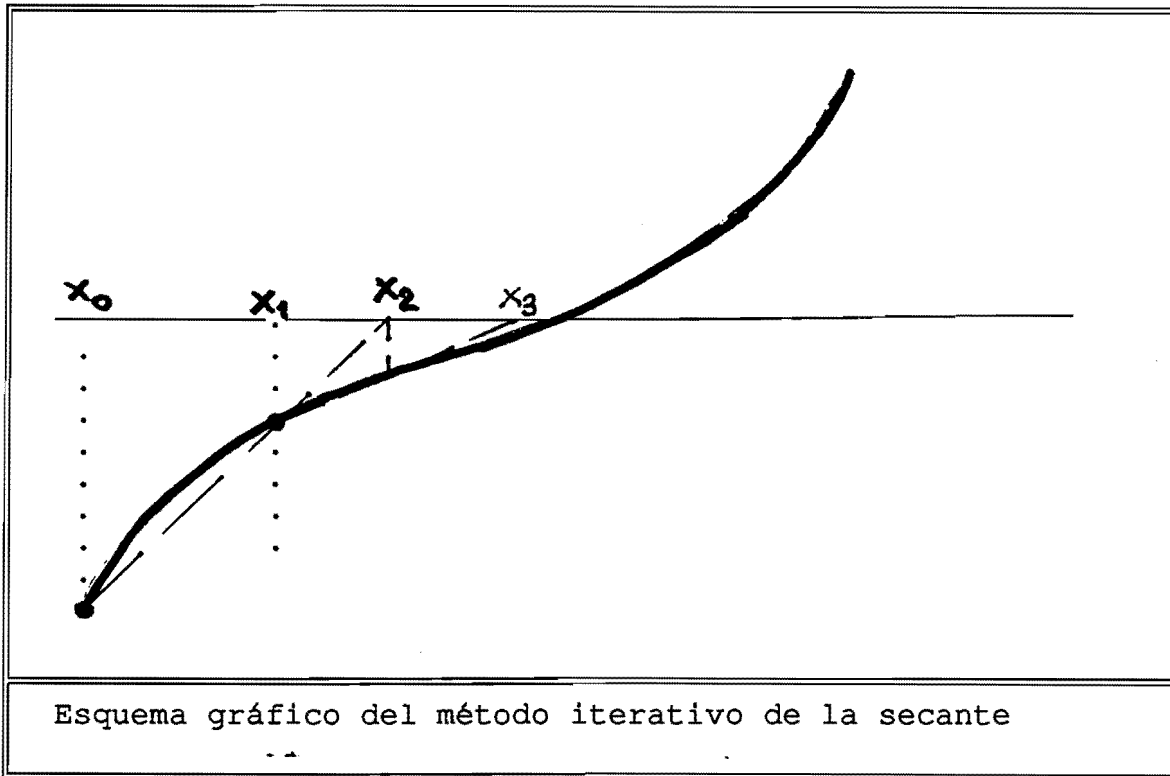
iterativo de cálculo.

Este algoritmo se puede expresar como:

$$X_n = X_{n-1} - F(X_{n-1}) / F'(X_{n-1})$$

Este método converge muy rápidamente reduciendo el error en un orden de magnitud con cada iteración. En el caso del cálculo de T_w son suficientes 2 ó 3 iteraciones para conseguir una precisión de una décima.

DESCRIPCION DEL ESQUEMA ITERATIVO DE LA SECANTE



#Se parte de una estimación inicial del intervalo donde $F(x)$ puede cortar el eje x : (x_0, x_1)

#Se hace una estimación nueva del cero buscado sustituyendo $F(x)$ por la secante que une $F(x_0)$ y $F(x_1)$. Esta recta corta al eje x en:

$$x_2 = x_1 - F(x_1) \frac{(x_1 - x_0)}{F(x_1) - F(x_0)}$$

#El nuevo intervalo donde se estima que existe un cero es ahora (x_2, x_1)

Se repite el proceso de un modo iterativo según la expresión:

$$x_i = x_{i-1} - F(x_{i-1}) \frac{(x_{i-1} - x_{i-2})}{F(x_{i-1}) - F(x_{i-2})}$$

#El esquema de iteración se detiene cuando

$$|x_i - x_{i-1}| < \epsilon$$

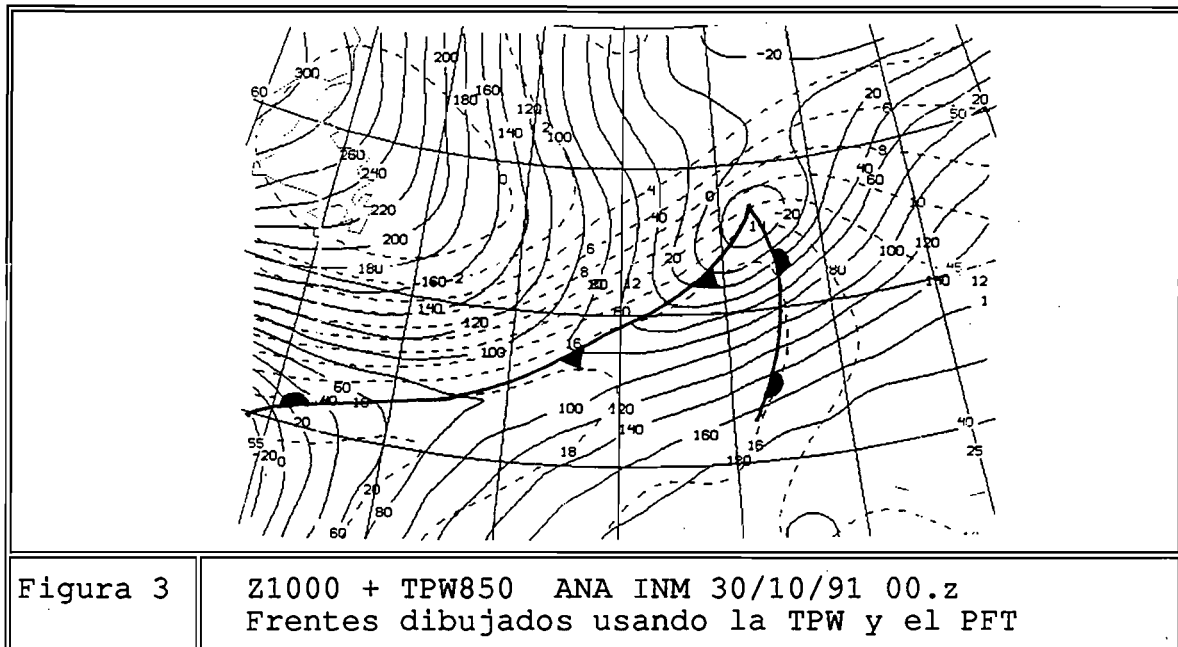
donde ϵ es una cota de error preestablecida.

APLICACIONES

1. FRENTE Y FRONTERAS DE HUMEDAD.

La temperatura potencial del termómetro húmedo solo se ve alterada por efectos diabáticos diferentes de la liberación de calor latente. Hecha esta salvedad, este parámetro es ideal para distinguir masas de aire con características diferentes en cuanto a temperatura y contenido de humedad.

La localización de frentes a escala sinóptica resulta por tanto inmediata usando la TPW directamente sobre salidas de modelos numéricos. En la figura 3 se muestra el geopotencial de 1000 mb y la TPW a 850 mb calculada a partir de un Análisis del LAM INM.



La separación de los sectores frío y cálido en el sistema frontal resulta aún mas evidente en la sección vertical del frente frío que se muestra en la figura 4.

La posición de los frentes puede caracterizarse con mas precisión a partir de parámetros derivados de la TPW como el parámetro frontal térmico (PFT) y por supuesto del uso de modelos conceptuales sobre:

- Frente frío
- Frente cálido
- Frente cálido libre
- Oclusión cálida
- Oclusión fría

Todos estos detalles con la adición del uso de campos, como la advección de la TPW, referentes a este tema pueden encontrarse ampliados en la Nota Técnica nº7 del STAP.

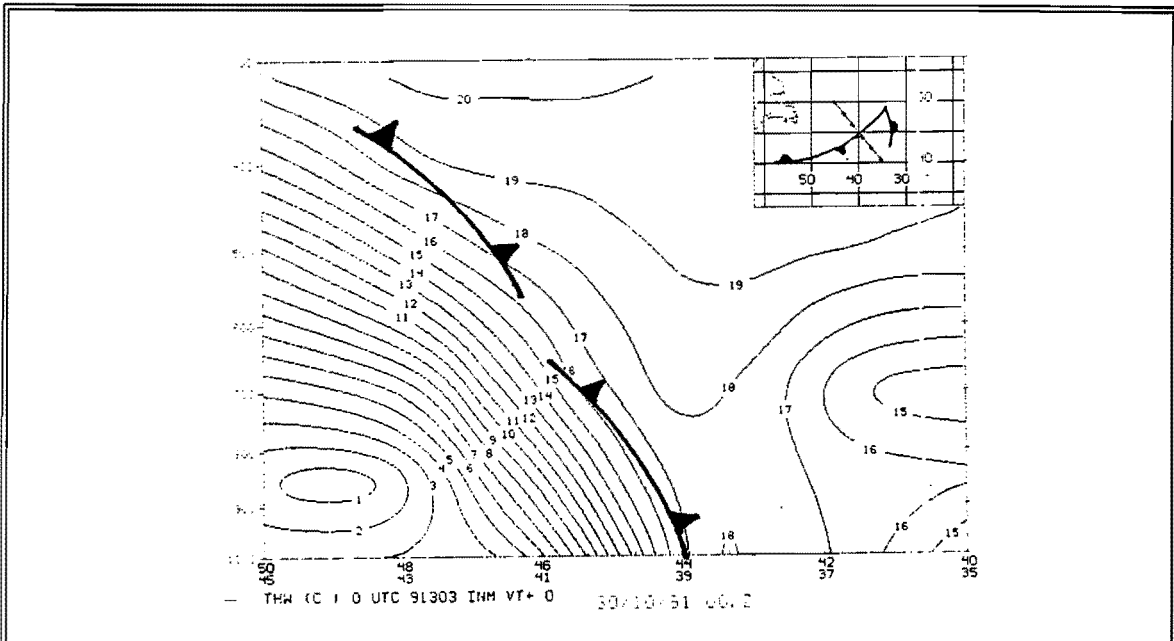


Figura 4 Sección transversal de la TPW a través del frente frío de la figura 3.

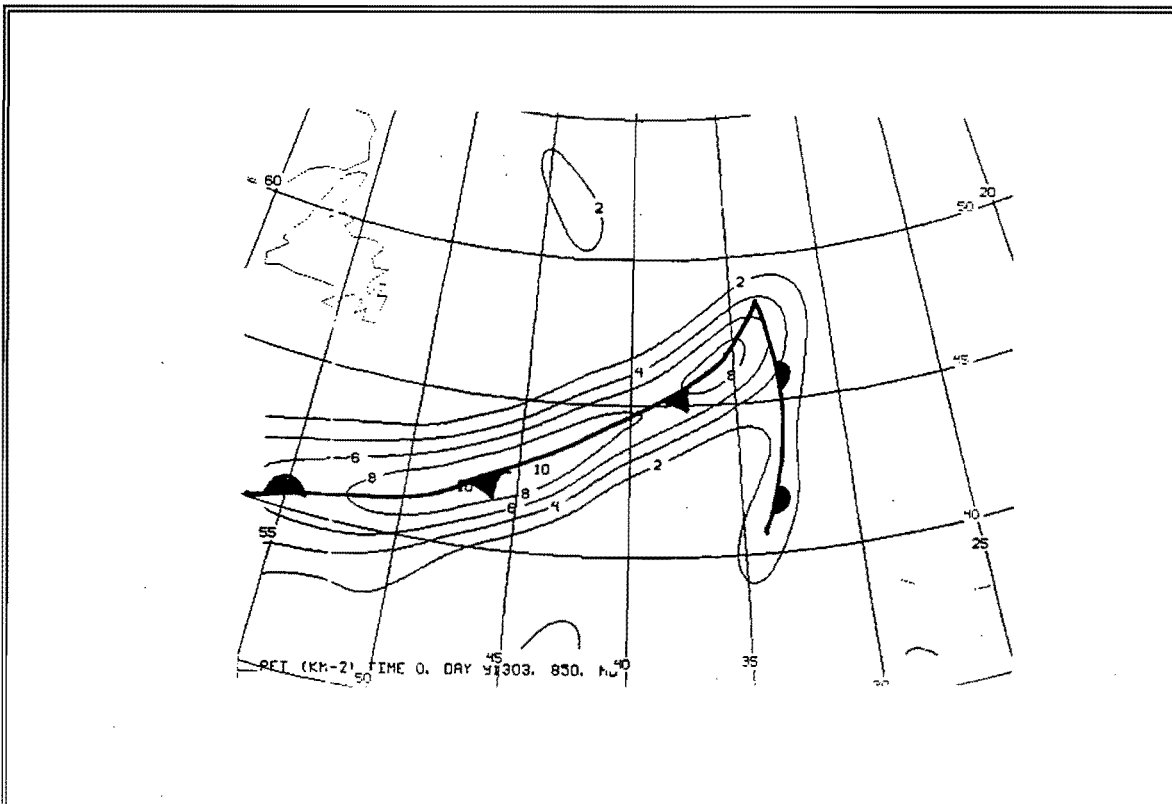


Figura 5 Parámetro frontal térmico 850 mb. Caso de un frente frío. 30/10/91 00.z ANA INM

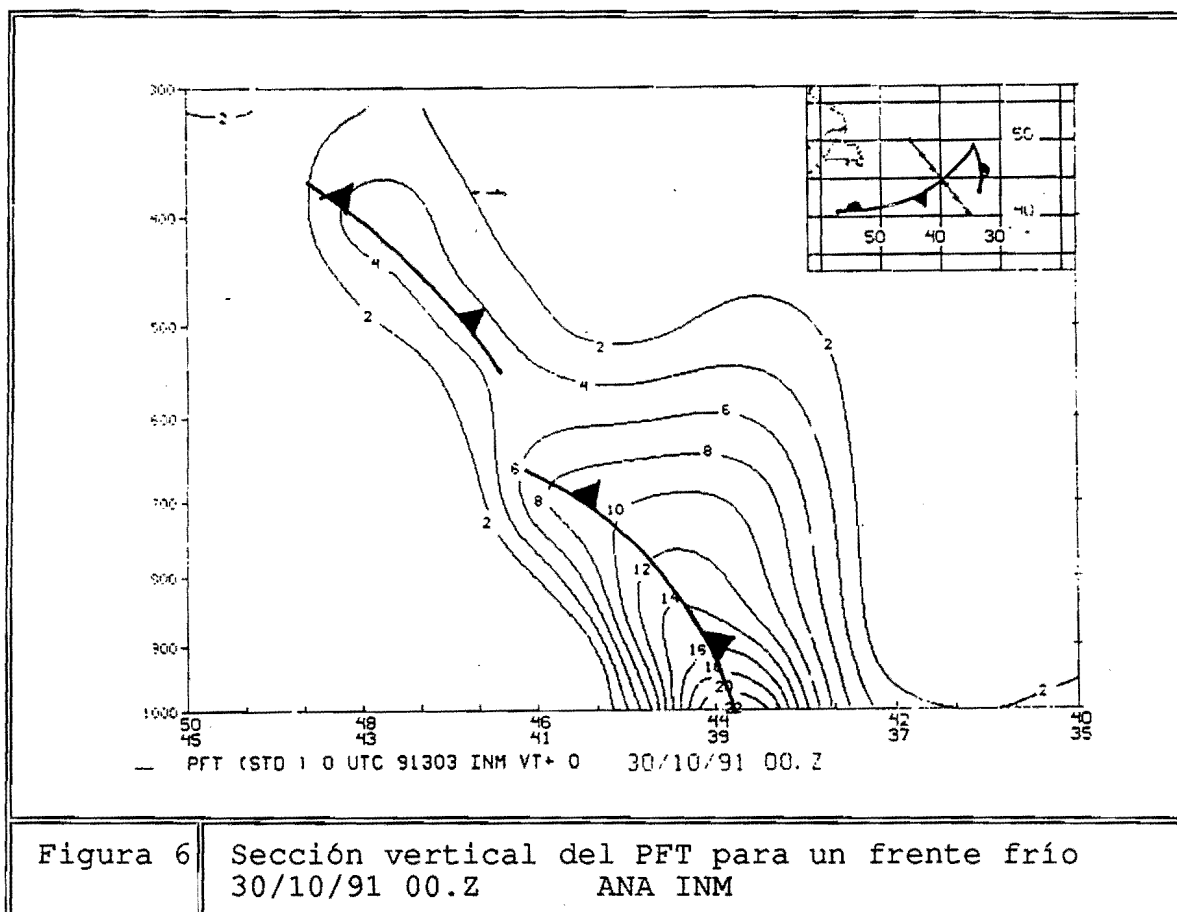
La temperatura potencial del termómetro húmedo puede utilizarse para el cálculo del parámetro frontal térmico. La definición de este parámetro es

$$PFT = -\bar{U}_{\theta_w} \nabla |\nabla \theta_w|$$

Según la expresión anterior, el PFT marca la derivada direccional del gradiente de TPW en dirección de este gradiente.

Una aplicación del PFT es la localización de frentes de un modo objetivo. Los detalles precisos sobre el uso del PFT en la localización de frentes y su relación con los modelos conceptuales sobre frentes fríos, cálidos etc.. aparecen recogidos en la Nota Técnica nº7 del STAP.

En la figura 5, se muestra el PFT en 850 mb para el mismo frente de las figuras 3, 4 y 5 y en la figura 6 una sección vertical del PFT en unidades $1.E-5 * K * (Km)^{-1} * (Km)^{-1}$.

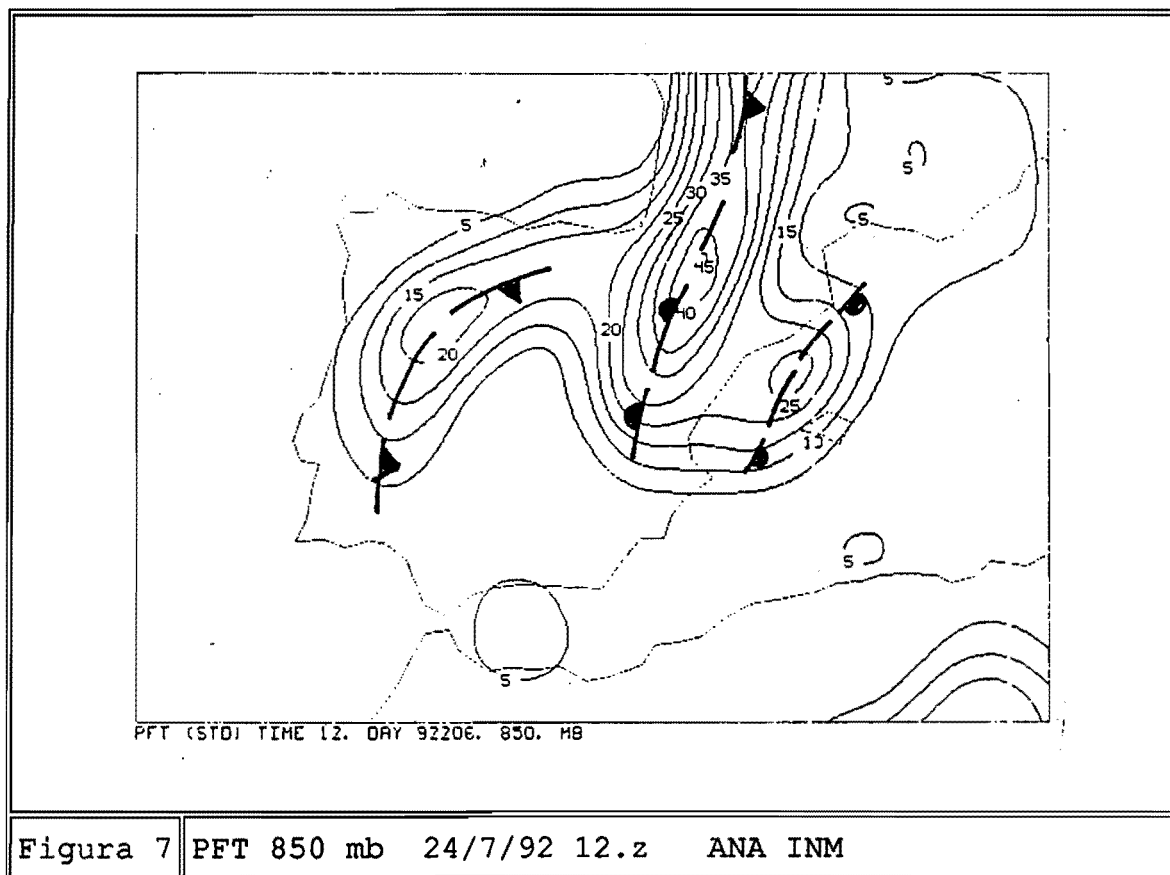


Este parámetro no solo es útil en el caso de frentes. Puede utilizarse para señalar fronteras térmicas en general. Como ejemplo se muestran en las figuras 7 y 8 el PFT en una situación típica de Verano en la Península Ibérica.

En la figura 7, se muestra el PFT en 850 mb. Se aprecia una frontera fría en la parte Occidental de la Península, mientras que la parte Oriental queda enmarcada por dos fronteras cálidas con

aire entre ellas con temperatura potencial del termómetro húmedo alta.

Sobre esta zona, podemos esperar estabilidad estática húmeda reducida (ver apartado siguiente).



2. INESTABILIDAD POTENCIAL:

La condición de inestabilidad potencial es:

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial z} < 0$$

o si se prefiere

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial p} > 0$$

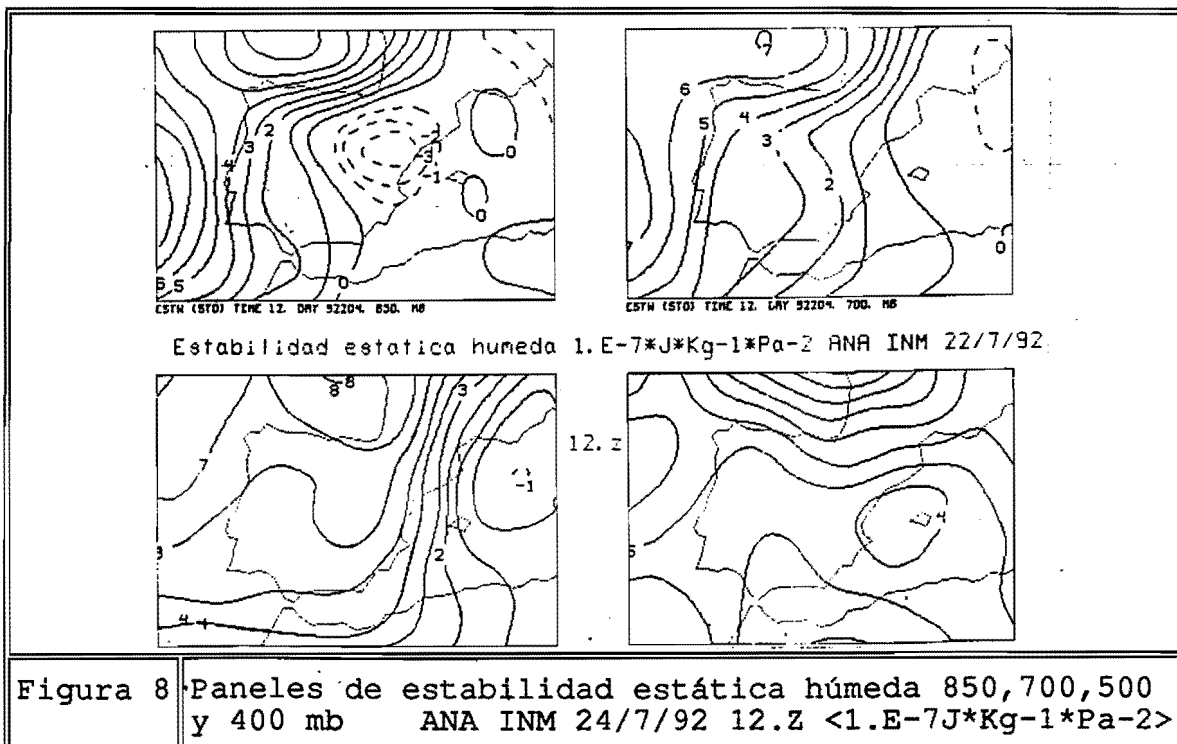
Según lo anterior es muy simple detectar zonas con inestabilidad potencial usando la TPW. Basta con restar por niveles y distinguir zonas donde la TPW disminuye con la altura o lo que es igual aumenta con la presión.

Como ejemplo, se muestran en la figura 8 paneles horizontales de estabilidad estática húmeda por niveles para el día 24/7/92 a 12.z.

Esta estabilidad húmeda es proporcional al gradiente vertical de TPW y se expresa con la ecuación:

$$\sigma_w = -\frac{\alpha}{\theta_w} \frac{\partial \theta_w}{\partial p}$$

Las zonas con valores negativos de la figura 8 indican inestabilidad potencial.



De nuevo, la sección vertical nos da una idea tridimensional de como ve el modelo utilizado este parámetro en particular.

En la figura 9, se muestra una sección vertical de la estabilidad estática húmeda a través del centro de la Península Ibérica para la misma situación de las figuras 7 y 8.

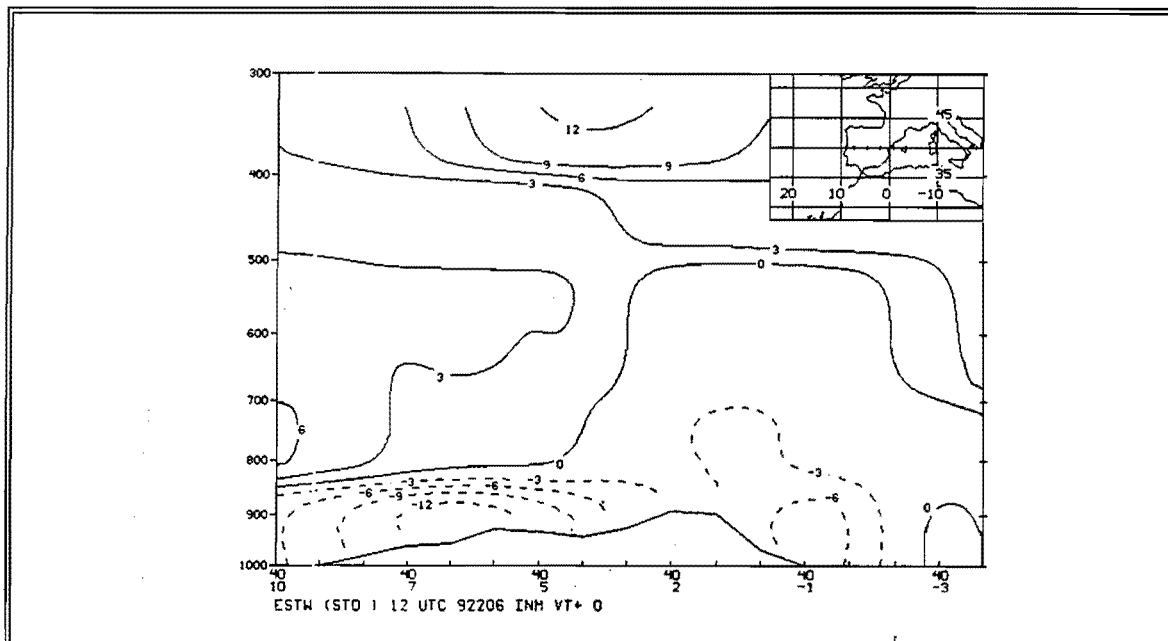
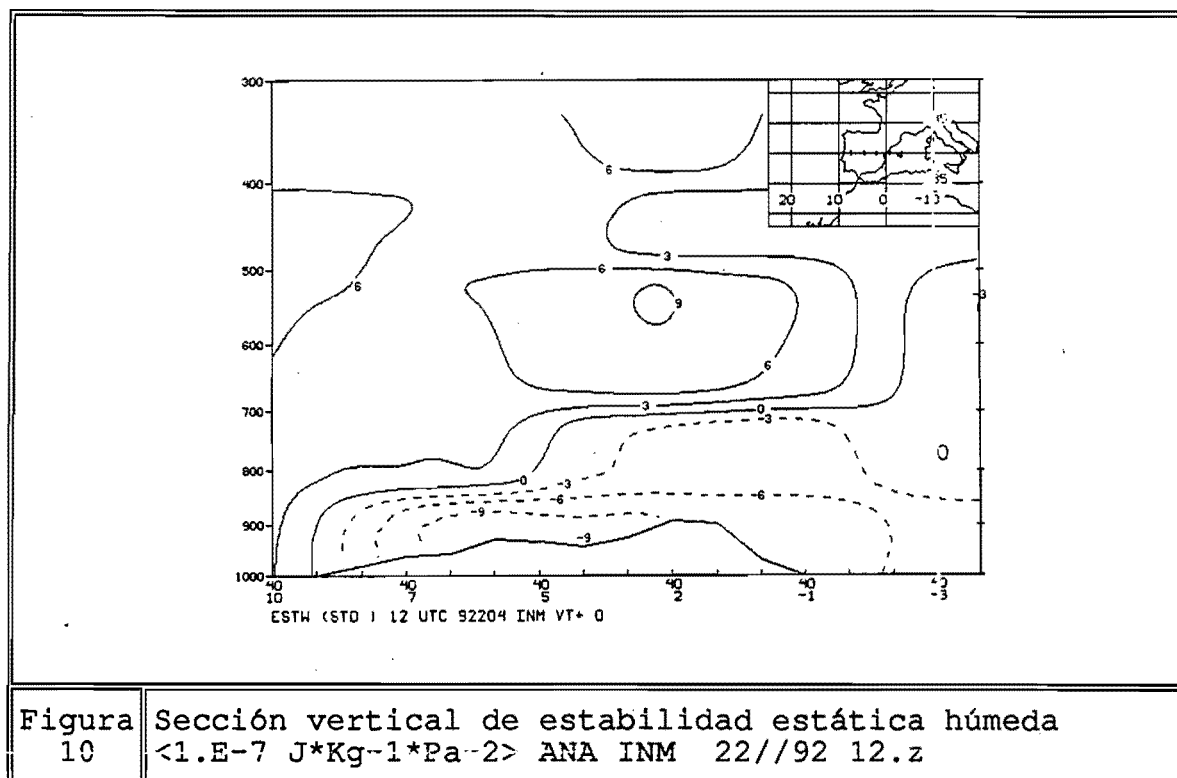


Figura 9 Sección vertical de estabilidad estática húmeda
9 <1.E-7 J*Kg-1*Pa-2> ANA INM 24/7/92 12.z

En la parte Occidental de la Península (parte izquierda de la figura), se aprecia una "tapadera" o "lid" en terminología Anglosajona. Esta tapadera, debe en principio inhibir la convección profunda, salvo que exista un forzamiento capaz de romperla y liberar la energía acumulada en capas bajas. Este no es el caso de la presente situación. En la parte Oriental de la Península, la situación es diferente. Aquí no solo no existe la tapadera, sino que la capa con inestabilidad potencial es mucho más profunda. La convergencia que existía en capas bajas (no mostrada en este trabajo), justo sobre la frontera cálida y forzada en parte por la misma frontera, liberó la inestabilidad potencial existente en capas bajas y dió lugar a convección profunda sobre la citada frontera.

A modo de comparación, se muestra en la figura 10 una sección vertical de estabilidad húmeda correspondiente a dos días antes (22/7/92 12.z).

En esta figura, aparece una tapadera fuerte sobre la Península Ibérica a partir de 700 mb aproximadamente. En este caso, no hubo convección profunda, solo desarrollos de escasa entidad y profundidad.



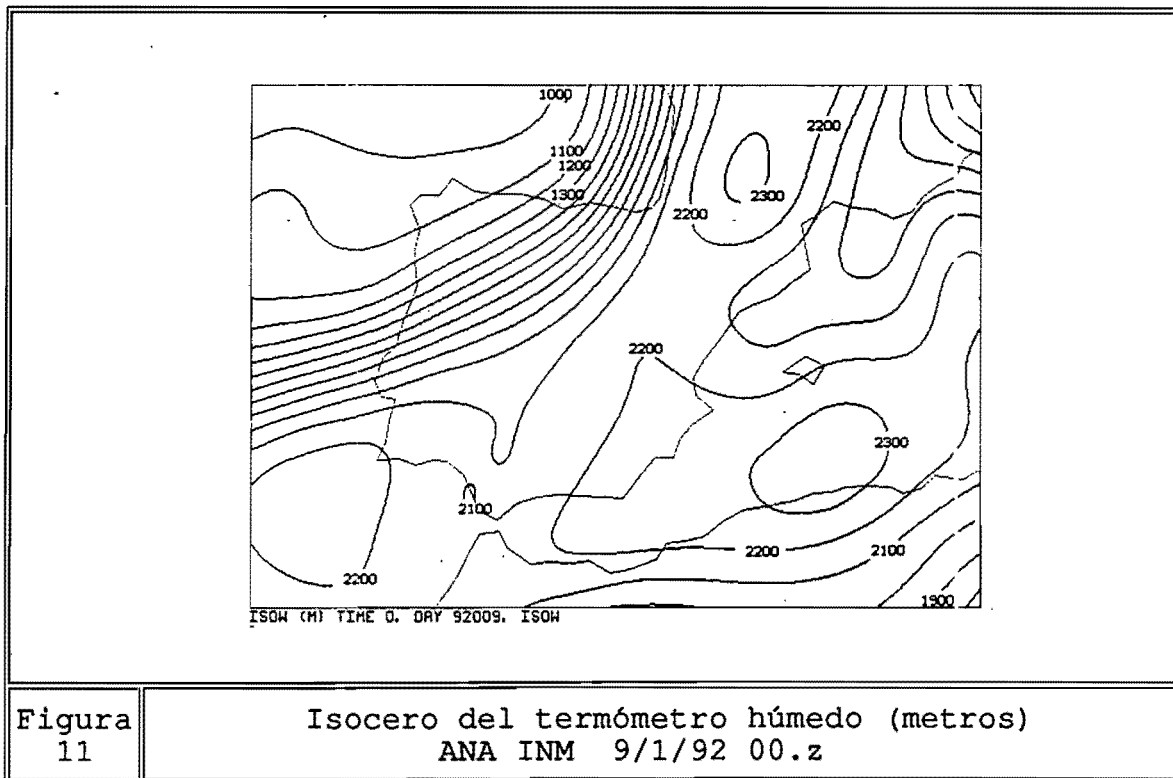
3. ALTURA DE LA ISOCERO DEL TERMOMETRO HUMEDO:

La altura de la isocero del termómetro húmedo es un indicativo del nivel al que la nieve comienza a fundir (ver Nota Técnica nº 6 del STAP).

A partir de este nivel se establece una capa isoterma de la T_w cuyo espesor depende de las condiciones ambientales.

No obstante, hay que hacer notar que esta isocero calculada a partir de la pobre resolución vertical que ofrecen las salidas convencionales de los modelos numéricos en niveles de presión, no ofrece mucha confianza a causa de la interpolación lineal entre niveles separados entre 150 y 200 mb.

En la figura 11, se muestra la altura de la isocero del termómetro húmedo, para una situación de nevadas en Castilla-León (9/1/92) calculada a partir de los Análisis del LAM-INM.



La misma situación vista a través de una sección vertical se muestra en la figura 12. En ella se observa como la isocero del termómetro húmedo se encuentra más baja en el Noroeste Peninsular (900 mb aproximadamente) que sobre la zona central de la Península.

Un estudio completo de esta situación puede encontrarse en la Nota Técnica nº 6 del STAP.

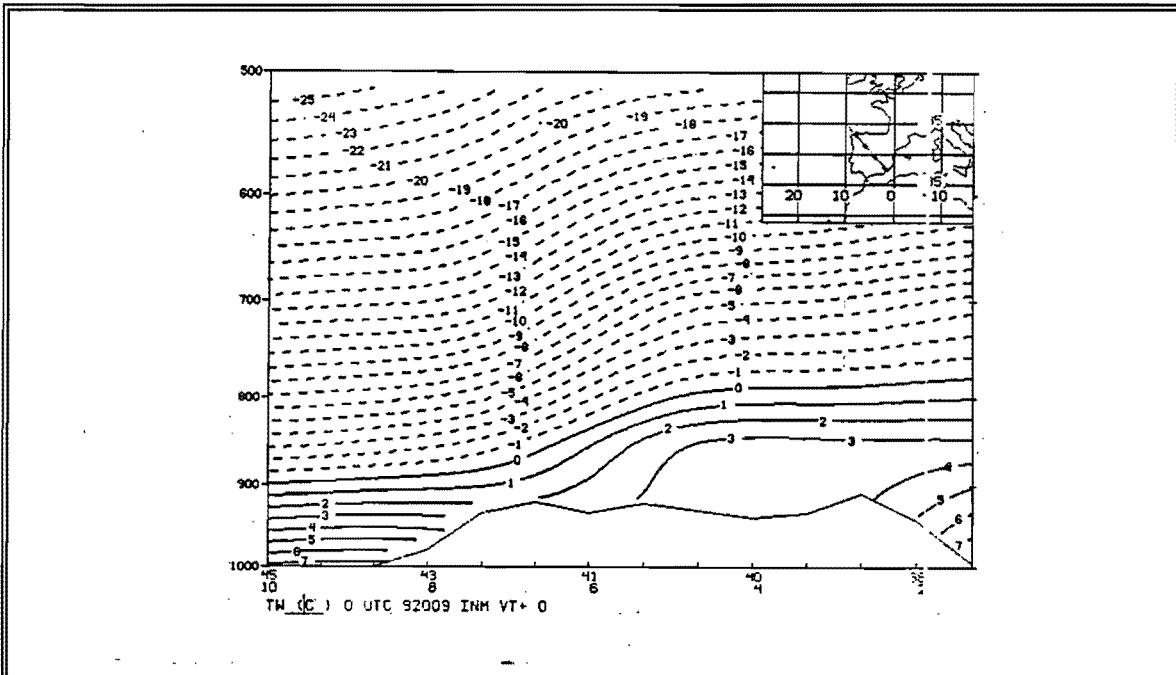


Figura 12	Sección vertical de la temperatura del termómetro húmedo. ANA INM 9/1/92 00.z
--------------	--

GLOSARIO de TERMINOS

$$C_p = .2405 \text{ cal*gr}^{-1}\text{*K}^{-1}$$

$$R_s = .0685 \text{ cal*gr}^{-1}\text{*K}^{-1} \text{ (aire seco)}$$

$$dL(T)/dT = C_{pv} - C_w \implies$$

$$L = 597.3 - .56 * T_c \text{ cal*gr}^{-1}; (T_c \implies ^\circ\text{C})$$

$$k = (C_p + q C) \ln(T_w) - R \ln(p - E_w) - L_w Q_w / T_w$$

C = Calor específico del agua líquida

T_w es el valor de la temperatura del termómetro húmedo calculada previamente.

p es la presión de partida

Q_w es la razón de mezcla saturante correspondiente a T_w

$$\epsilon = R_s / R_v = .62197$$

Referencias: A Thermodynamic Foundation for Modelling the Moist Atmosphere
K.V.Ooyama
Journal Atmospheric Sciences Vol.47 pp 2580-2593

MACRO YTHW

Esta Macro, calcula la temperatura del termómetro húmedo, su temperatura potencial y la advección de esta última.

Sintaxis:

YTHW Nivel (o HELP) KEYWORDS

Nivel: Cualquiera de los disponibles en el modelo numérico usado.

Keywords:

DAY=(Día de la pasada en Juliano)

PAS=(Hora de la pasada:0,6,etc..)

PINI=(Periodo de predicción)

GRIDF=(Fichero Grid donde se encuentra la pasada, periodo de predicción y modelo sobre el que trabajar)

Nota: Si se utiliza esta última Keyword no es necesario utilizar las restantes.

Resultados:

Los resultados se depositan en el Fichero Grid de trabajo en los números:

Grid nº 100===>Temperatura del termómetro húmedo (TW)
Grid nº 101===>T.Potencial del termómetro húmedo (THW)
Grid nº102===>Advección de la T.Pot.del termómetro húmedo (ADTW)

Unidades:

<TW>=.1 C

<THW>=.1 C

<ADTW>=.1 K/12 horas