

R^o. - 14.620-4

CIS 1012212

Sig.: M15

AREA DE PREDICCIÓN

SERVICIO DE TÉCNICAS DE ANÁLISIS Y
PREDICCIÓN

EDICIÓN

11-October-1993

NOTA TÉCNICA N^o 11

REVISIÓN

-0-

PAMIS

**Procedimiento de
Análisis a
Mesoescala
Interactivo en
Saidas**

Parte I

Formalismo Matemático

A. García Méndez
F. Elizaga Rodríguez



- 4 MAR. 1997

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA
Subdirección General de Predicción y Vigilancia

INDICE

INTRODUCCION	Pag. 1
PARTE I : FORMALISMO MATEMATICO DEL PAMIS	Pag. 3
1.- INTRODUCCIÓN. ANALISIS DE BARNES	Pag. 3
2.- CASO DE UNA DISTRIBUCION CONTINUA	Pag. 4
2.1.- Esquema de la técnica de análisis propuesta	Pag. 5
2.2.- Técnica de análisis propuesta por Barnes	Pag. 6
2.3.- Función de respuesta teórica del análisis de Barnes	Pag. 7
3.- CASO DE UNA DISTRIBUCION DISCRETA DE DATOS	Pag. 11
3.1.- Caso particular de observaciones situadas sobre los puntos de Grid	Pag. 11
3.2.- Efectos de la interpolación hacia atrás en el análisis	Pag. 19
3.3.- Consecuencias prácticas sobre el análisis de la discretización	Pag. 23
4.- EVALUACION DEL IMPACTO DE LOS CONTORNOS DEL GRID DE INTERPOLACION SOBRE EL ANALISIS DE BARNES	Pag. 24
4.1.- Caso de una distribución continua	Pag. 24
4.2.- Caso de una distribución discreta	Pag. 33
4.3.- Conclusiones sobre las respuestas del análisis cerca de los contornos del Grid	Pag. 35
4.4.- Eliminación de los efectos de bordes en el PAMIS	Pag. 36
5.- SENSIBILIDAD DEL ANALISIS DE BARNES A DENSIDADES DIFERENTES DE ESTACIONES	Pag. 40
5.1.- Procedimiento utilizado	Pag. 40
5.2.- Resultados	Pag. 42
5.3.- Experimentos de sensibilidad	Pag. 44
5.4.- Evaluación de índices de densidad de estaciones	Pag. 46
6.- TECNICA DE SEPARACION DE ESCALAS	Pag. 51
REFERENCIAS	

PARTE II : APLICACIONES	Pag. 60
1.- COMANDOS	Pag. 61
1.1.- YDENEST	Pag. 62
1.2.- YPAMS	Pag. 63
1.3.- YPAMW	Pag. 64
1.4.- YPLTES	Pag. 65
1.5.- YLMD	Pag. 66
2.- PROCEDIMIENTO DE USUARIO	Pag. 67
2.1.- Area de análisis	Pag. 67
2.2.- Densidad de estaciones, filtros y resolución	Pag. 68
2.3.- Determinación de los filtros y la resolución	Pag. 70
2.4.- Obtención de un análisis por separación de escalas	Pag. 72
2.5.- Uso de Bogus en un análisis por separación de escalas	Pag. 79
2.6.- Eliminación manual de datos erróneos	Pag. 82
2.7.- Obtención de un análisis de viento	Pag. 84
2.8.- Ploteo de las estaciones usadas en un análisis	Pag. 88
2.9.- Resumen práctico	Pag. 89
3.- CASOS SELECCIONADOS	Pag. 91
3.1.- Frente frío	Pag. 91
3.2.- Tramontana	Pag. 95
3.3.- Ciclogénesis mediterránea	Pag. 98
3.5.- Mesoaltas de origen convectivo	Pag. 104
3.6.- Flujo de levante en el estrecho de Gibraltar	Pag. 110
3.7.- Galerna típica en el Cantábrico	Pag. 116
APENDICE	Pag. 125
REFERENCIAS	

INTRODUCCION

El objetivo de esta Nota Técnica, es el de presentar un procedimiento interactivo para el análisis de datos convencionales en superficie dentro del entorno SAIDAS.

Al procedimiento lo hemos denominado **PAMIS**. El significado de este nombre es:

Procedimiento
Análisis
Mesoescala
Interactivo
Saidas

La justificación y significado de este nombre irá surgiendo a lo largo de la Nota Técnica.

Un procedimiento como el que introducimos aquí, debe cumplir una serie de requisitos básicos si se pretende que sea útil para llevar a cabo análisis dentro de la Mesoescala en tiempo real.

Estos requisitos podrían resumirse en una serie de puntos:

- a) El procedimiento debe ser flexible e interactivo. El usuario debería estar siempre en posición de poder seleccionar de un modo simple los parámetros que sintonizan de modo óptimo el análisis. Esto le permitiría llevar a cabo el análisis adecuado a sus necesidades.
- b) La selección de los parámetros adecuados, requiere conocer de forma inmediata no solo el número de estaciones disponible con datos dentro del dominio de cálculo sino una evaluación de la densidad de datos disponibles. Esto permitiría al usuario la elección de la resolución del análisis en función de las longitudes de onda que pretende retener.
- c) El procedimiento debe permitir la introducción de datos Bogus de modo interactivo. Esto puede ser especialmente útil para adecuar el análisis a otras fuentes de datos, como pueden ser información de imágenes de satélite, radar o red de descargas sobre áreas donde la densidad de datos convencionales es escasa. Otra posibilidad a tener en cuenta sería el poder utilizar campos previos de un modelo numérico como Guess.
- d) El procedimiento debe tener incorporado un proceso de depuración de datos automático y otro manual de forma que el usuario pueda utilizar uno de ellos, ambos o ninguno si esa es su elección.
- e) Por último, los programas que conforman el procedimiento deben correr con rapidez. No tiene sentido disponer de un procedimiento donde se puedan elegir tantas opciones si luego el usuario tiene que esperar diez minutos para evaluar la bondad del análisis con las opciones elegidas.

Ninguno de los requisitos anteriores estaban contemplados en la situación actual del SAIDAS. Este hecho, había conducido en la práctica al nulo aprovechamiento de los datos en superficie, a pesar del enorme potencial que ofrecen de cara a la predicción a muy corto plazo. Esto es lo que nos ha impulsado a desarrollar un procedimiento que ayude a los predictores a rellenar este vacío, mediante la utilización integral de los datos convencionales en superficie que se ingestan en SAIDAS.

Teniendo en mente los requisitos citados anteriormente, hemos desarrollado un procedimiento basado en el análisis de Barnes (Barnes, 1964-1973).

Este tipo de análisis es relativamente simple en comparación con los análisis Objetivos que se utilizan en los modelos numéricos. Mientras que este último tipo de análisis es multivariante y precisa de una Climatología de errores del propio modelo, el análisis de Barnes es univariante y puede utilizarse como base para la técnica conocida como separación de escalas. Esta es una técnica que nos parece adecuada para realizar análisis a Mesoescala en el área que comprende la Península Ibérica, Norte de Africa y Mediterráneo Occidental sobre todo tomando ventaja de las facilidades que proporciona SAIDAS.

Otra ventaja que ofrece este tipo de análisis es que pueden predecirse de forma teórica la anchura de los filtros a utilizar en función de la densidad de datos disponible. Este hecho es básico a la hora de proporcionar una gran versatilidad a este procedimiento.

En cuanto a la Nota Técnica en si, nos ha parecido adecuado dividirla en dos partes. La primera parte se dedica exclusivamente al formalismo matemático del procedimiento haciendo hincapié en aspectos tales como:

- Elección de filtros
- Escalas resolubles por el análisis.
- Eliminación de efectos de bordes

Aunque no es necesario que el futuro usuario del procedimiento se lea todo lo relacionado con los aspectos puramente matemáticos del procedimiento, si debería intentar captar las conclusiones operativas ya que en ellas se basan todos los programas de ordenador que conforman el procedimiento.

La segunda parte de la Nota está dedicada a las Aplicaciones Meteorológicas de las que dispondrán los usuarios del procedimiento. Aquí se concretan que comandos componen el PAMIS y como funcionan, descripción detallada del procedimiento y una selección de casos de estudio.

Por último, citar que en un próximo futuro vamos a llevar a cabo una serie de análisis utilizando este procedimiento sobre los datos PYREX. Los resultados de estos análisis se ofrecerán en una publicación aparte.

PARTE-I

FORMALISMO MATEMATICO DEL PAMIS

1.- INTRODUCCIÓN. ANALISIS DE BARNES

El análisis de Barnes se basa en la suposición de que un campo Meteorológico 2D puede representarse como una suma infinita de ondas independientes (Barnes-1964).

Este tipo de análisis interpola a puntos de Grid un conjunto de observaciones distribuidas de forma irregular.

La base del análisis es una función isotropa de peso Gaussiana de la forma:

$$w(x', y', C) = \exp\left\{-\frac{(x')^2 + (y')^2}{4C}\right\} \quad (1)$$

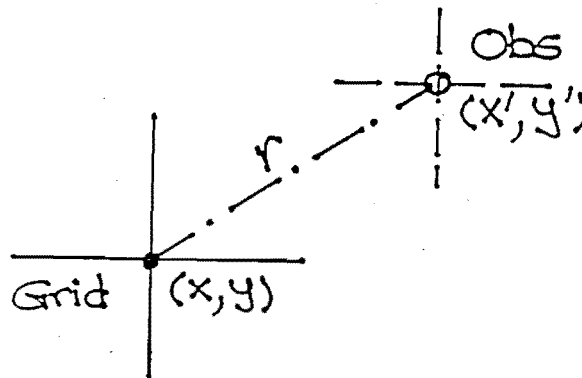


Figura 1

En la figura 1, se representa esquemáticamente un punto de Grid con coordenadas (x,y) respecto a un sistema de referencia arbitrario donde se quieren interpolar una serie de observaciones (Obs) con coordenadas (x',y') relativas a este punto de Grid. De esta forma, el numerador en la exponencial de la función de peso (1) vendría dado por:

$$r^2 = x'^2 + y'^2$$

La anchura del filtro representado por esta función Gaussiana de peso, vendría dado por C. Si expresamos r en Km., C tendría unidades de Km².

2.- CASO DE UNA DISTRIBUCION CONTINUA

Supongamos primero, que tratamos con un caso ideal donde la función $f(x,y)$, representa un campo continuo 2D que pretendemos analizar y representar en puntos de Grid similares al que se muestra en la figura 1.

La función f , vendría representada en los puntos de observación supuestos por

$$f(x+x', y+y')$$

donde x, x', y e y' tienen el significado ya citado

En este caso, se obtiene una pasada preliminar del análisis filtrando la señal original (representada por la función f) mediante la expresión :

$$g_0(x, y) = \frac{\iint_R f(x+x', y+y') \cdot w(x', y', C) dx' dy'}{\iint_R w(x', y', C) dx' dy'} \quad (2)$$

En (2) todas las integrales están extendidas a los números reales y el resultado $g_0(x,y)$ sería el valor de la función f interpolado al punto de Grid (x,y) .

El denominador de la expresión anterior (factor de normalización) tiene en el caso continuo solución analítica

$$\iint_R w dx' dy' = 4\pi C \quad (3)$$

Si por ejemplo, aplicamos el esquema anterior a una onda 1D del tipo

$$f(x) = A \cdot \sin(\alpha x) ; \alpha = \frac{\pi}{\lambda}$$

el resultado es

$$g(x) = D \cdot f(x) ; D = \exp(-K \cdot \alpha^2)$$

donde

K = número de onda
 D = índice de precisión.

2.1.- Esquema de la técnica de análisis propuesta

Teniendo en cuenta que el operador de interpolación usado B es tal que

$$B(f) = D \cdot f$$

donde D y f tienen el mismo significado que en la sección previa, obtenemos la primera pasada del análisis representada por g_0 .

$$g_0 = B(f) = D \cdot f$$

Se obtiene ahora una nueva aproximación sumando al primer paso, un análisis de las diferencias entre la función original y el análisis previo

$$g_1 = g_0 + B(f - g_0) = D \cdot f \{1 + (1 - D)\}$$

Este proceso se generaliza fácilmente para el paso n -ésimo:

$$g_n = g_{n-1} + B(f - g_{n-1}) = D \cdot f \sum_{i=0}^n (1 - D)^i$$

Si ahora calculamos el límite de la diferencia $(f - g_n)$ para $n \rightarrow \infty$, se obtiene

$$\lim (f - g_n)_{n \rightarrow \infty} = 0$$

ya que la serie incluida en el límite es geométrica con razón menor que la unidad.

Este mismo razonamiento puede aplicarse a cada componente espectral independiente. En definitiva, este esquema de análisis retiene todas las ondas representadas en el límite y para el caso continuo.

2.2.- Técnica de análisis propuesta por Barnes

Barnes (1973) propone un análisis de dos pasos diseñado de la forma siguiente

@Primer paso: Se obtiene el resultado de la primera pasada del análisis aplicando el esquema que se indica en la ecuación (2)

$$g_0 = \frac{\iint_{\mathbf{R}} f \cdot w \, dx' \, dy'}{\iint_{\mathbf{R}} w \, dx' \, dy'} \quad (4)$$

@Segundo paso: En este paso se utiliza una función de peso modificada por un factor de relajación. Este coeficiente se introduce para acelerar la convergencia. Por lo demás se utiliza la técnica de corrección ya reseñada.

$$g_1 = g_0 + \frac{\iint_{\mathbf{R}} (f - g_0) \cdot w^* \, dx' \, dy'}{\iint_{\mathbf{R}} w^* \, dx' \, dy'} \quad (5)$$

en este caso la función de peso tiene la expresión

$$w^*(x', y', C, g) = \exp\left\{-\frac{(x')^2 + (y')^2}{4Cg}\right\} \quad (6)$$

Como se aprecia en la ecuación (6), y teniendo en cuenta que el coeficiente de relajación también conocido como parámetro de convergencia está acotado:

$$0 < g \leq 1$$

el uso de este parámetro, da lugar a un estrechamiento efectivo en el filtro utilizado al analizar las diferencias entre la función original y el primer paso del análisis.

En el caso continuo que estamos tratando, la integral extendida a los números reales de esta función de peso modificada tiene también solución analítica

$$\iint_{\mathbf{R}} w^* \, dx' \, dy' = 4\pi Cg \quad (7)$$

@Valores utilizados de g:

*Barnes (1973) aconseja utilizar

$$.2 < g < .4$$

*Las pruebas que hemos realizado para nuestra área en McIDAS, ofrecen buenos resultados para el valor

$$g = .3$$

*Achtemeier (1987) aconseja usar

$$g = 1$$

si bien su análisis es de tres pasos.

2.3.- Función de respuesta teórica del análisis de Barnes

Una de las ventajas de este tipo de análisis, es que se puede anticipar de forma teórica la respuesta de los filtros usados. Esto proporciona una gran versatilidad a la hora de decidir que parámetros son los adecuados para **sintonizar** el análisis.

Si en la ecuación (4), hacemos el cambio de variables

$$X=x+x'; Y=y+y' \quad (8)$$

la expresión del primer paso del análisis queda

$$g_0(x, y) = \frac{1}{4\pi C} \iint_{\mathbf{R}} f(X, Y) \cdot \exp\left\{-\frac{(X-x)^2 + (Y-y)^2}{4C}\right\} dx dy \quad (9)$$

o lo que es igual la convolución de las funciones f y w

$$g_0(x, y) = \frac{1}{4\pi C} (f * w) \quad (10)$$

Pasando ahora al espacio espectral de Fourier (las funciones marcadas con mayúsculas son las transformadas de Fourier de las marcadas con minúsculas) y teniendo en cuenta que la transformada de Fourier de la convolución de dos funciones, es simplemente el producto de sus transformadas respectivas, se llega a:

$$G_0(k_x, k_y, C) = \frac{1}{4\pi C} F \cdot W \quad (11)$$

donde k_x y k_y son los números de onda en direcciones x e y respectivamente

$$k_x = 2\pi/\lambda_x; k_y = 2\pi/\lambda_y$$

La respuesta del primer paso se obtiene simplemente como la razón entre el análisis y la función original:

$$R_{co} = \frac{G_0}{F} = \frac{W(k_x, k_y, C)}{4\pi C} \quad (12)$$

La ecuación (12), nos muestra que la respuesta continua del primer paso del análisis es la transformada de Fourier (en adelante TF) de la función de peso normalizada.

Expresando el resultado de la TF en función de las longitudes de onda en lugar de los números de onda (k_x, k_y) resultan dos ecuaciones para los casos en una y dos dimensiones

$$(R_{c0})_{1D} = \exp\left\{-\frac{4\pi^2 C}{\lambda^2}\right\} \quad (13.1)$$

$$(R_{c0})_{2D} = \exp\left\{-4\pi^2 C \left(\frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2}\right)\right\} \quad (13.2)$$

o bien introduciendo parámetros adimensionales del tipo:

$$\lambda^* = \lambda/\lambda_0; \lambda_x^* = \lambda_x/\lambda_0; \lambda_y^* = \lambda_y/\lambda_0 \text{ donde } \lambda_0^2 = 4C$$

se llega a:

$$(R_{c0})_{1D} = \exp\left\{-\frac{\pi^2}{\lambda^{*2}}\right\} \quad (13.3)$$

$$(R_{c0})_{2D} = \exp\left\{-\pi^2 \left(\frac{1}{\lambda_x^{*2}} + \frac{1}{\lambda_y^{*2}}\right)\right\} \quad (13.4)$$

La misma técnica aplicada al segundo paso del análisis nos lleva a

$$g_1 = g_0 + \frac{1}{4\pi Cg} \{w^{**} (f - g_0)\} \quad (14.1)$$

$$G_1 = G_0 + \frac{1}{4\pi Cg} W^* (F - G_0) =$$

$$= F \left\{ \frac{W}{4\pi C} + \frac{W^*}{4\pi Cg} - R_{c0} \frac{W^*}{4\pi Cg} \right\} \quad (14.2)$$

Teniendo en cuenta que

$$W^* = R_{c0}^g$$

resulta finalmente

$$R_{ct} = \frac{G_1}{F} = R_{c0} (1 + R_{c0}^{g-1} - R_{c0}^g) \quad (15)$$

En la figura 2, se muestran las respuestas teóricas para el caso continuo 1D usando un análisis de Barnes de dos pasos con un coeficiente de relajación $g=0.3$ y con anchuras de filtro: $C=1000, C=5000, C=10000$ y $C=50000 \text{ km}^2$

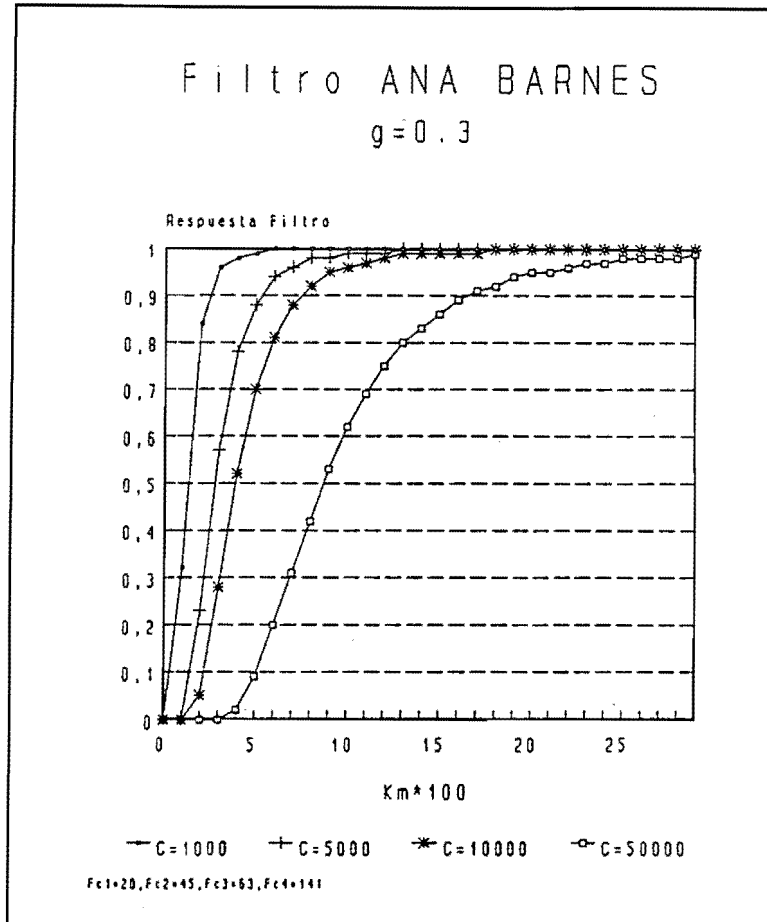


Figura 2
 Respuesta teórica continua 1D. análisis de Barnes de dos pasos
 $g=0.3; C=1000, 5000, 10000$ y 50000 km^2

Esto sería una primera aproximación al problema. De hecho los campos meteorológicos a analizar son 2D ó 3D por lo que la elección de filtros adecuados a cada caso debería hacerse en base a las respuestas 2D ó 3D.

En la figura 3, se muestran comparaciones entre la respuesta 1D teórica y la 2D para tres valores diferentes de la longitud de onda adimensional en dirección y (λ_y^*). Se aprecia fácilmente como a medida que crece λ_y^* la respuesta teórica 2D se aproxima a la 1D:

$$\lambda_y^* \rightarrow \infty \Rightarrow (R_c)_{2D} \rightarrow (R_c)_{1D}$$

Comparacion 1D-2D caso continuo

$\lambda_y^* = 1, \lambda_y^* = 3, \lambda_y^* = 8$

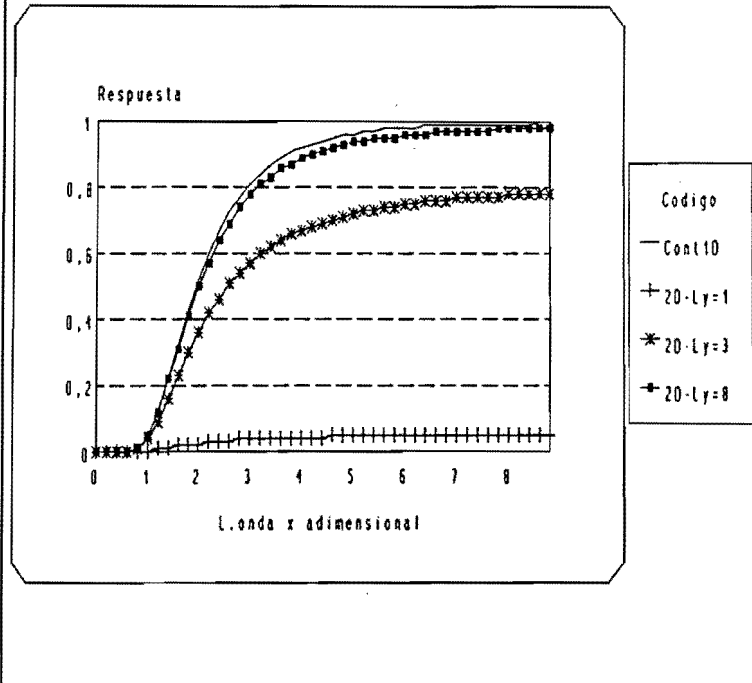


Figura 3

Comparación 1D/2D caso continuo

$\lambda_y^* = 1, \lambda_y^* = 3, \lambda_y^* = 8$

3.- CASO DE UNA DISTRIBUCION DISCRETA DE DATOS

3.1.- Caso particular de observaciones situadas sobre los puntos de Grid

Se considera primero el caso simplificado de observaciones situadas sobre los puntos de Grid donde se pretende realizar el análisis.

La discretización inherente a este proceso equivale a muestrear una función continua mediante un tren de impulsos del tipo

$$comb_{\Delta d}(x, y) = (\Delta d)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-m\Delta d) \delta(y-n\Delta d) \quad (16)$$

donde δ es la delta de Dirac.

Esta función 2D de muestreo tiene como TF analítica:

$$S(k_x, k_y, \Delta d) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta(k_x - \frac{2\pi p}{\Delta d}) \delta(k_y - \frac{2\pi q}{\Delta d}) \quad (17)$$

Esta TF es otra función de muestreo solo que en el espacio espectral de Fourier.

La función de muestreo y su TF están representadas en la figura 4 para el caso 1D.

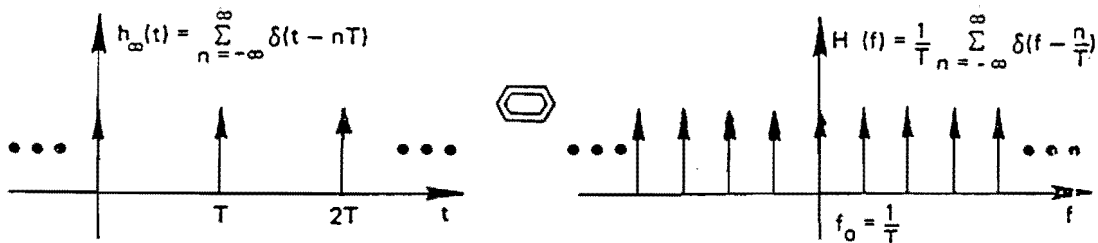


Figura 4
Función de muestreo 1D y su Transformada de Fourier

Según lo anterior el primer paso del análisis resulta ser

$$g_0(x, y) = \frac{\iint_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{(X-x)^2 + (Y-y)^2}{4C}\right\} f(X, Y) comb_{\Delta d}(X-x, Y-y) dXdY}{\iint_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{(X-x)^2 + (Y-y)^2}{4C}\right\} comb_{\Delta d}(X-x, Y-y) dXdY}$$

El denominador de la expresión anterior o factor de normalización puede calcularse tomando ventaja de la propiedad:

$$\iint_{\mathbf{R}} f \cdot \text{comb}_{\Delta d} dx dy = (\Delta d)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x-m\Delta d, y-n\Delta d) \quad (18)$$

Aplicando la propiedad (18) se obtiene:

$$\iint_{\mathbf{R}} \exp(\cdot) \cdot \text{comb}_{\Delta d} dX dY = (\Delta d)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(m\Delta d)^2 + (n\Delta d)^2}{4C}\right\} = \beta_0 (4\pi C)$$

donde $\beta_0 = \beta_0(\Delta d, C)$ o lo que es igual β_0 es función de la densidad de estaciones y de la anchura del filtro. Este coeficiente, indica el grado de aproximación a la integral continua del sumatorio doble de la expresión anterior, en función del número de armónicos que se tomen en el cálculo.

De forma similar se define $\beta_1 = \beta_1(\Delta d, C)$ para el segundo paso del análisis.

$$\beta_1 = \frac{(\Delta d)^2}{4\pi Cg} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(m\Delta d)^2 + (n\Delta d)^2}{4Cg}\right\} \quad (19)$$

Para los parámetros de los filtros de Barnes utilizados normalmente para nuestros cálculos en McIDAS, se obtienen usando 21 armónicos para cada dirección los resultados que muestra la tabla 1:

Δd^*	Δd (Km)	β_0	β_1
.1	14.1	.74435	.98691
.5	70.7	1.00000	1.00002
.7	99.0	1.00000	1.00952
1.	141.4	1.00020	1.21784
1.2	169.7	1.00422	1.57859
1.5	212.1	1.05039	2.39259
2.	282.8	1.36822	4.24413

Tabla 1

En el cálculo de la tabla anterior se han utilizado filtros con parámetros $C=5000 \text{ Km}^2; g=.3$

Como puede apreciarse en esta tabla, para densidades adimensionales del orden de 0.7 tanto β_0 como β_1 valen aproximadamente la unidad.

Teniendo en cuenta los resultados previos, la TF del primer paso del análisis discreto resulta:

$$G_{d0} = \frac{1}{4\pi C\beta_0} (SW)(k_x, k_y) \cdot F(k_x, k_y) \quad (20)$$

donde (SW) es la TF de la función de peso muestreada .

Por otra parte, la TF de un producto de funciones es la convolución de sus respectivas TF , es decir:

$$(SW) = \text{TF}(f \cdot w) = S \cdot W$$

La respuesta discreta del primer paso resulta así:

$$R_{d0} = \frac{S \cdot W}{4\pi C\beta_0} = \frac{1}{\beta_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp\{-C[(k_x - \frac{2\pi p}{\Delta d})^2 + (k_y - \frac{2\pi q}{\Delta d})^2]\} \quad (21)$$

o bien usando longitudes de onda y densidad de estaciones adimensionales

$$\lambda_x^* = \frac{\lambda_x}{2C^{1/2}}; \lambda_y^* = \frac{\lambda_y}{2C^{1/2}}; \Delta d^* = \frac{\Delta d}{2C^{1/2}}$$

$$R_{d0} = \frac{1}{\beta_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp\{-\pi^2 [(\frac{1}{\lambda_x^*} - \frac{p}{\Delta d^*})^2 + (\frac{1}{\lambda_y^*} - \frac{q}{\Delta d^*})^2]\} \quad (22)$$

Hay que hacer notar que esta respuesta es idéntica a la del caso continuo para

$$p=q=0 \text{ y } \beta_0=1$$

Para efectuar el segundo paso del análisis, basta recordar que la TF de la función de peso modificada, se sustituye por la TF de la función de peso muestreada. Con esta consideración se llega a

$$G_{d1}(k_x, k_y) = F\left\{\frac{(SW)}{4\pi C\beta_0} + \frac{(SW^*)}{4\pi Cg\beta_1} - \frac{(SW)(SW^*)}{(4\pi C\beta_0)(4\pi Cg\beta_1)}\right\} \quad (23)$$

y teniendo en cuenta que la respuesta del segundo paso en función de parámetros adimensionales es

$$R_{d1} = \frac{1}{\beta_1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp\{-\pi^2 g [(\frac{1}{\lambda_x^*} - \frac{p}{\Delta d^*})^2 + (\frac{1}{\lambda_y^*} - \frac{q}{\Delta d^*})^2]\} \quad (24)$$

obtenemos la respuesta total del análisis en el caso discreto

$$R_d(k_x, k_y, C, g, \Delta d) = R_{d0} + R_{d1} - R_{d0}R_{d1} \quad (25)$$

Queda por responder la pregunta de cual es el límite de longitudes de onda de muestreo que impone la discretización así como que efectos tiene sobre el análisis el proceso conocido como **aliasing**. El aliasing o solapamiento, es un efecto que surge cuando muestreamos ondas. El efecto se manifiesta como ondas con longitudes de onda no resolubles, que aparecen analizadas como ondas con mayores longitudes de onda.

Por ejemplo, si tenemos un dominio de longitud L dividido en J partes con incrementos Δd , la onda representada por $\text{Sin}(2\pi(\mathbf{J}-\mathbf{m})/J)$ es idéntica a la onda original $\text{Sin}(2\pi\mathbf{m}/J)$, siendo m un entero y $j\Delta d$ el desplazamiento en dirección x . De esta forma, una onda no resoluble con longitud de onda L/m aparece analizada como otra con longitud de onda $L/(J-m)$.

Si los puntos de observación e interpolación están definidos con el mismo intervalo Δd , la amplitud de la onda solapada no puede distinguirse de la original. No obstante, si $\Delta x < \Delta d$ un análisis de Fourier diferencia ambas ondas e incluso permite calcular sus amplitudes.

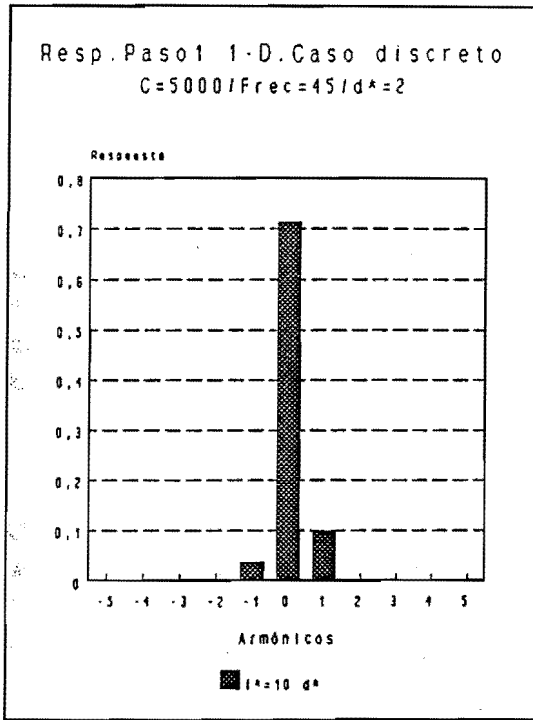
Con objeto de mostrar de un modo claro la respuesta a esta pregunta, se representan en la figura 5 las respuestas del primer paso 1D para una densidad adimensional $\Delta d^* = 2$ y para diversas longitudes de onda adimensionales.

En la figura 5.a, se muestra la respuesta 1D del primer paso del análisis para una longitud de onda adimensional $\lambda^* = 10 \Delta d^*$. En la figura se aprecia la respuesta debida a $p=0$, que se corresponde con la respuesta continua y dos lóbulos laterales consecuencia de la discretización. El primero de ellos, correspondiente al armónico $p=1$ y a una longitud de onda adimensional efectiva de $\lambda_{ef}^* = 1.11 \Delta d^*$, ofrece una respuesta de 0.1 y el otro causado por el armónico $p=-1$ y $\lambda_{ef}^* = .91 \Delta d^*$ con menor respuesta. Tanto en esta figura como en las siguientes, aparecen con claridad los efectos del aliasing causados por la discretización.

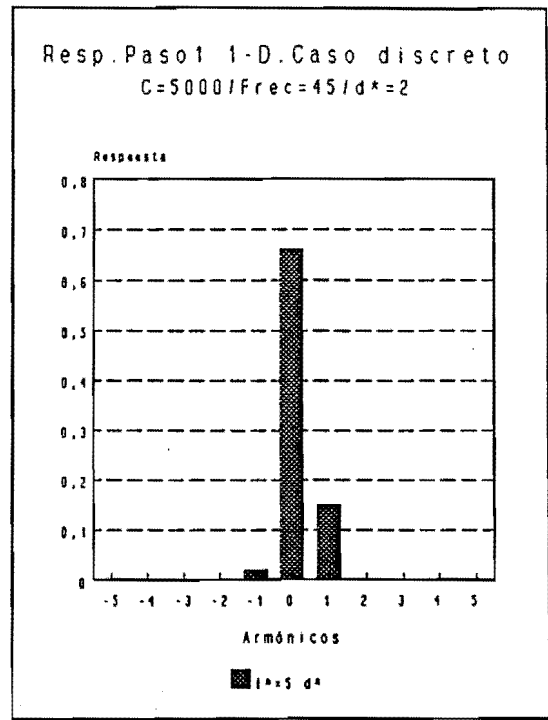
Ambos lóbulos laterales, están producidos por longitudes de onda por debajo de la de Nyquist ($\lambda^* = 2 \Delta d^* = L$, onda de Nyquist) y por lo tanto no resolubles. Estos efectos se irán incrementando según vayamos disminuyendo la longitud de onda a representar.

En principio, los resultados previos indican que esta longitud de onda está bien representada y que los efectos de los lóbulos laterales pueden evitarse siempre que muestreemos para longitudes de onda mayores que la de Nyquist.

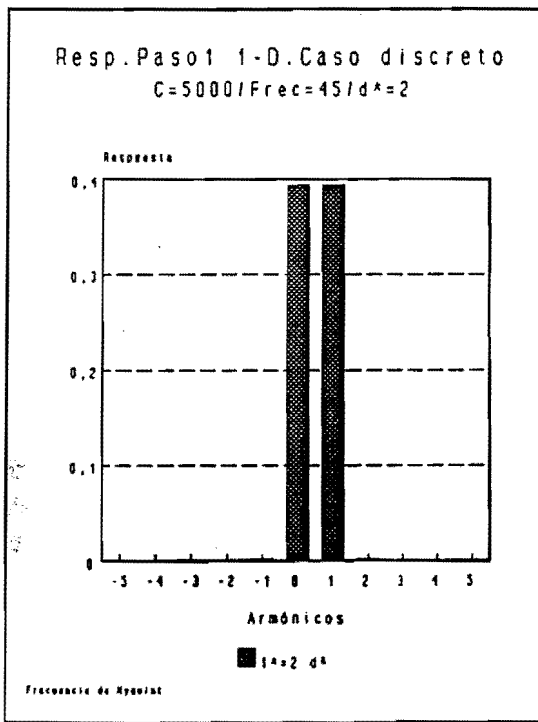
En la figura 5.b, se muestra lo mismo para $\lambda^* = 5 \Delta d^*$. Los resultados son similares a los de la figura 5.a aunque hay que notar como la respuesta del lóbulo secundario principal sube a 0.15 para una longitud de onda efectiva de $\lambda_{ef}^* = 1.25 \Delta d^*$. Según disminuimos la longitud de onda a representar, la respuesta del lóbulo secundario principal va incrementándose y la longitud de onda efectiva se aproxima a la de Nyquist.



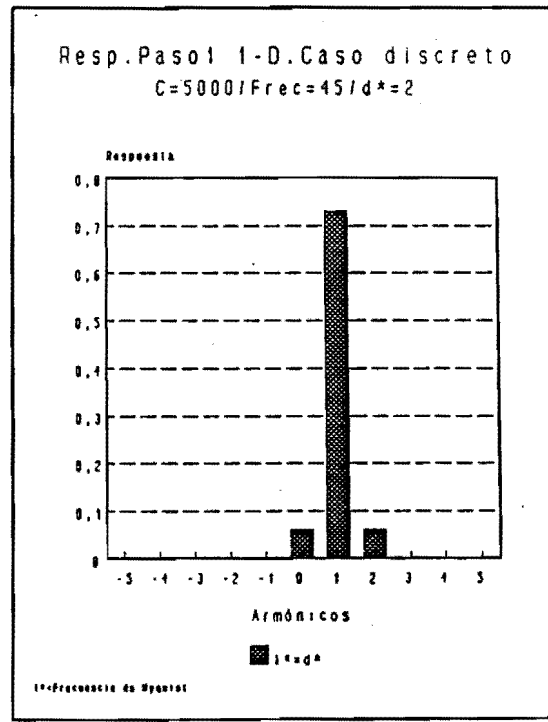
a)



b)



c)



d)

Figura 5
a) $\lambda^* = 10 \Delta d^*$ b) $\lambda^* = 5 \Delta d^*$
c) $\lambda^* = 2 \Delta d^*$ (L.o.Nyquist) d) $\lambda^* = \Delta d^*$
En todos los casos $\Delta d^* = 2$

La figura 5.c, muestra precisamente lo que ocurre cuando pretendemos representar ondas en el límite de la resolución. Al margen de la aparición de lóbulos secundarios, se aprecia que la respuesta para $p=1$ es idéntica a la correspondiente a $p=0$ (ambas para una longitud de onda efectiva $\lambda_{ef}^* = 2 \Delta d^*$) por lo que la respuesta sería el doble de la debida al caso continuo.

Si aún pretendemos representar ondas mas cortas el resultado sería el mostrado en la figura 5.d. La respuesta máxima corresponde al armónico $p=1$ con una longitud de onda efectiva $\lambda_{ef}^* = \infty$. La conclusión a la discusión anterior es que la discretización impone un límite en las longitudes de onda que se pueden representar correctamente. Cualquier intento de aproximación a la longitud de onda de Nyquist tendrá como consecuencia la aparición de solapamiento y ruido en general por lo que antes de generar un análisis de este tipo deberá hacerse una elección razonable de los parámetros del filtro utilizado en función de la densidad de estaciones.

Otra forma de apreciar esta limitación se representa en la figura 6.a. En esta figura se muestran las respuestas 1D del caso discreto (análisis de dos pasos) para dos densidades adimensionales diferentes y utilizando el mismo filtro ($C=5000 \text{ Km}^2, g=0.3$).

Para las dos densidades adimensionales representadas en la figura 6:

$$\Delta d^* = 1; \Delta d^* = .5$$

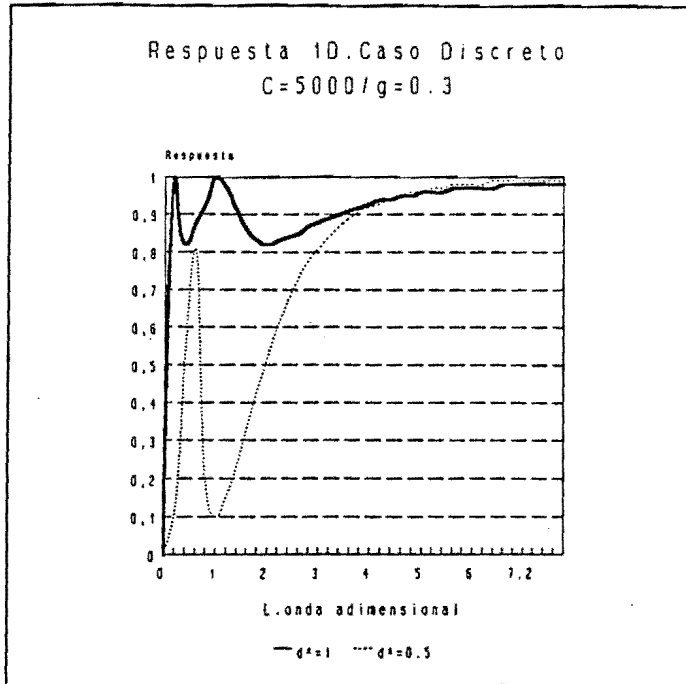
que se corresponden en el espacio físico respectivamente a:

$$\Delta d = 141 \text{ Km}; \Delta d = 71 \text{ Km}$$

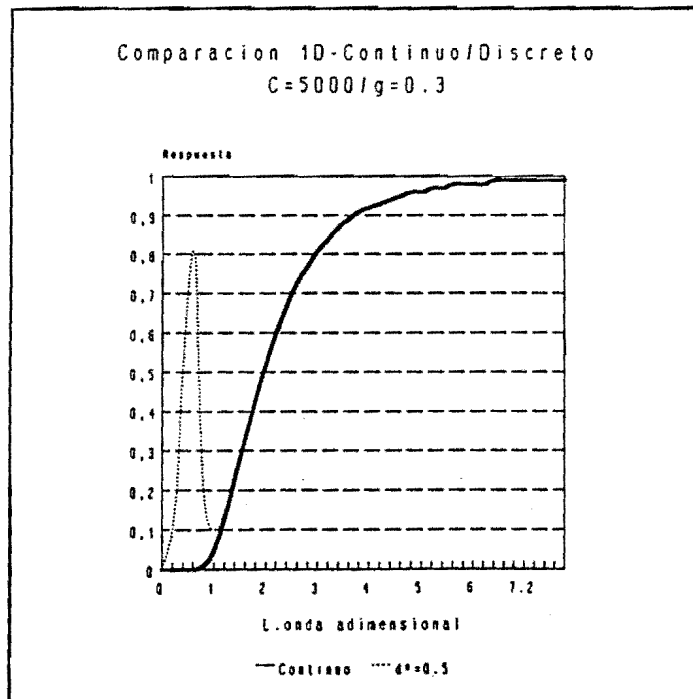
se observa la influencia de los lóbulos laterales para $\lambda^* \leq 2 \Delta d^*$ mientras que para $\lambda^* > 2 \Delta d^*$ la respuesta del filtro tiende al caso continuo.

Esto último es lo que se muestra en la figura 6.b. En ella se muestran las respuestas 1D (análisis de dos pasos) para los casos continuo y discreto, para una densidad adimensional de $\Delta d^* = .5$ y un filtro idéntico al de la figura 6.a. En esta figura, se aprecia claramente como para $\lambda^* > 2 \Delta d^*$ la respuesta discreta se aproxima a la continua.

Los resultados de la comparación entre los casos continuo y discreto para dos dimensiones se muestran en la figura 7.



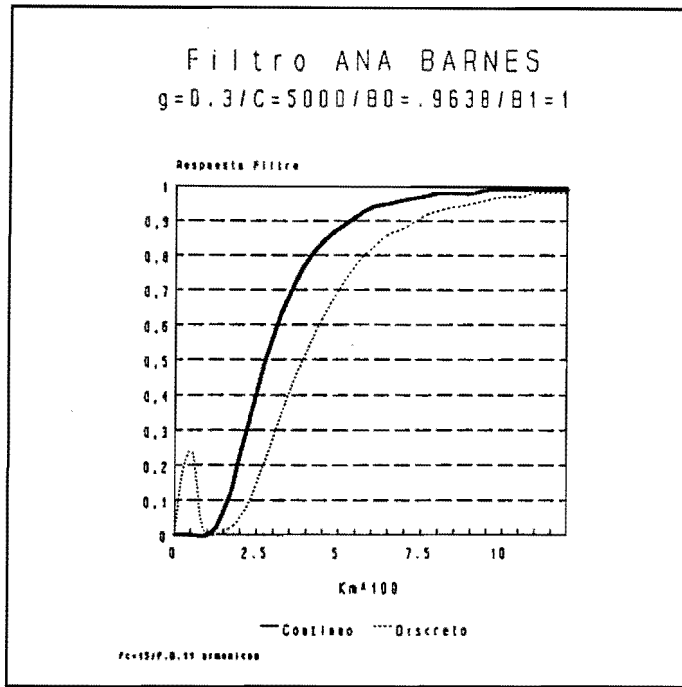
6.a)



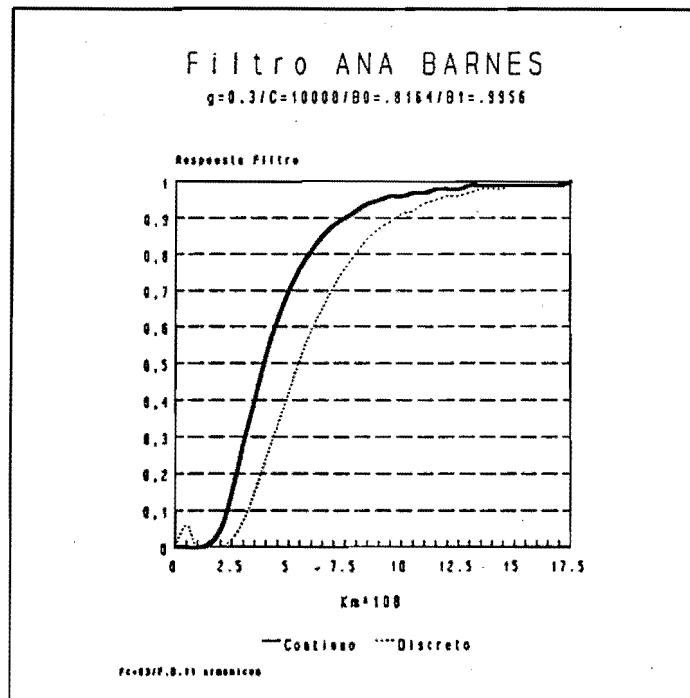
6.b)

Figura 6

- a) Respuesta 1D caso discreto para $\Delta d^*=1, \Delta d=141\text{Km}; \Delta d^*=.5, \Delta d=71\text{Km}$
 b) Comparación respuestas 1D continua/discreta. $C=5000, g=.3, \Delta d^*=.5$



7.a)



7.b)

Figura 7

Comparación respuestas 2D continua/discreta $g=.3; 11$ armónicos en cada dirección

a) $C=5000, \beta_0=.9638, \beta_1=1$

b) $C=10000, \beta_0=.8164, \beta_1=.9956$

Eje horizontal: λ en cientos de kilómetros.

3.2.- Efectos de la interpolación hacia-atrás en el análisis

Si las observaciones no están situadas sobre puntos de Grid, hay que tener en cuenta un factor nuevo.

A la hora de efectuar el segundo paso del análisis, es decir cuando hay que analizar las diferencias entre las observaciones y el primer paso del análisis se requiere una interpolación desde los puntos de Grid hasta la localización de las estaciones. Esto tiene un cierto impacto sobre las respuestas de los filtros utilizados.

Una simplificación de este problema consiste en considerar que las observaciones están situadas entre cada dos puntos de Grid.

En este caso, la función de muestreo a utilizar es:

$$\text{comb}_{\Delta d}^* = (\Delta d)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta d \right] \delta \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta d \right] \quad (26)$$

Integrar el producto de $f(x,y)$ por $\text{comb}_{\Delta d}^*$ tiene el efecto de muestrear $f(x,y)$ en los puntos $((m+1/2)\Delta d, (n+1/2)\Delta d)$

La TF de (26) tiene la forma:

$$S^*(k_x, k_y, \Delta d) = (-1)^{p+q} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta \left[k_x - \frac{2\pi p}{\Delta d} \right] \delta \left[k_y - \frac{2\pi q}{\Delta d} \right] \quad (27)$$

Esta transformada de Fourier, difiere de la correspondiente al caso de observaciones situadas sobre puntos de Grid en el factor

$$(-1)^{p+q}$$

De esta forma, la respuesta discreta del primer paso del análisis utilizando variables adimensionales es:

$$R_{d_0}(k_x, k_y, \Delta d) = \frac{(-1)^{p+q}}{\beta_0'} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp\{-\pi^2 [(\frac{1}{\lambda_x^*} - \frac{p}{\Delta d})^2 + (\frac{1}{\lambda_y^*} - \frac{q}{\Delta d})^2]\}$$

donde β_0' se calcula de forma similar a β_0 con las distinciones de este caso:

$$\beta_0' = \frac{(\Delta d^*)^2}{\pi} \sum_m \sum_n \exp\{- [[(m+1/2) \Delta d^*]^2 + [(n+1/2) \Delta d^*]^2]\} \quad (28)$$

De forma similar se calcula β_1' mediante la expresión:

$$\beta_1' = \frac{(\Delta d^*)^2}{\pi g} \sum_m \sum_n \exp\{-\frac{1}{g} [[(m+1/2) \Delta d^*]^2 + [(n+1/2) \Delta d^*]^2]\} \quad (29)$$

Los resultados de β_0' y β_1' obtenidos con los parámetros que utilizamos normalmente en McIdas pueden resumirse en la Tabla-2.

Δd^*	β_0'	β_1'
.1	.99217	.99994
.5	1.00000	.99997
.7	1.00000	.99052
1.	.99979	.80365
1.2	.99578	.55450
1.5	.95084	.22458
2.	.68972	.02161

Tabla-2

En este caso, los valores de β_0' y β_1' se aproximan a la unidad para densidades de datos adimensionales del orden de 0.5.

La respuesta de los dos pasos del análisis tiene que considerar en este caso el efecto de la interpolación hacia atrás:

$$G_{d_1}(k_x, k_y) = G_{d_0} + \frac{(SW')(F - G_{d_0}'')}{\beta_1'(4\pi Cg)} \quad (30)$$

donde G_{d_0}'' es la TF del primer paso interpolado a los puntos de observación

La parte (SW') normalizada por el denominador de la expresión (30) es:

$$R_{d_1}(k_x, k_y, \Delta d^*, g) = \frac{(-1)^{p+q}}{\beta_1'} \sum_p \sum_q \exp\{-g\pi^2 [(\frac{1}{\lambda_x^*} - \frac{p}{\Delta d^*})^2 + (\frac{1}{\lambda_y^*} - \frac{q}{\Delta d^*})^2]\}$$

El cálculo de la respuesta total requiere la evaluación de G_{d_0}''

La solución de este problema dentro del análisis de Fourier lleva a:

$$G_{d_0}'' = \cos\left(\frac{\pi \Delta d^*}{\lambda_x^*}\right) \cos\left(\frac{\pi \Delta d^*}{\lambda_y^*}\right) G_{d_0} \quad (31)$$

Por fin la respuesta completa es:

$$R_d = R_{d_0} + R_{d_1} - R_{d_0} R_{d_1} \cos\left(\frac{\pi \Delta d^*}{\lambda_x^*}\right) \cos\left(\frac{\pi \Delta d^*}{\lambda_y^*}\right) \quad (32)$$

Para evaluar que diferencias introduce la interpolación hacia atrás, se muestran en la figura 8 los resultados de la respuesta total bidimensional utilizando una longitud de onda adimensional fija en dirección y ($\lambda_y^* = 2\Delta d^*$), una densidad adimensional de estaciones igual a la unidad y diferentes valores para λ_x^* .

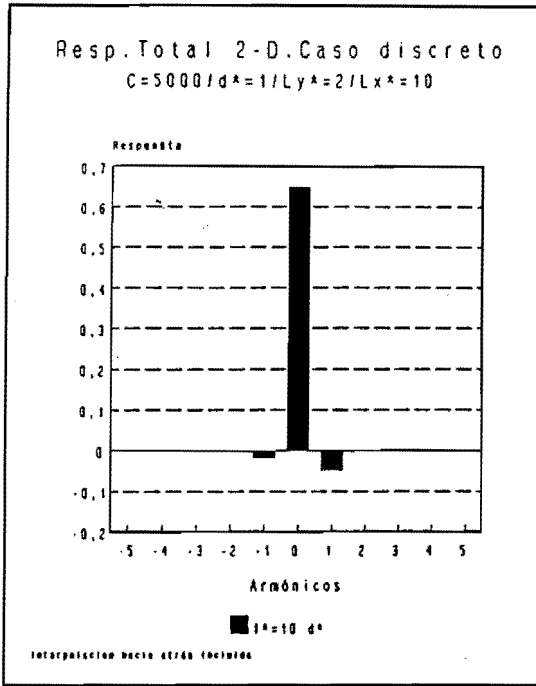
Como efectos mas importantes de la interpolación hacia atrás cabe destacar :

El efecto de solapamiento (aliasing) reduce en este caso la respuesta para las longitudes de onda que deben estar bien representadas ($\lambda > \lambda_{\text{Nyquist}}$). Esto es lo que muestran las figuras 8.a y 8.b. La interpretación de estas figuras es idéntica a la de los paneles de la figura 5. En la figura 8.a se representa la respuesta para una longitud de onda adimensional en dirección x de $\lambda_x^* = 10$ y en la figura 8.b para $\lambda_x^* = 5$.

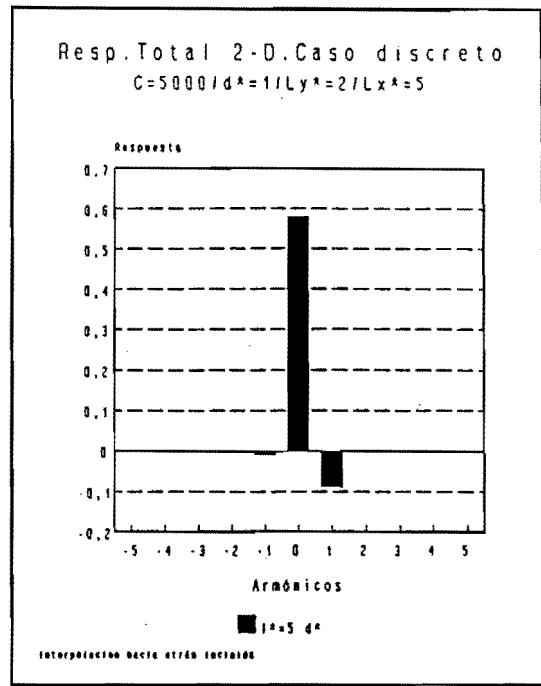
La respuesta es nula en la longitud de onda de Nyquist como se aprecia en la figura 8-c.

En la figura 8.d se observa que la respuesta es negativa para longitudes de onda no resolubles ($\lambda < \lambda_{\text{Nyquist}}$).

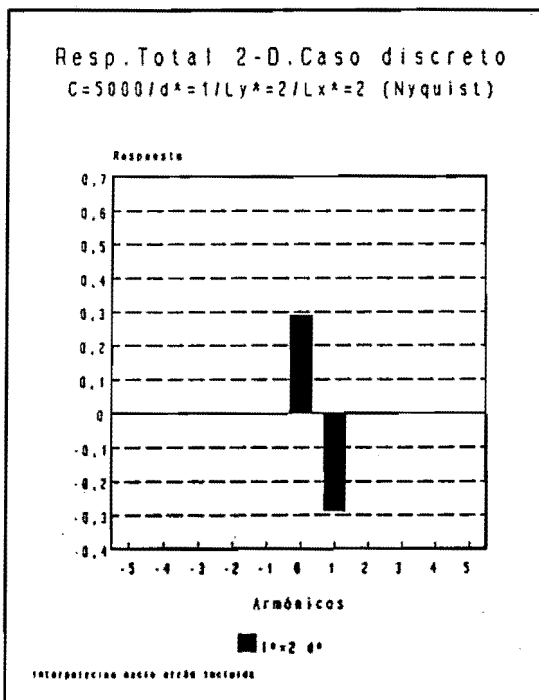
Para longitudes de onda suficientemente largas (bien definidas por el análisis) la respuesta tiende asintóticamente a la 1-D para una λ_y^* dada.



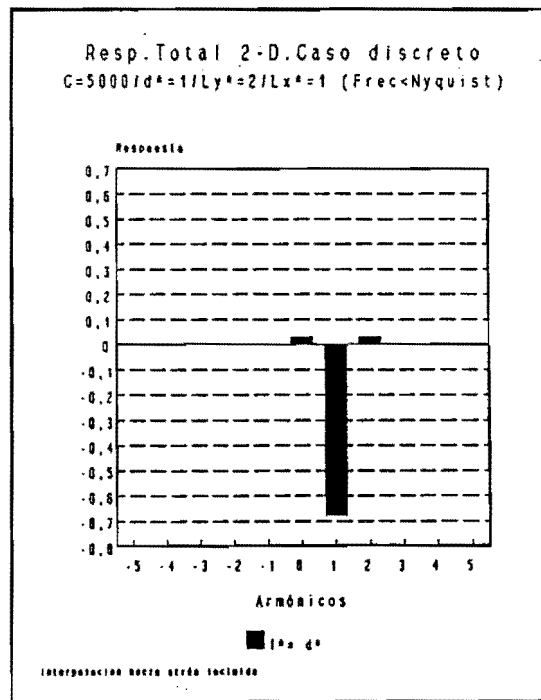
a)



b)



c)



d)

Figura 8
 Respuesta total 2-D.Efectos de la interpolación hacia atrás ($\Delta d^A=1, \lambda_y^A=2$)
 a) $\lambda_x^A=10$; b) $\lambda_x^A=5$
 c) $\lambda_x^A=2$; $\lambda_x^A=1$

3.3.- Consecuencias prácticas sobre el análisis de la discretización

1. La respuesta discreta coincide con la continua para

$$\begin{aligned} p=q=0 \\ \beta_0=\beta_1=1 \end{aligned}$$

El resto de los armónicos es consecuencia de la discretización y dan lugar a la aparición de aliasing. Este efecto es tanto mas importante cuanto mas cerca estemos de la longitud de onda.

de Nyquist.

2. La respuesta en el caso discreto es **función de la densidad de observaciones**. Este parámetro no aparece en el caso continuo. Como consecuencia la evaluación adecuada de la densidad de estaciones disponible, se revela como un punto clave en la sintonización del análisis para casos reales.

3. La discretización impone un límite efectivo en las longitudes de onda que se pueden resolver correctamente. Este límite viene dado por la longitud de onda de Nyquist:

$$\lambda_{\text{Nyquist}} = 2\Delta d^*$$

Teóricamente no se pueden resolver ondas por debajo de esta λ , en la práctica debe evitarse el acercamiento a este límite. En las figuras 5 y 8 se muestran claramente los efectos del aliasing en tales casos.

4.- EVALUACION DEL IMPACTO DE LOS CONTORNOS DEL GRID DE INTERPOLACION SOBRE EL ANALISIS DE BARNES

4.1.- Caso de una distribución continua

Para simplificar el estudio del efecto que provocan los contornos del Grid de interpolación sobre el análisis de Barnes, se supone ahora que la función $f(x,y)$ puede partirse de modo que

$$f(x,y) = f_1(x) f_2(y)$$

De esta forma, el problema 2D podría separarse sin pérdida de generalidad en dos problemas 1D.

Según esto y considerando solo la componente x , el primer paso del análisis sería en una región finita (x_1, x_2) :

$$g_0(x) = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp\left\{-\frac{x'^2}{4C}\right\} f(x+x') dx'}{\int_{x_1}^{x_2} \exp\left\{-\frac{x'^2}{4C}\right\} dx'} \quad (33)$$

Este resultado puede expresarse matemáticamente de una forma alternativa con las integrales extendidas a los números reales introduciendo la función de truncamiento:

$$p(x') = \begin{cases} 1 & x_1 < x' < x_2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Con esta consideración $g_0(x)$ puede reescribirse:

$$g_0(x) = \frac{\int_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{x'^2}{4C}\right\} f(x+x') p(x') dx'}{\int_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{x'^2}{4C}\right\} p(x') dx'} \quad (34)$$

Utilizando ahora nuevamente el cambio de variables $X = x+x'$ nos queda:

$$g_0(x) = \frac{\int_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{(X-x)^2}{4C}\right\} f(X) p(X-x) dX}{\int_{\mathbf{R}} \exp\left\{-\frac{(X-x)^2}{4C}\right\} p(X-x) dX} \quad (35)$$

El numerador de la expresión anterior resulta ser la convolución de $f(x)$ y la función de peso truncada por los contornos del Grid.

Pasando ahora al espacio espectral de Fourier

$$G_0(k, C) = \frac{(WP) \cdot F}{\int_{x_1}^{x_2} w dx}$$

donde $P=TF(p)$. Por lo tanto, la respuesta para el primer paso del análisis es:

$$R_{co}(k, C) = \frac{(WP)}{\int_{x_1}^{x_2} w dx} \quad (36)$$

La TF del producto de las funciones w y p es la convolución de las TF respectivas:

$$(WP) = W * P$$

La TF de $p(x)$ en el caso simétrico se muestra en la figura 9. En este caso, la TF es real y simétrica respecto al eje vertical y presenta oscilaciones con amplitud decreciente en sus alas. En el caso asimétrico la TF consiste en una parte real (función par) y una parte imaginaria (función impar).

En los cálculos y representaciones gráficas que siguen, hemos tomado un radio de influencia máximo de la función de peso $r_{max} = 2.5 \lambda_0$. Con este valor la respuesta continua es igual a 10^{-5} y para nuestro propósito puede considerarse un radio de influencia razonable. Por lo tanto para nosotros, un punto situado sobre el borde del Grid será aquel que tenga asociada la pareja de valores relativos al punto de Grid:

$$x_1 = 0; x_2 = 2.5 \lambda_0$$

En el otro extremo, un punto de Grid con un radio de influencia que llega justo hasta el borde del Grid será el que lleve asociado los valores:

$$x_1 = -2.5 \lambda_0; x_2 = 2.5 \lambda_0$$

El tratamiento para este último caso sería el siguiente:

Consideramos la función de truncamiento

$$p(x) = \begin{cases} 1; & |x| \leq 2.5 \lambda_0 \\ 0; & |x| > 2.5 \lambda_0 \end{cases}$$

Al ser esta función de truncamiento una función par y real, tiene una TF que es una función real y par. La expresión analítica de esta TF es:

$$P(k) = \frac{2}{k} \text{Sin}(2.5k \cdot \lambda_0)$$

y aparece representada en la figura 9 para un filtro $C=500 \text{ km}^2$.

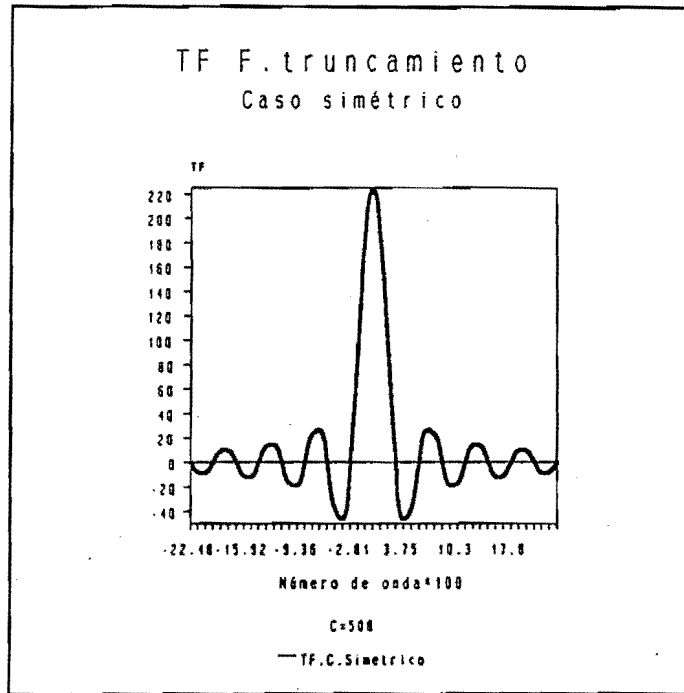


Figura 9

TF de la función simétrica de truncamiento $\Rightarrow 2/k \text{ Sin}(2.5 - k - \lambda_0), C=500$

En el caso asimétrico, por ejemplo para un punto situado a una distancia del borde tal que:

$$s = \lambda_0 (2.5 \lambda_0)$$

su TF es:

$$P(k) = \frac{1}{k} \{ [\text{Sin}(2.5\lambda_0 k) + \text{Sin}(s\lambda_0 k)] + i [\text{Cos}(2.5\lambda_0 k) - \text{Cos}(s\lambda_0 k)] \}$$

En el caso particular de un punto situado sobre el borde Occidental del Grid ($s=0$) la TF es:

$$P(k) = \frac{1}{K} [\text{Sin}(2.5\lambda_0 k) - 2i\text{Sin}^2(2.5\lambda_0 k)]$$

Esta última expresión, muestra un desfase de $-\pi/2$ respecto a la onda original cuando la función de truncamiento es simétrica respecto al punto de Grid considerado. Este resultado se representa gráficamente en la figura 10.

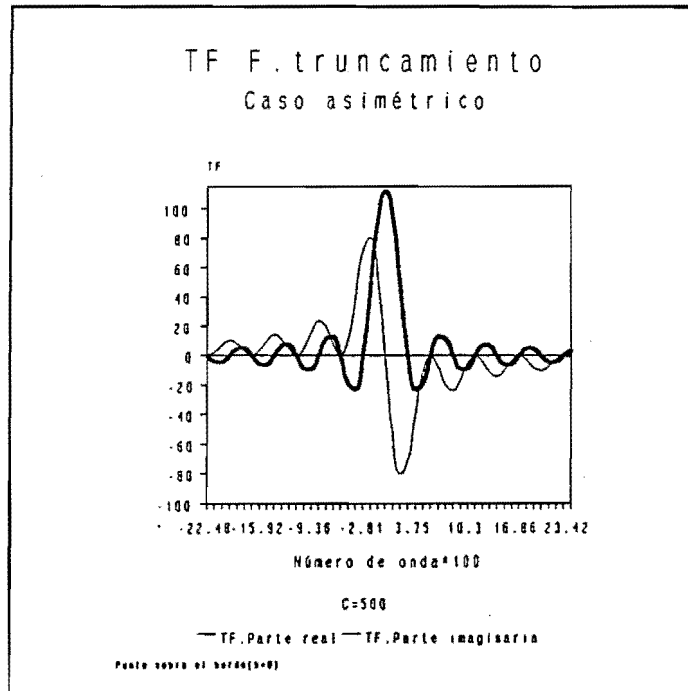


Figura 10

TF de la función de truncamiento. Punto de Grid sobre el borde

Línea gruesa: Parte real $\Rightarrow 1/k \text{ Sin}(2.5 \lambda_0 -k)$

Línea fina: Parte imaginaria $\Rightarrow -2/k \text{ Sin}^2(2.5 \lambda_0 -k)$

Eje horizontal: Número de onda $\cdot 100$

Para evaluar numéricamente la respuesta, conviene desarrollar de forma analítica las TF dando como resultado:

$$R_0(k, C) = D_0 - i \cdot E_0 \quad (37.1)$$

donde $i=(-1)^{1/2}$ y

$$D_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/4C) \cos(k \cdot x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} w dx} \quad (37.2)$$

$$E_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/4C) \sin(k \cdot x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} w dx} \quad (37.3)$$

En el caso de una distribución 2D con solo un contorno Occidental, la respuesta se consigue considerando los límites de integración $x_1=0, x_2=\infty$ para $k=k_x$ y multiplicando por la solución infinita en dirección y para $k=k_y$. Teniendo en cuenta el resultado parcial:

$$\int_0^{\infty} \exp(-x^2/4C) \cos(kx) dx = (\pi C)^{1/2} \exp(-Ck^2)$$

queda finalmente:

$$R_0(k_x, k_y, C) = \exp\{-C(k_x^2 + k_y^2)\} +$$

$$-i \frac{\exp(-Ck_y^2)}{(\pi C)^{1/2}} \int_0^{\infty} \exp(-x^2/4C) \sin(k_x \cdot x) dx \quad (38)$$

Conviene destacar en este punto que:

@Valores de $E_0 \neq 0$, implican una onda cambiada de fase respecto a la original en $\pm\pi/2$ según el signo de E_0 y con una amplitud E_0 veces la de la onda original $f(x)$.

@Para $x_1 \rightarrow \infty, x_2 \rightarrow \infty \Rightarrow E_0 \rightarrow 0$ y $R_0 \rightarrow R_{c0}$

Para conseguir la respuesta del segundo paso simplemente se incluye el parámetro de convergencia en las expresiones anteriores.

Finalmente, la respuesta completa del análisis es:

$$R = R_0 + R_1 - R_0 R_1 =$$

$$= [D_0 + D_1 - (D_0 D_1 - E_0 E_1)] - i [E_0 E_1 - (E_0 D_1 + D_0 E_1)] \quad (39)$$

En la figura 11, se muestran resultados de estas respuestas conseguidos mediante integración numérica y con las siguientes consideraciones:

@Se consideran en los cálculos puntos situados sobre el borde del Grid,

$$x_1 = 0, x_2 = 2.5 \lambda_0$$

y sucesivamente a distancias mayores del borde hasta el límite teórico donde el contorno no debe afectar al análisis, es decir

$$x_1 = -2.5 \lambda_0, x_2 = 2.5 \lambda_0$$

@Se utilizan parámetros adimensionales para evitar la dependencia de λ_0 :

$$x^* = x/\lambda_0; k x = 2 \pi (x^*/\lambda^*)$$

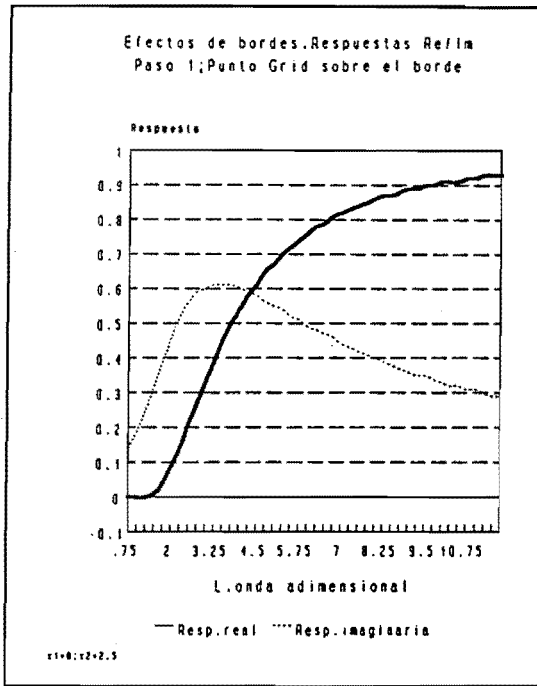
Con esta notación y suprimiendo los superíndices las expresiones a evaluar son:

$$D_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2) \cos[2\pi(x/\lambda)] dx}{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2) dx} \quad (40.1)$$

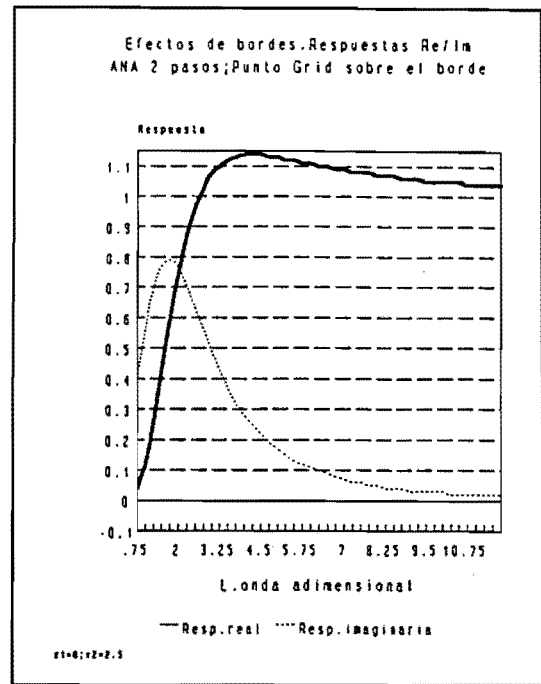
$$D_1 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/g) \cos[2\pi(x/\lambda)] dx}{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/g) dx} \quad (40.2)$$

$$E_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2) \sin[2\pi(x/\lambda)] dx}{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2) dx} \quad (40.3)$$

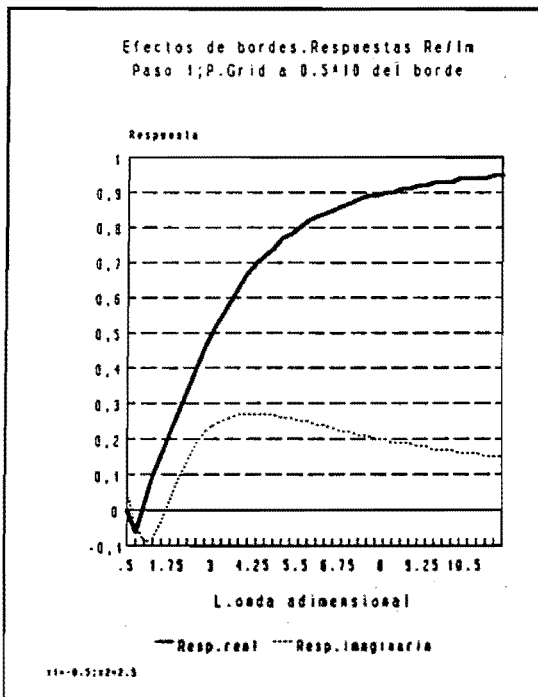
$$E_1 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/g) \sin[2\pi(x/\lambda)] dx}{\int_{x_1}^{x_2} \exp(-x^2/g) dx} \quad (40.4)$$



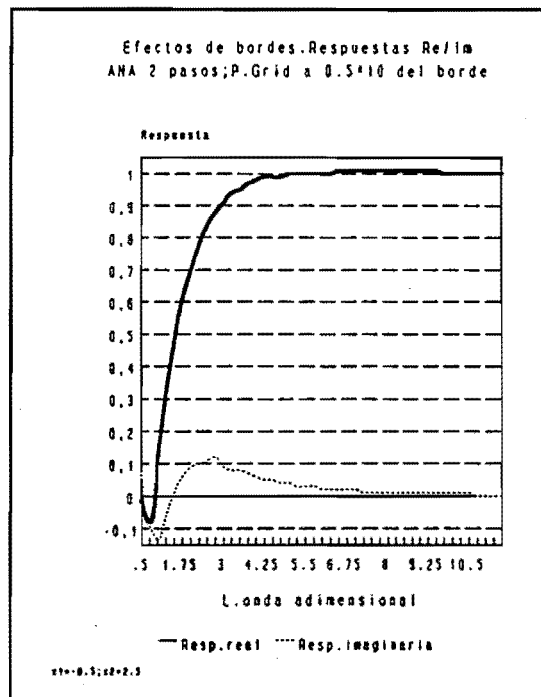
11.a)



11.b)

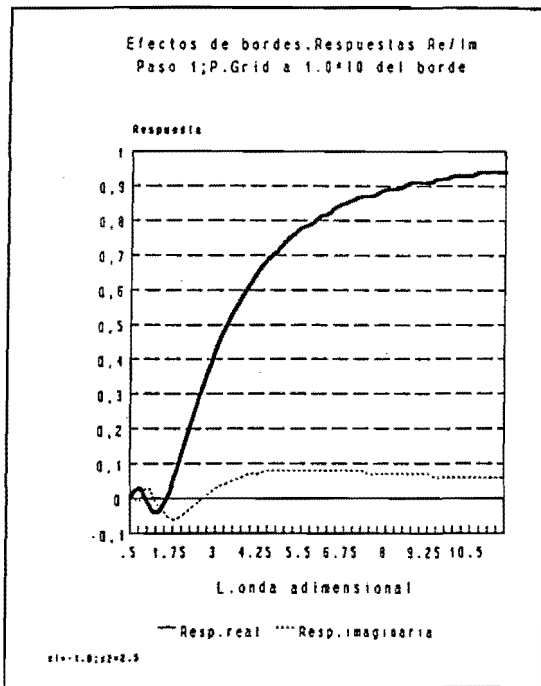


11.c)

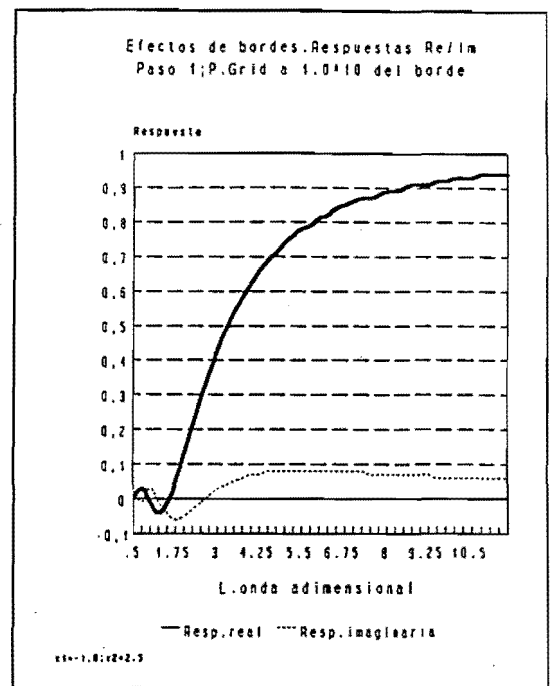


11.d)

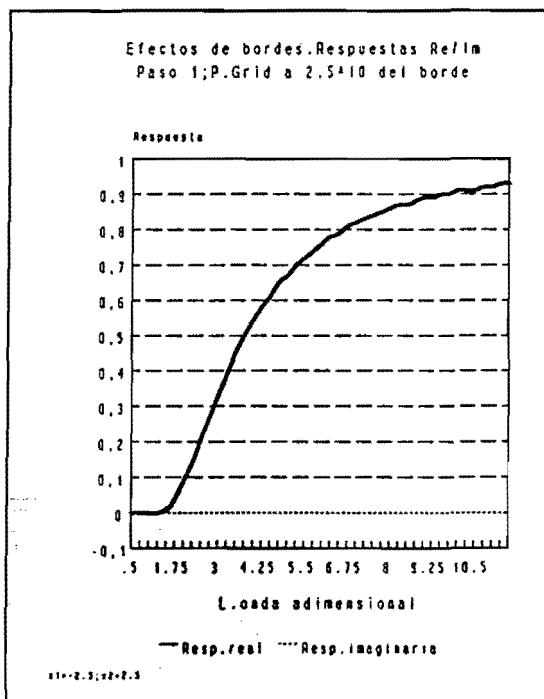
Figura 11
Efectos de bordes.Caso continuo.Izda:Paso 1/Dcha:análisis completo
a-b)Punto de Grid sobre el borde
c-d)Punto de Grid a 0.5 λ_0 del borde
Líneas llenas:parte real;líneas rotas:parte imaginaria de las TF



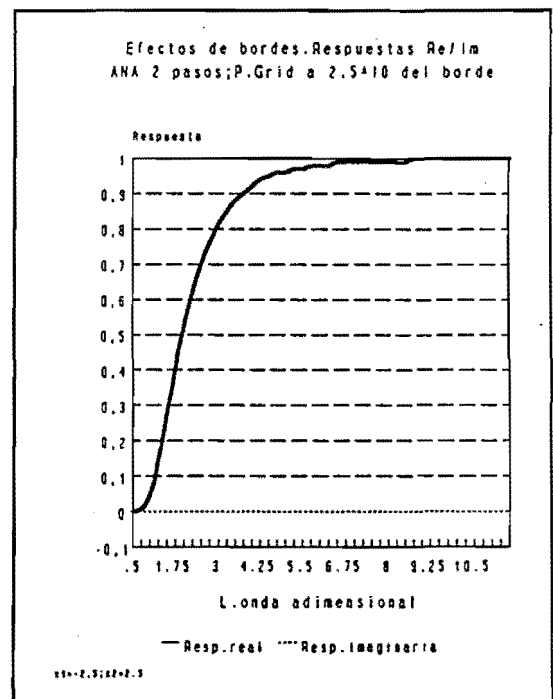
11.e)



11.f)



11.g)



11.h)

Figura 11

Efectos de bordes.Caso continuo.Izda:Paso 1/Dcha:análisis completo
e-f)Punto de Grid a $1. \lambda_0$ del borde
g-h)Punto de Grid a $2.5 \lambda_0$ del borde.

En la figura 11, se muestran las gráficas resultantes de la integración numérica citada previamente. En los paneles de la izquierda, se representan las respuestas que corresponden al primer paso del análisis en sus componentes real e imaginaria y en los paneles de la derecha las respuestas que corresponden al análisis completo de dos pasos.

En todos los casos, la respuesta imaginaria se representa cambiada de signo simplemente para limitar el rango del eje de ordenadas.

Si observamos los paneles de la izquierda, se hace evidente que todas las curvas D_0 correspondientes a la respuesta real, se aproximan asintóticamente a la unidad para longitudes de onda adimensionales largas igual que sucede en el plano infinito. Sin embargo para valores de λ^* menores que λ_0 la respuesta real es algo mayor que la equivalente para el plano infinito.

Otro punto a tener en cuenta, es el cambio de fase de $-\pi/2$ que se aprecia en cuanto nos acercamos al contorno Occidental del Grid. En el caso de un punto de Grid sobre este contorno, la influencia de este cambio de fase es muy importante con un máximo en amplitud para λ^* entre 3 y 4.

Las gráficas que corresponden a puntos de Grid cada vez más alejados del contorno, muestran que los efectos del desfase son cada vez menores en amplitud aunque se introducen cambios de fase de signo diferente.

En el límite teórico donde el contorno no debe afectar al análisis (figuras 11.g y h) la respuesta imaginaria es nula.

La introducción del segundo paso del análisis, acentúa los rasgos ya comentados para el análisis de un solo paso. Esto es especialmente notable para el caso de un punto de Grid sobre el borde (figura 11.b), donde la respuesta real muestra un pico de 1.15 para λ^* del orden de 4.

4.2.- Caso de una distribución discreta

En este caso, tenemos que hacer consideraciones parecidas a las utilizadas en el apartado 3, en cuanto al uso de trenes de impulsos para el muestreo.

Naturalmente aquí cobra suma importancia la densidad de datos disponible y por supuesto los resultados van a estar condicionados por este parámetro.

Para evaluar el impacto de los contornos del Grid en el caso de una distribución discreta de datos, hemos elegido por simplicidad el caso de estaciones con datos, situadas sobre los puntos de Grid donde se realiza el análisis para una dimensión. Los resultados, no obstante, indican que tipo de impacto podemos esperar en dos dimensiones.

Para realizar los cálculos necesarios, debemos en primer lugar introducir una función de muestreo del tipo que se indica en la ecuación (16).

Según esto, debemos evaluar expresiones del tipo:

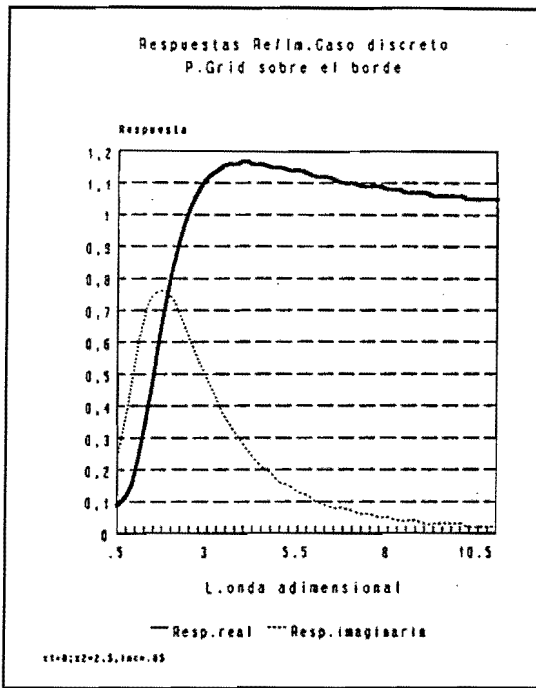
$$R_{do} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} [w \cos(kx)] \text{comb}_{\Delta d} \cdot dx}{\int_{x_1}^{x_2} (w \text{comb}_{\Delta d}) dx}$$

$$-j \frac{\int_{x_1}^{x_2} [w \sin(kx)] \text{comb}_{\Delta d} \cdot dx}{\int_{x_1}^{x_2} (w \text{comb}_{\Delta d}) dx} \quad (41)$$

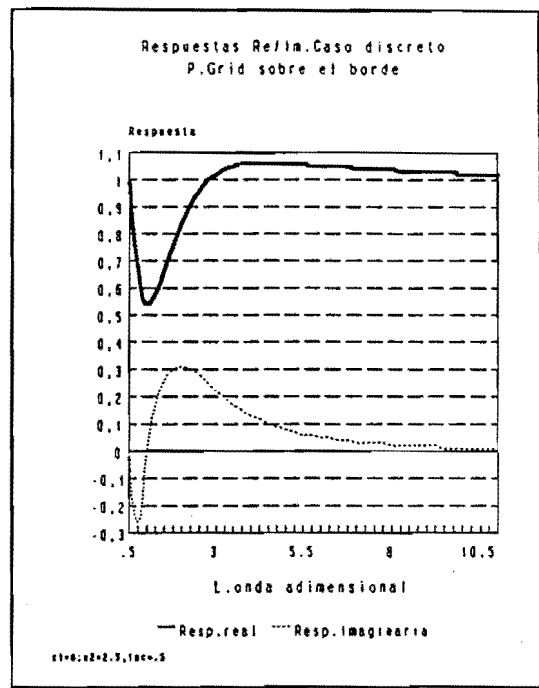
El resultado efectivo de este cálculo sería el de muestrear las expresiones (40.1), (40.2), (40.3) y (40.4) para diferentes densidades de datos.

Los resultados de estos cálculos son los que se muestran en forma gráfica en la figura 12. Los paneles de la izquierda, muestran los resultados para una densidad adimensional de estaciones de $\Delta d^* = 0.005$ y los de la derecha para una densidad $\Delta d^* = 0.5$. En la parte superior vemos las respuestas para un punto de Grid sobre el contorno Occidental de Grid y en la parte inferior las correspondientes a un punto de Grid situado a $0.5 \lambda_0$ del mismo contorno.

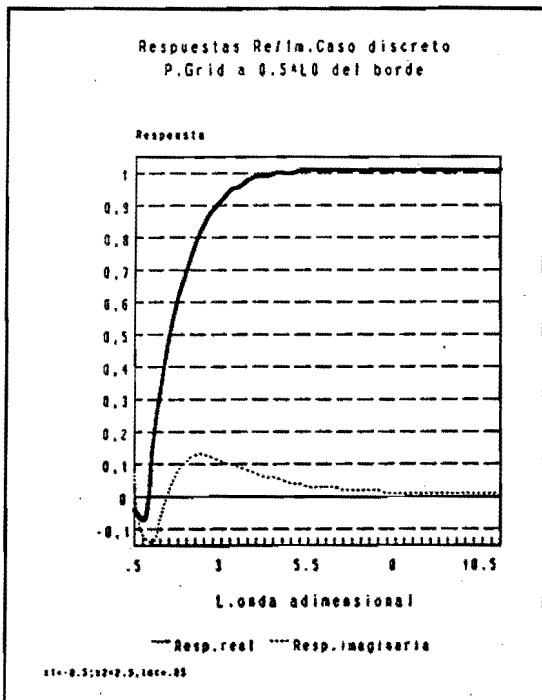
Lo que se observa en esta figura es una mezcla de efectos. Por una parte hay que considerar el impacto del aliasing y por otra los desfases que introducen los contornos del Grid. Tanto para el punto de Grid situado sobre el contorno (figuras 12.a y b), como para el situado a media longitud de onda de suavizado del mismo contorno (figuras 12.c y d), resulta evidente que los desfases introducidos por el contorno disminuyen en amplitud según aumentamos la densidad adimensional.



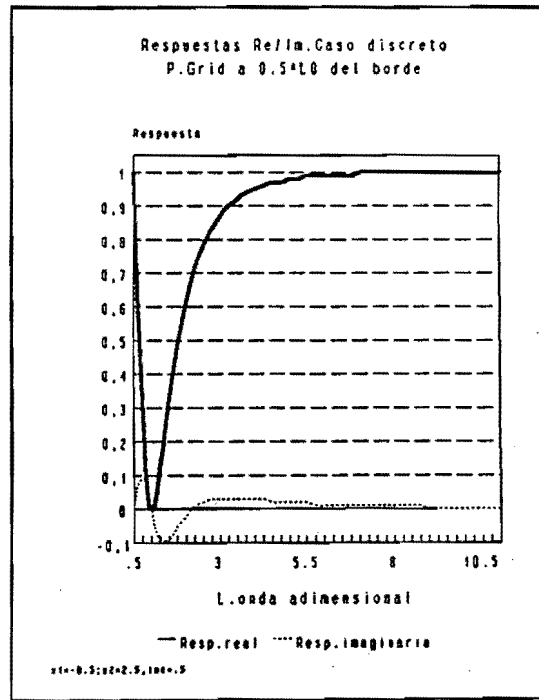
12.a)



12.b)



12.c)



12.d)

Figura 12

Efecto de bordes. Caso discreto.

Punto de Grid sobre el borde: a) $\Delta d^* = 0.05$. b) $\Delta d^* = 0.5$

Punto de Grid a $0.5 \lambda_0$ del borde: c) $\Delta d^* = 0.05$. d) $\Delta d^* = 0.5$

Líneas llenas: Respuesta real; líneas rotas: respuesta imaginaria.

Si tenemos en cuenta que la densidad adimensional es una combinación de dos parámetros:

$$\Delta d^* = \Delta d / \lambda_0 = \Delta d / (2\sqrt{C})$$

podemos aumentar Δd^* bien aumentando Δd o bien disminuyendo la anchura del filtro C . En definitiva, como cita Caracena (1984), la elección de la anchura del filtro a utilizar es un compromiso entre minimizar los errores debidos a aliasing y reducir el impacto que introducen los contornos en el análisis.

4.3.- Conclusiones sobre las respuestas del análisis cerca de los contornos del Grid

@La respuesta es función de la densidad adimensional de estaciones

$$\Delta d^* = f(\Delta d, C)$$

@Caracena et al. (1984) establecen que una relación razonable entre λ_0 y Δd pueden minimizar los efectos de bordes.

Para ello aconsejan $\lambda_0 \geq \Delta d$

Valores de $\lambda_0 = \Delta d$ o lo que es igual $\Delta d^* = 1$ producen excesivo aliasing.

Valores de $\lambda_0 = 1.36 \Delta d$ o lo que es igual $\Delta d^* = 0.73$ ofrecen mejores resultados.

@Las desviaciones de las respuestas respecto a las del plano infinito, se reducen incrementando Δd (o disminuyendo $\lambda_0 \Rightarrow$ incrementando Δd^*) pero con el coste de incrementar la respuesta para λ cortas no resolubles a causa del aliasing.

4.4.- Eliminación de los efectos de bordes en el PAMIS

Para eliminar en lo posible el impacto que provoca en el análisis los contornos del Grid, nosotros utilizamos en PAMIS dos dominios espaciales anidados.

El dominio que llamamos de datos, engloba en su interior el dominio del análisis o lo que es igual el Grid donde realizamos el análisis.

Para evaluar hasta que punto conviene abrir la ventana de datos alrededor del Grid donde llevar a cabo el análisis, sin aumentar excesivamente el tiempo de cálculo, hemos realizado una serie de experimentos numéricos. El que se muestra a continuación, es una muestra de esta serie y creemos que expone de un modo bastante claro nuestros propósitos y las conclusiones operativas prácticas de cara al correcto funcionamiento del PAMIS.

El experimento que se muestra en la figura 13, consiste en lo siguiente:

1. Tomamos un campo cualquiera de un modelo numérico. En el caso que se muestra es el geopotencial de 500 mb de un día cualquiera. Este campo nos sirve de patrón para llevar a cabo comparaciones más adelante.

2. Consideramos los puntos de Grid como estaciones simuladas.

3. Pasamos una serie de análisis de Barnes para ventanas de datos diferentes:

a) Considerando solo estaciones simuladas dentro del Grid donde se lleva a cabo el análisis.

b) Ampliando la ventana de estaciones simuladas 1 fila y 1 columna en el exterior del Grid del análisis.

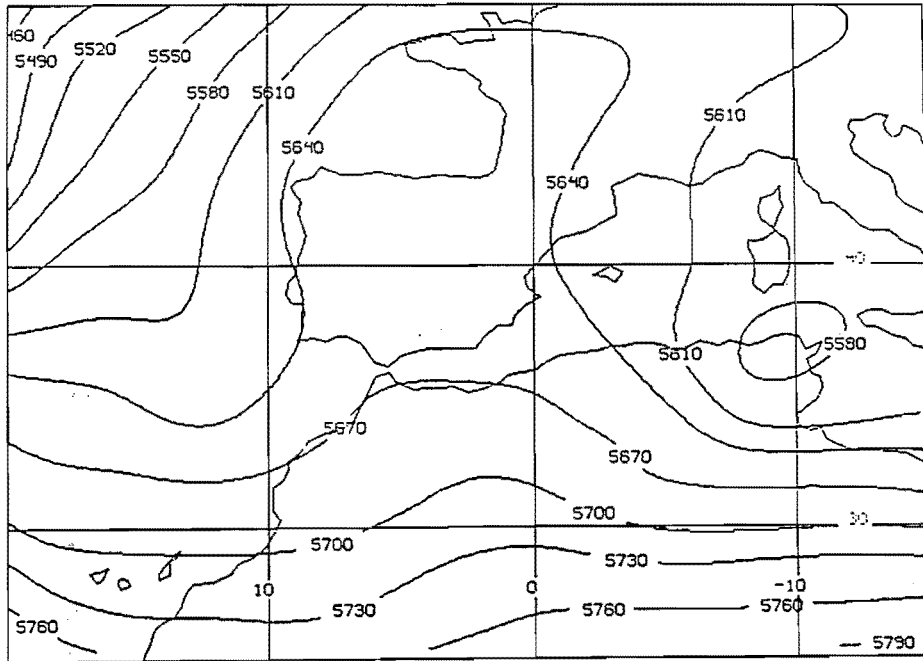
c) Repitiendo el proceso para 2, 3, 4 y 5 filas y columnas.

d) El parámetro de convergencia utilizado es siempre $g=0.3$ y la anchura del filtro y resolución del análisis, son los apropiados a la densidad de estaciones disponible de acuerdo con lo expuesto previamente.

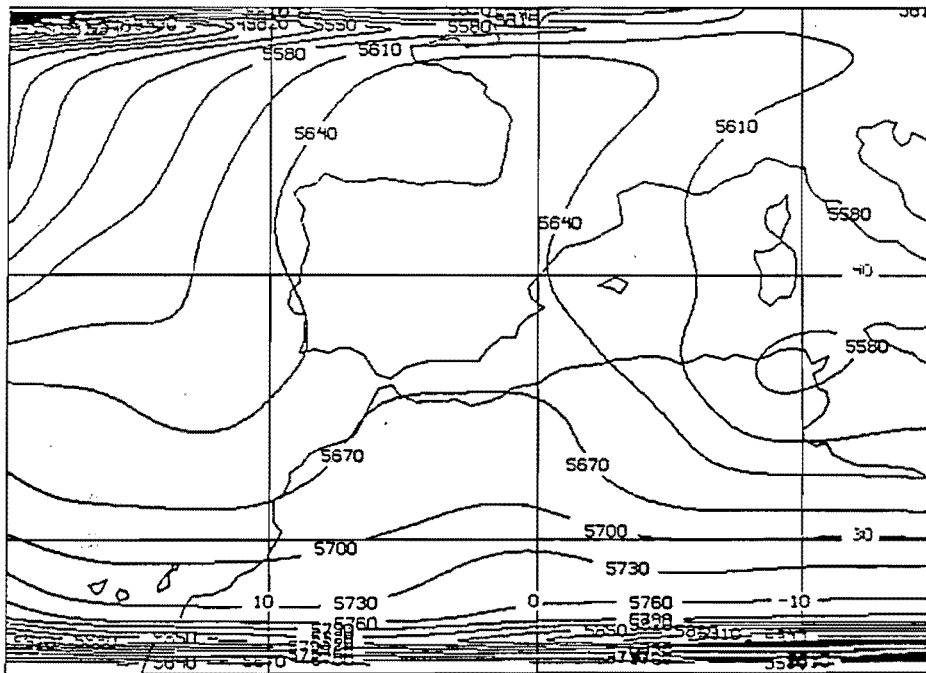
En la figura 13.a, se muestra el campo patrón para comparación con los análisis posteriores. Lo que estamos tratando de mostrar, es la habilidad del análisis para reconstruir el campo original a partir de valores discretizados sobre las estaciones simuladas.

Cuando se observa la figura 13.b, que se corresponde con un análisis donde no se utilizan estaciones fuera del dominio de cálculo, se ponen en evidencia el tipo de efectos que introducen los bordes del Grid en el análisis. No solo aparecen cambios de fase respecto a la configuración original en los bordes, sino que estos se propagan hacia el interior del Grid.

En la figura 13.c, se muestra otro análisis donde el dominio de datos se ha abierto tres veces la resolución del Grid en direcciones Norte-Sur y Este-Oeste. El resultado es bastante más satisfactorio que en el caso previo aunque permanece en su configuración algo de ruido.



a)

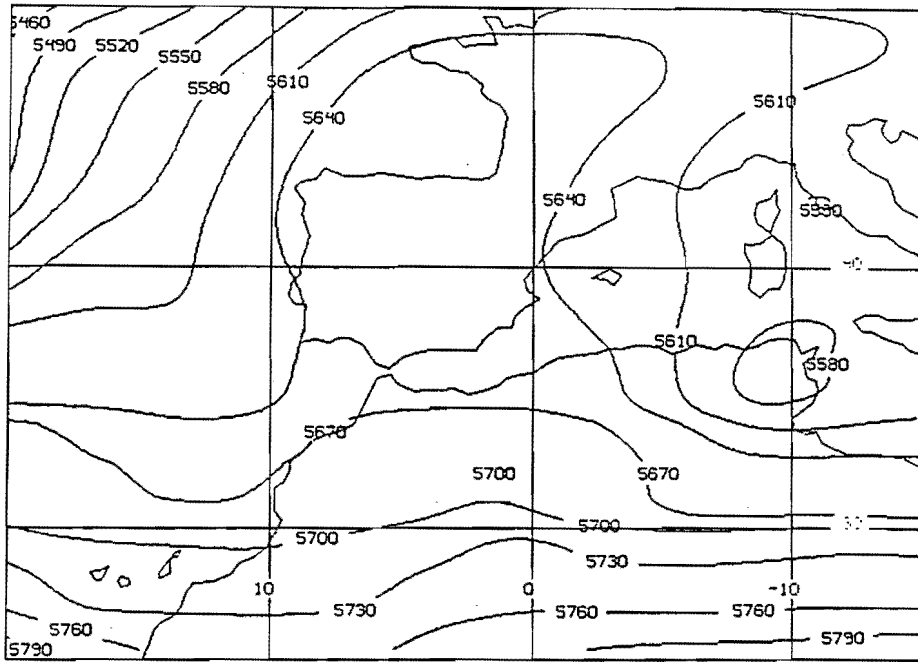


b)

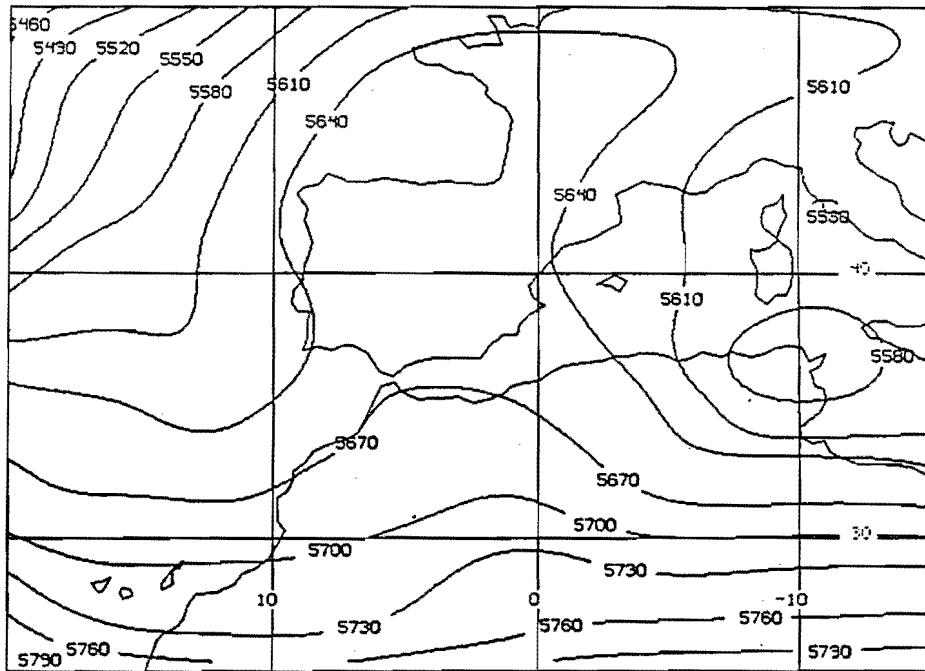
Figura 13

a) Geopotencial 500 mb. Campo patrón

b) Análisis de Barnes utilizando solo estaciones simuladas dentro del Grid de análisis.



c)



d)

Figura 13

c) Ventana de datos abierta 3 -Resolución del dominio de cálculo.

d) Ventana de datos abierta 5 -Resolución del dominio de cálculo

Cuando abrimos hasta cinco veces la resolución del Grid la ventana para recolectar estaciones (figura 13.d) la reproducción de la configuración original es casi perfecta y de hecho las diferencias numéricas entre el campo patrón y este análisis (no mostradas) son muy pequeñas.

Este nos ha parecido un compromiso adecuado para el PAMIS en cuanto al control de los efectos de bordes.

En conclusión, en este procedimiento siempre abrimos la ventana para recolectar estaciones cinco veces la resolución solicitada para el análisis alrededor del Grid donde se efectúa el análisis.

5.- SENSIBILIDAD DEL ANALISIS DE BARNES A DENSIDADES DIFERENTES DE ESTACIONES

Dado que la mínima longitud de onda resoluble depende de la densidad de observaciones, en una aplicación discreta del esquema de análisis objetivo de Barnes esa longitud mínima puede variar considerablemente de unas zonas a otras, ya que la distribución de observaciones no es uniforme, existiendo por lo general lagunas en la red de observación.

Al mismo tiempo, como el espaciamiento medio entre observaciones (la densidad de observación) varía de forma significativa en una red de observación dada, la función de peso utilizada en el análisis puede ser apropiada para una cierta región en la red pero no para otras, haciendo que la respuesta del análisis sea diferente en distintas regiones, principalmente para longitudes de onda cercanas a la mínima resoluble (igual al doble del espaciamiento medio entre observaciones).

En esta sección se trata de evaluar objetivamente la sensibilidad del esquema de análisis a diferentes redes de observación; se describirá en primer lugar el procedimiento usado, en segundo lugar se analizarán los resultados obtenidos y en tercer lugar se realizarán experimentos de sensibilidad aumentando o disminuyendo el número de observaciones dentro de la red.

5.1.- Procedimiento utilizado

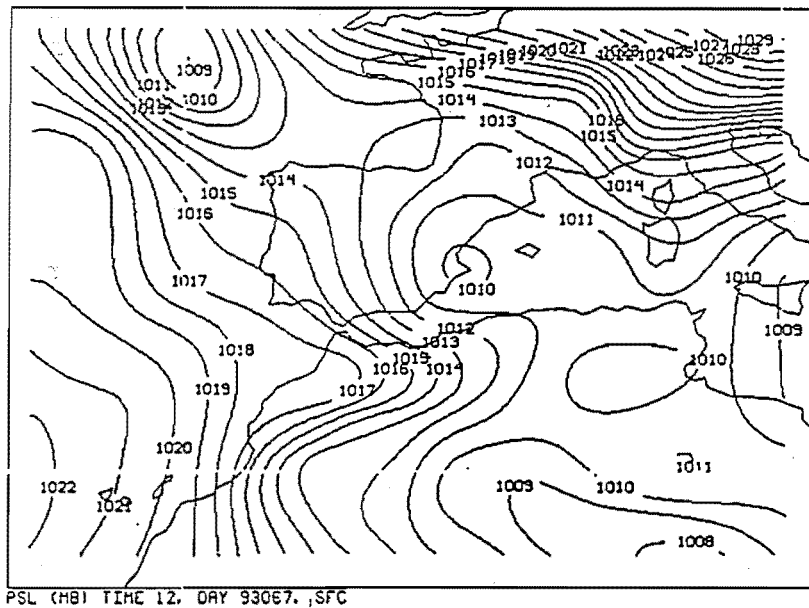
En esencia, el procedimiento consiste en partir de un análisis considerado como cierto y realizar dos análisis de Barnes, uno con una red de observaciones uniforme y otro con una red no uniforme, comparando los resultados obtenidos en estos análisis con el campo cierto.

Para obtener el campo cierto hemos interpolado a la resolución deseada (0.91 grados en nuestro caso) un análisis de presión del modelo del CEPPM de resolución original 1.5 grados, usando un esquema de Barnes con los parámetros $g=0.3$ y $C=5000 \text{ Km}^2$. Como observaciones se utilizan los puntos grid del análisis original. Para evitar en lo posible los efectos negativos de los contornos (red de observación finita), realizamos los cálculos en una ventana ampliada con respecto a la ventana que servirá para realizar las comparaciones tal como se indica en el apartado anterior. En la Fig.14.a, se muestra el que se considera como análisis o campo cierto dentro de la ventana que se usará a lo largo de este estudio ($51^\circ > \text{Lat} > 24^\circ$ $21^\circ > \text{Lon} > -16^\circ$).

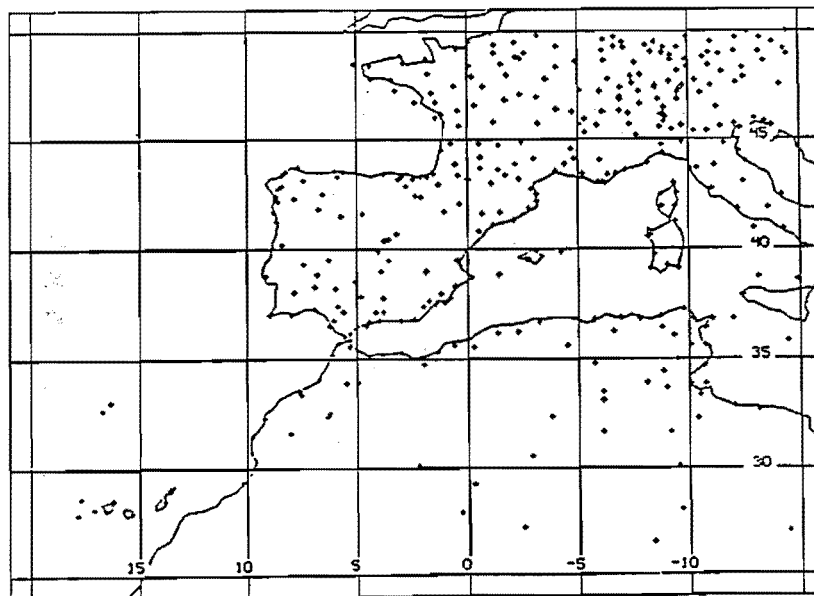
Usando como observaciones los puntos Grid de este campo cierto, pasamos un análisis de Barnes con los mismos parámetros que en el caso anterior y a la misma resolución. En este caso, también se realizan los cálculos en una ventana ampliada para evitar el efecto de los contornos.

Se pasa otro análisis de Barnes también con los mismos parámetros, pero utilizando como observaciones los valores interpolados del campo cierto a puntos coincidentes con estaciones de la red sinóptica que registren presión. La distribución de observaciones usadas para este análisis aparece en la Fig.14.b.

A partir de estos campos, se define el error total como la diferencia entre el campo cierto y el análisis de Barnes realizado con observaciones situadas en puntos de la red sinóptica, el error de filtrado como la diferencia entre el campo cierto y el análisis realizado con observaciones situadas en los puntos de Grid y el error de red o error debido a la no uniformidad de las observaciones, como la diferencia entre el error total y el error de filtrado. Por la propia construcción de estas diferencias, está claro que el error de filtrado provendrá únicamente del suavizado asociado al esquema de Barnes, mientras que el error de red será debido a la no uniformidad en la distribución de observaciones.



a)



b)

Figura 14

a) Campo cierto correspondiente al análisis de presión del modelo del CEPPM del 8 de marzo de 1993 a 12Z

b) Distribución de observaciones usadas en el análisis.

Conviene tener en cuenta que en este estudio las observaciones están libres de error por lo que no será un factor a tener en cuenta, aunque en situaciones reales puede tener un impacto significativo en el análisis. Por otra parte, los errores introducidos en los análisis por el fenómeno de **aliasing** (que hace que longitudes de onda no resolubles con las observaciones aparezcan en el resultado final) quedarán incluidos en el error de red.

5.2- Resultados

En la Fig.15, aparecen los dos análisis realizados a partir del campo cierto, uno usando como observaciones los puntos Grid (Fig.14.a) y otro usando como observaciones los puntos coincidentes con estaciones de la red sinóptica (Fig.14.b).

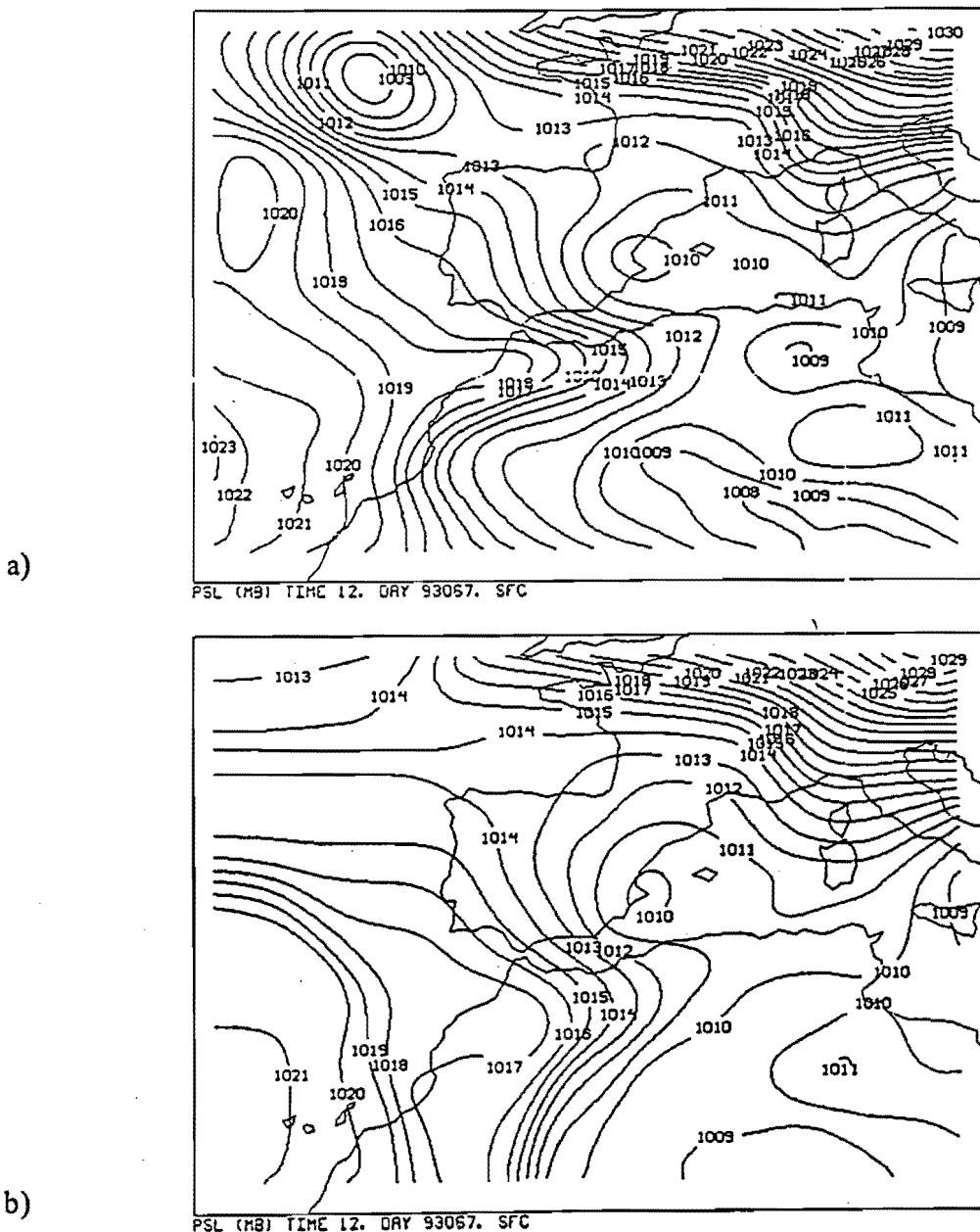
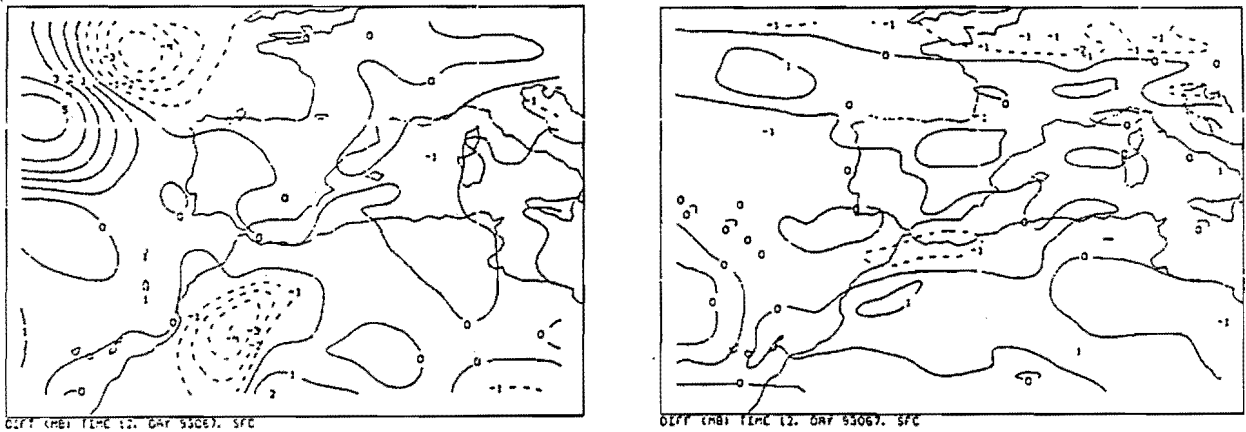


Figura 15

- a) Análisis obtenido usando como observaciones puntos grid del campo cierto.
- b) Análisis obtenido usando observaciones coincidentes con puntos de la red sinóptica

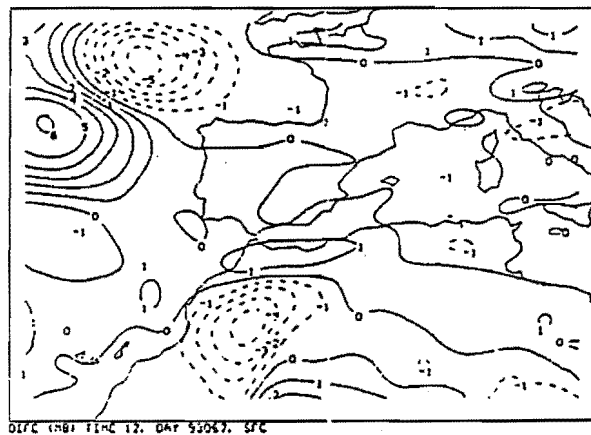
Se observa que mientras las diferencias entre el análisis de la Fig.15.a y el campo cierto son relativamente pequeñas, las diferencias entre la Fig.15.b y el campo cierto son considerables en aquellas zonas donde no existen observaciones (comparar con la Fig.14.b donde aparece la red de observaciones usada para realizar este análisis), destacando la zona del Atlántico al Noroeste de la Península Ibérica y el interior del Continente Africano.

Para apreciar más claramente estas diferencias, se muestran en la Fig.16 los errores totales, de filtrado y de red definidos anteriormente. El error de filtrado (Fig.16.b) o error debido al suavizado introducido por el esquema de Barnes es pequeño en todas las zonas, no superando diferencias de 1 milibar en relación con el campo cierto. Por el contrario, en el error de red hay dos zonas donde la diferencia alcanza los 4-5 milibares, correspondiendo estas zonas a lagunas en la red de observación: una situada en el Atlántico al Noroeste de la Península Ibérica y otra situada en el interior de Africa. Diferencias más pequeñas del orden de 1 milibar aparecen en otras zonas, posiblemente producto del fenómeno de aliasing antes comentado.



a)

b)



c)

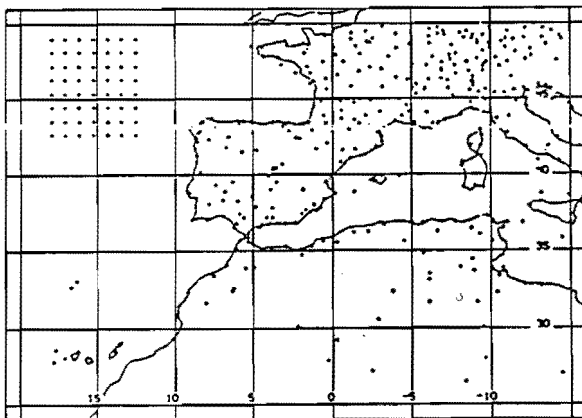
Figura 16.- Campos de diferencias.

a) Error total. b) Error de filtrado. c) Error de red.

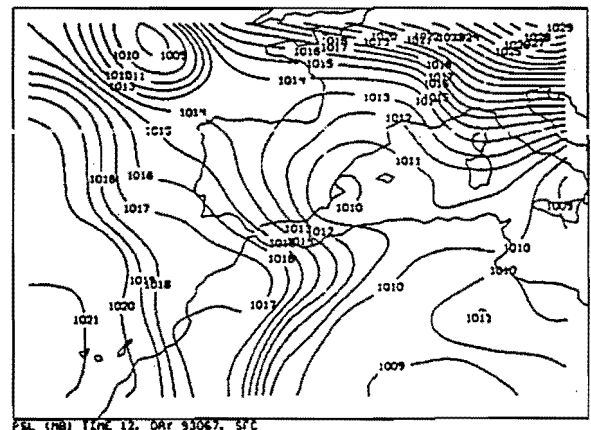
Un hecho importante es el pequeño error de red que se observa en el Mediterráneo, aunque en esta zona el número de observaciones es pequeño. Esto es debido a que esa zona está completamente rodeada por puntos de observación, permitiendo que el proceso de interpolación del esquema de Barnes trabaje razonablemente bien a la resolución de 0.91 grados. Si se disminuyera la resolución o se aumentara de tamaño el área sin observaciones los errores de red se harían más grandes. En las zonas sin observaciones y que además no se encuentran rodeadas por puntos de observación el proceso de interpolación no es capaz de producir resultados aceptables, como es lógico. De todas formas, aunque en valor absoluto las diferencias no sean grandes, la estructura del campo si muestra diferencias significativas, principalmente en la onda situada sobre Cerdeña (comparar la Fig.14.a y la Fig.15.b).

5.3- Experimentos de sensibilidad

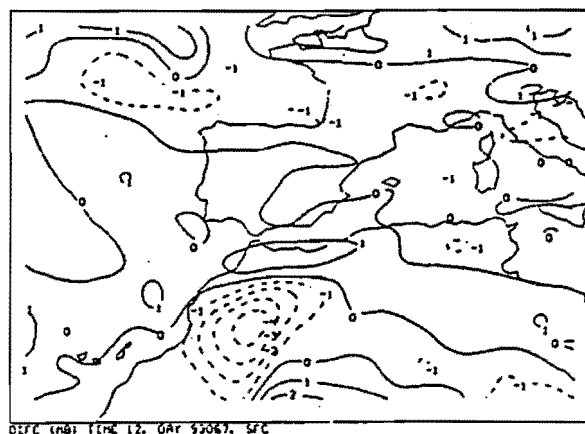
En este punto, se trata de discriminar el efecto que tiene sobre el análisis el aumento o disminución de observaciones en determinadas zonas. El análisis realizado usando los puntos Grid del campo cierto es el mismo que en el caso anterior, variándose únicamente la red de observaciones utilizada en el segundo análisis.



a)



b)

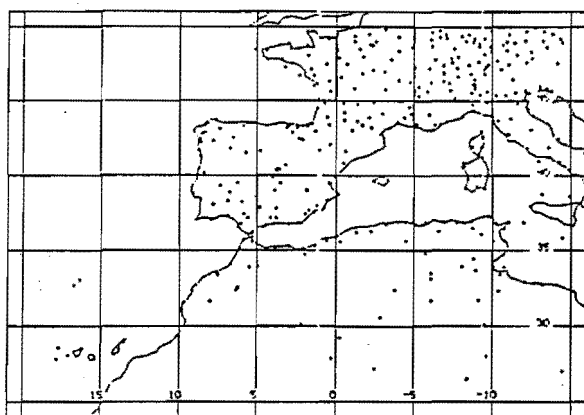


c)

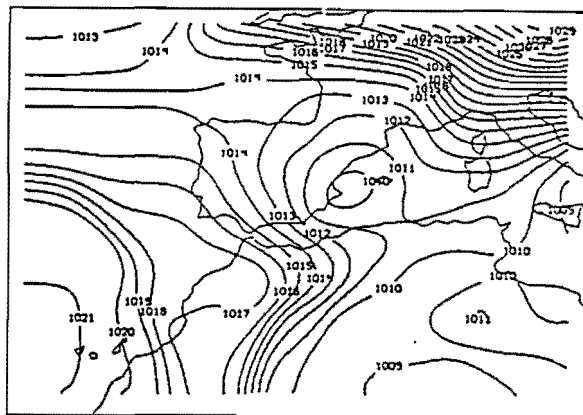
Figura 17

a) Distribución de estaciones. b) Análisis usando esa distribución c) Error de red.

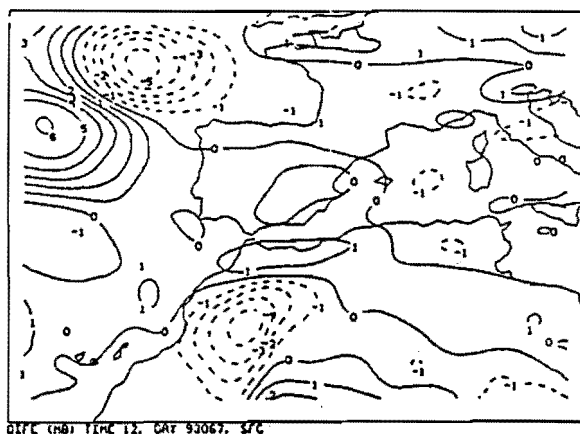
Para añadir estaciones, se ha elegido la zona del Atlántico donde el error de red era más grande. En la Fig.17.a, se muestra la nueva distribución de observaciones, donde se han añadido estaciones en puntos equidistantes dentro de la región $49 > \text{Lat} > 42$ $18 > \text{Lon} > 12$. El análisis realizado, con los mismos parámetros g y C , aparece en la Fig.17.b y, como podía esperarse, la mejora con respecto al análisis de la Fig.15.b es notable en esa zona. El error de red en este caso (Fig.17.c) disminuye en el Atlántico a valores cercanos a los que se dan en otras zonas, manteniéndose la diferencia en el interior de África.



a)



b)



c)

Figura 18

a) Distribución de estaciones. b) Análisis usando esa distribución. c) Error de red

En el segundo experimento, se han eliminado observaciones con respecto a la distribución de la Fig.14.b. En concreto, se ha elegido una zona en el Mediterráneo occidental definida por $42 > \text{Lat} > 37$ $-1 > \text{Lon} > -5$ y se han suprimido las observaciones en esa zona (en la Fig.18.a aparece la nueva distribución de estaciones en este caso, desapareciendo las observaciones de las Islas Baleares y algunas de Cataluña). En la Fig.18.b, se muestra el análisis obtenido con esta distribución de estaciones.

Comparando con el análisis de la Fig.15.b se ve que, como esperábamos, el resultado es peor que el obtenido con la distribución completa de observaciones, extendiéndose ahora la baja situada sobre el cabo de San Antonio hasta las Baleares, lo que provoca una perturbación en la estructura del campo que afecta a prácticamente todo el Mediterráneo hasta Cerdeña. El error de red en este caso, Fig.18.c, aunque no se diferencia mucho del de la Fig.16.c, muestra valores algo más grandes entre Baleares y Cerdeña. Como ya apuntábamos anteriormente, el hecho de que las diferencias absolutas no sean muy grandes, es debido a que el Mediterráneo es una zona que esta rodeada por un número bastante elevado de observaciones, pero conviene recalcar de nuevo que aunque las diferencias en valor absoluto no sean altas, la estructura del campo se resiente de esa falta de datos, como puede verse comparando la Fig.18.b o la Fig.15.b con la Fig.14.a. En cualquier caso, estos resultados pueden cambiar ligeramente dependiendo de la configuración original del campo base utilizado.

5.4.- Evaluación de índices de densidad de estaciones

A la vista de lo expuesto hasta ahora, se hace evidente la necesidad de evaluar de alguna forma la densidad de estaciones disponible para efectuar un cálculo del modo más objetivo.

Siguiendo a Koch, desJardins y Kocin (1983), se calculan en PAMIS tres índices de densidad diferentes.

En primer lugar, se calcula el promedio de las distancias entre cada estación y la estación más cercana para todo el dominio de datos. A este índice lo llamamos Δn_{red} .

Si suponemos que las estaciones disponibles en el dominio de datos, están uniformemente repartidas por el área considerada, se obtiene un índice de densidad medio:

$$\Delta n_m = A^{1/2} [1 + Nest^{1/2}] / (Nest - 1)$$

donde

A = Área del dominio de datos

Nest = Número de estaciones recolectadas en el dominio de datos

Por fin, calculamos un promedio entre los dos índices anteriores:

$$\Delta n = 0.5 (\Delta n_r + \Delta n_m)$$

Los índices Δn_r y Δn_m , nos dan información de hasta que punto están nucleadas las estaciones. En caso de zonas con agrupamientos importantes frente a otras zonas con escasa densidad, se cumple que $\Delta n_m \gg \Delta n_r$.

Una vez evaluada la densidad de estaciones promedio, estamos en condiciones de valorar que anchura de filtro sería conveniente usar en cada caso particular. Para ello, es necesario primero definir una línea base.

Un modo de definir esta línea base, pasa por la utilización de las expresiones teóricas de las respuestas para el caso continuo. En definitiva, usamos las ecuaciones:

$$R_0 = \exp[-4 \cdot C(\pi/\lambda)^2]$$

y

$$R = R_0 (1 + R_0^{g-1} - R_0^g)$$

Si tomamos para la respuesta R_1 el valor e^{-1} , obtenemos una respuesta de 0.99998 para la pasada número 5 usando como parámetro de convergencia $g=0.3$. Este nos parece un buen punto de partida para la elección de una línea base.

Con vistas a eliminar ondas con longitudes de onda del orden o menor que $2\Delta n$, sustituimos este valor en la respuesta del primer paso del análisis obteniendo:

$$R_0 (2 \cdot \Delta n) = \exp[-C(\pi/\Delta n)^2] \quad (42)$$

Con la elección de R_1 efectuada anteriormente, podemos calcular R_0 resolviendo de modo iterativo la función implícita:

$$f(R_0) = R_0 (1 + R_0^{g-1} - R_0^g) - e^{-1} = 0 \quad (43)$$

Esto nos lleva al valor de $R_0 = 0.029779$ con todas sus cifras exactas. Sustituyendo este valor en (42) llegamos por fin a la expresión:

$$C = 3.5139 \cdot (\Delta n/\pi)^2$$

Esta expresión debe modificarse para tener en cuenta de alguna forma la discretización en la distribución de estaciones. Utilizando ahora densidades adimensionales del tipo usado en el resto de la Nota Técnica, $\Delta n^* = \Delta n / (2 \cdot C^{1/2})$, nos queda para el caso continuo $\Delta n^* = 0.838$.

Ahora solo se trata de probar que densidad adimensional en el caso discreto se ajusta mejor a la línea base elegida. Para ello, utilizamos las expresiones para distribuciones 1D discretas deducidas previamente para el caso 2D.

$$\beta_0 = \frac{\Delta n^*}{\pi^{1/2}} \sum_m \exp[-(m \Delta n^*)^2] \quad (44.1)$$

$$\beta_1 = \frac{\Delta n^*}{(\pi \cdot g)^{1/2}} \sum_m \exp[-g^{-1} (m \Delta n^*)^2] \quad (44.2)$$

$$R_0 = \frac{1}{\beta_0} \sum_p \exp[-(\frac{\pi}{\Delta n^*})^2 (.5-p)^2] \quad (44.3)$$

$$R_1 = \frac{1}{\beta_1} \sum_p \exp[-(\frac{\pi}{\Delta n^*})^2 g (.5-p)^2] \quad (44.4)$$

En la figura 19, se comparan las respuestas en función del número de pasos del análisis para el caso continuo y tres densidades adimensionales discretas calculadas a partir de las expresiones anteriores.

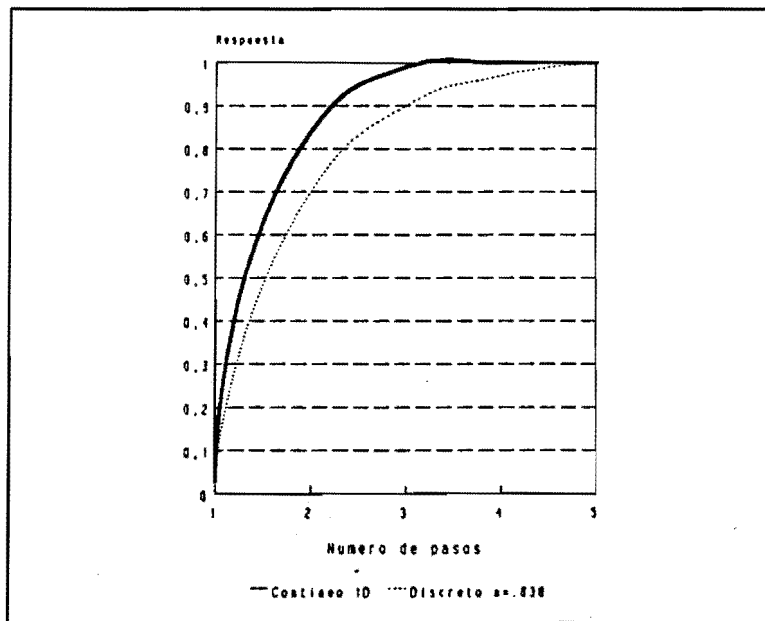
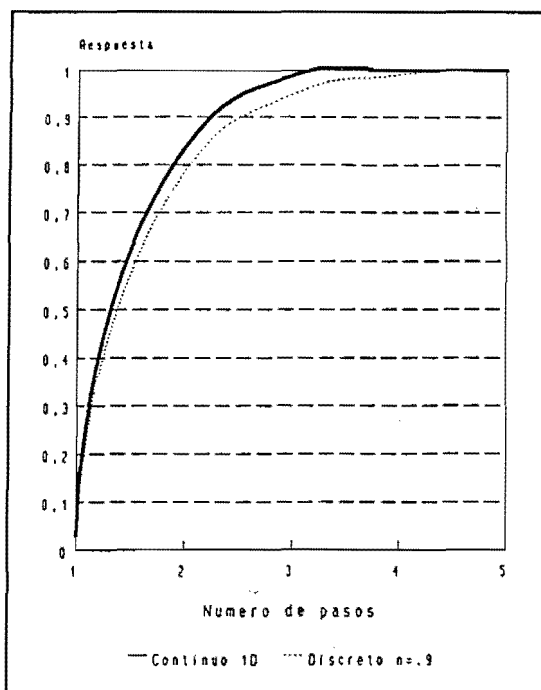
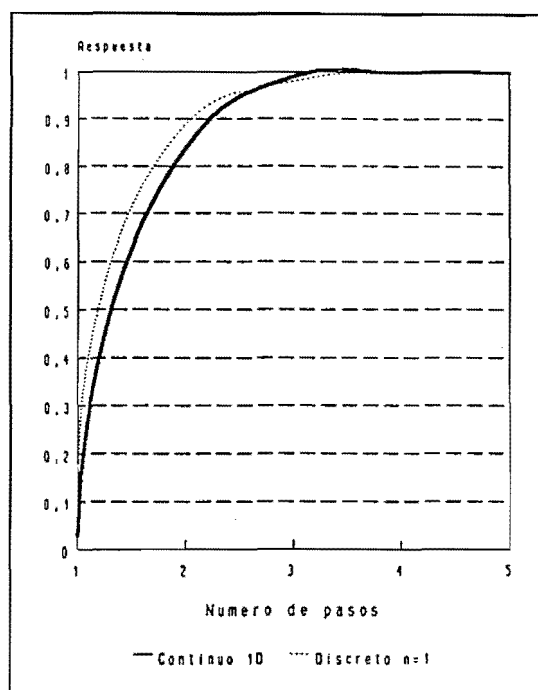


Figura 19.a
Respuestas continua/discreta para la misma densidad adimensional $\Delta n^*=0.838$



19.b)



19.c)

Figuras 19.b y c
Igual que en 19.a para el caso continuo
19.b) $\Delta n^* = 0.9$; 19.c) $\Delta n^* = 1$

De las tres densidades adimensionales discretas, la que se ajusta mejor al caso continuo es la correspondiente a $\Delta n^* = 0.9$ (figura 19.b). Con este valor, se llega sin dificultad a la relación:

$$C_{discreta} = 0.867 \cdot C_{cont}$$

Teniendo en cuenta el resultado anterior, la anchura del filtro aconsejada en PAMIS en función de la densidad de estaciones es:

$$C = 3.0466 \cdot (\Delta n / \pi)^2$$

En cuanto a la resolución del Grid del análisis, existe una relación empírica (Barnes-1964, 1973-, Doswell-1977-, Maddox-1980-, Koch y McCarthy-1982) en el sentido de que la razón entre la resolución del análisis y la densidad de datos debe estar comprendida en el rango:

$$0.3 \leq \Delta x / \Delta n \leq 0.5$$

Esta relación empírica, tiene soporte teórico. Peterson y Middleton (1963) ya indican que se necesitan cinco puntos de Grid para representar una onda. Las resoluciones para el análisis aconsejadas en PAMIS son del tipo:

$$\text{Res}=0.3 \Delta n$$

6.- TECNICA DE SEPARACION DE ESCALAS

El objetivo de esta técnica es diseñar un filtro paso-banda que realce una longitud de onda determinada (Maddox-1980).

Este proceso se lleva a cabo combinando dos análisis de Barnes diferentes. Un primer filtro de Barnes extrae la señal a **macroescala**.

Esto requiere una elección razonable de la anchura del primer filtro paso-bajo. Observando la figura 2, se aprecia que para un filtro del orden de $C=20.000$, retenemos casi exclusivamente la configuración para escalas del orden de los 1000 kilómetros.

La extracción de la señal a **Mesoescala** requiere el uso de un filtro paso-bajo mas restrictivo. La elección de este filtro estará en función de las escalas que pretendemos resaltar en el análisis. De nuevo la figura 2, puede darnos una idea de que ordenes de magnitud estamos manejando.

Lógicamente, la anchura del filtro de Mesoescala debe ser inferior a la del que extrae la señal a Macroescala.

El siguiente paso, es combinar los dos filtros de paso-bajo con objeto de diseñar un nuevo filtro paso-banda que realce un rango estrecho alrededor de una longitud de onda a determinar.

En general para dos filtros con parámetros:

$$\text{Mesoescala} \Rightarrow C_1, g_1; \text{ Respuesta } R_1$$

$$\text{Macroescala} \Rightarrow C_2, g_2; \text{ Respuesta } R_2$$

se construye el filtro **paso-banda** de acuerdo a la expresión:

$$B(i, j) = r \{ F_1(i, j) - F_2(i, j) \} \quad (45)$$

donde F_1 y F_2 son los dos análisis de Barnes ya citados. La respuesta del filtro así construido sería:

$$BR(i, j) = r \{ R_1 - R_2 \} \quad (46)$$

y r es un factor de normalización definido como la inversa de la máxima diferencia entre las respuestas R_1 y R_2 .

Este valor corresponde a una longitud de onda para la que la respuesta de este filtro es máxima. Se dice entonces que el filtro está centrado en esta longitud de onda.

La reconstrucción de la señal completa, se lleva a cabo sumando la señal construida con el filtro paso-banda a la señal correspondiente a la Macroescala.

Con esto se obtiene un análisis en el que se destacan rasgos con un pico en el centrado del filtro compuesto.

La respuesta resultante es en este caso:

$$RSEP(i, j) = BR(i, j) + R_2(i, j) \quad (47)$$

En la figura 20, se muestran varios ejemplos sobre este tipo de filtros.

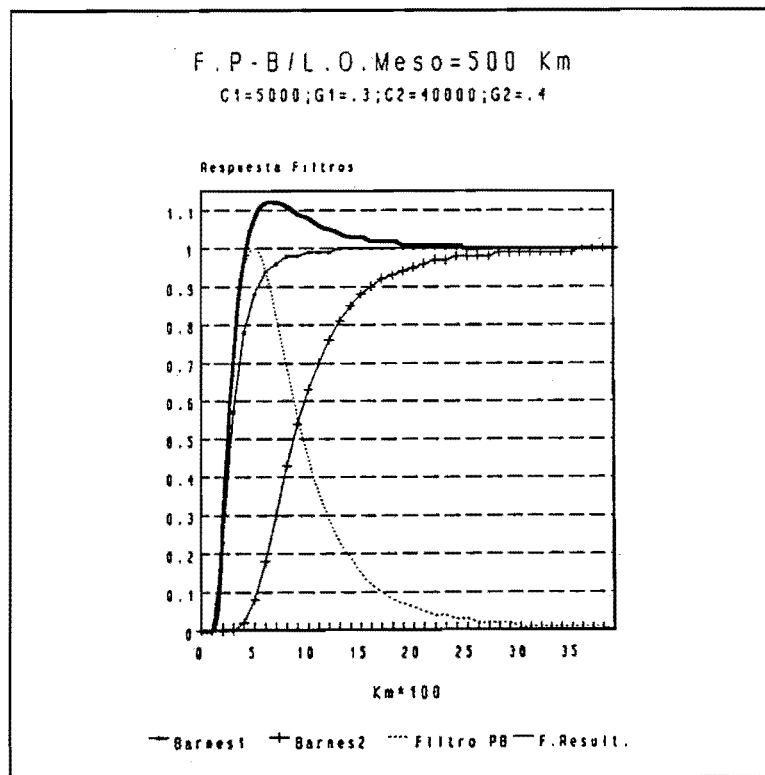


Figura 20.a
 Filtros paso bajo $C=5000 \text{ km}^2, g=0.3$ y $C=10000 \text{ km}^2, g=0.4$
 Filtro paso-banda (línea rota) centrado en 500 km.
 Filtro compuesto: línea gruesa continua

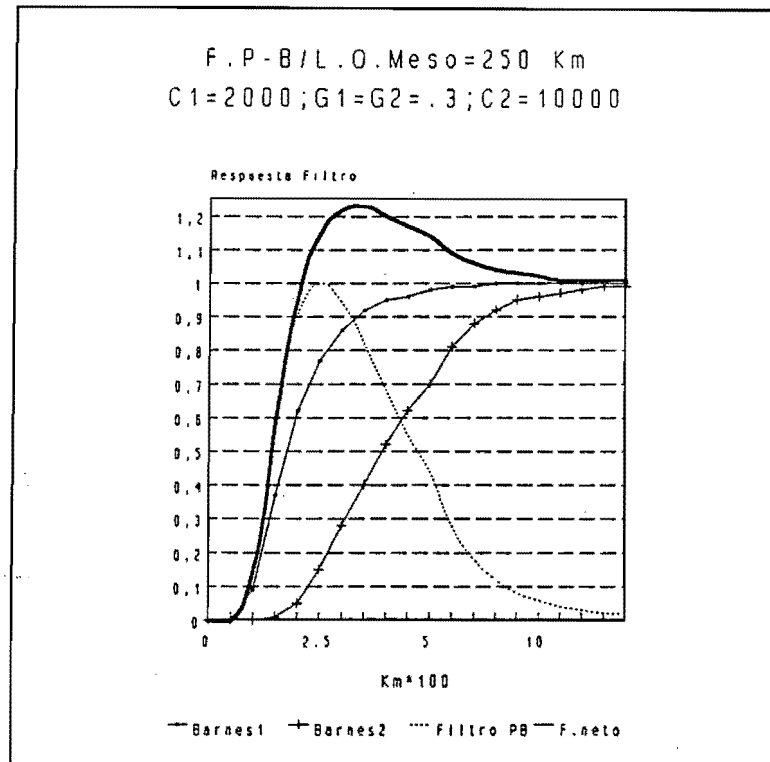


Figura 20.b
 Filtros paso-bajo: $C=2000 \text{ km}^2$ y $C=10000 \text{ km}^2$. Ambos con $g=0.3$
 Filtro paso-banda (línea rota) centrado en 250 km.
 Filtro compuesto: línea gruesa

La determinación del centrado del filtro paso-banda requiere algunas consideraciones

Existen trabajos en los que la longitud de onda del centrado se determina mediante análisis de Fourier construyendo un espectro de potencias (Errico-1985). Este método proporciona mucha información aunque se precisa un análisis previo y de la existencia de funciones periódicas. Es necesario por tanto, eliminar las ondas con longitudes más largas que el tamaño del dominio del Grid donde efectuar el análisis (Barnes-1985, Errico-1987) y además se precisa hacer las evaluaciones en un Grid regular.

Existe otro método que proporciona suficiente información sobre las longitudes de onda presentes y que no depende de las restricciones que impone el método espectral. Este otro método, se basa en la construcción de la **función de estructura** de la distribución de datos.

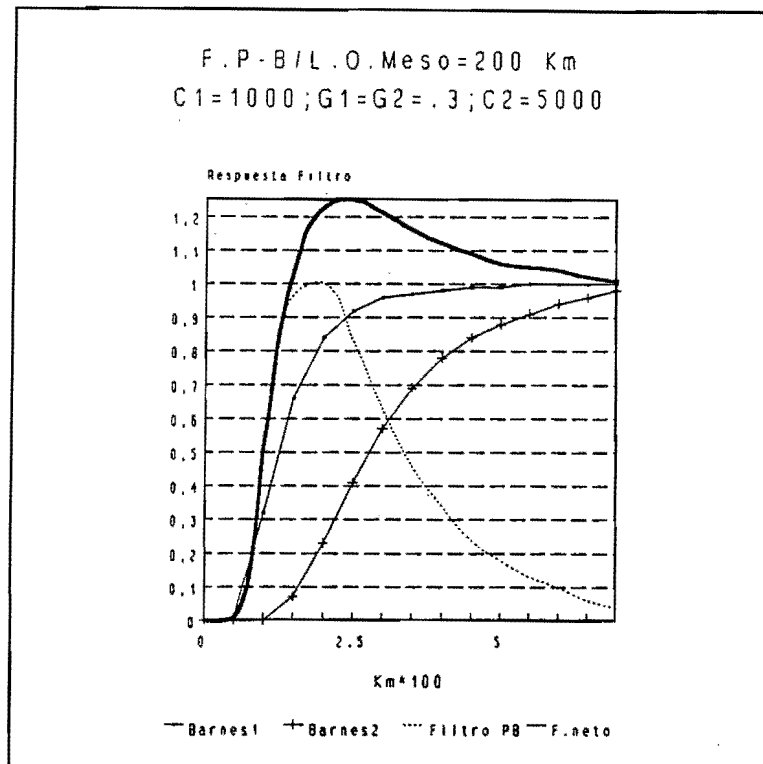


Figura 20.c

Filtros paso-bajo: $C=1000 \text{ km}^2$; $C=5000 \text{ km}^2$. En ambos casos $g=0.3$

Filtro paso-banda (línea rota) centrado en 200 km.

Filtro compuesto: línea gruesa.

La función de estructura fue definida por Kolgomorov(1941) y aplicada posteriormente en Meteorología por una serie de autores. Gandin(1963) y Barnes y Lilly (1975) entre otros, han discutido las características físicas de esta función. Posteriormente Gomis y Alonso(1988), han usado la función de estructura (en adelante FE) para extraer información cuantitativa sobre las estructuras presentes en un campo para un tiempo fijo.

La expresión de la FE para un campo discreto es (Gomis,Alonso-1988):

$$FE(r) = \frac{1}{N_p} \sum_1^{N_p} [f(\bar{x}_i) - f(\bar{x}_j)]^2 \quad (48)$$

donde N_p es el número de pares de datos cuya separación $|\bar{x}_i - \bar{x}_j|$ está dentro del intervalo $(r-\varepsilon, r+\varepsilon)$

En consecuencia, el suavizado de la FE está controlado por el parámetro ε como se muestra en la figura 21. En esta figura, se muestra la FE de la presión en superficie para dos valores diferentes de ε . El efecto de suavizado es evidente según se incrementa este parámetro.

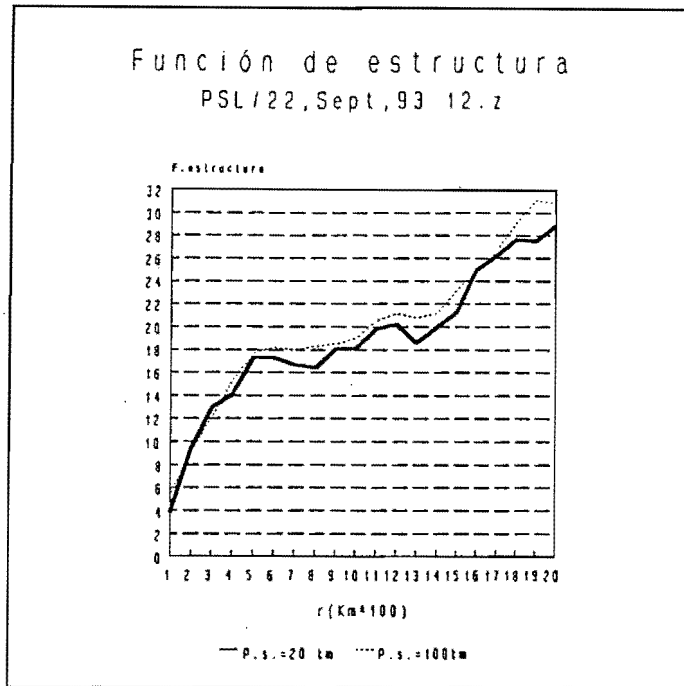


Figura 21

Función de estructura PSL.22/9/93(mb²).Synops+Ships+Estaciones automáticas

Eje horizontal:km -100

Línea llena:ε=20 km..Línea rota:ε=100 km.Δr=100 km

En el trabajo citado anteriormente también se demuestra que para dominios infinitos, la FE de un campo lineal es una parábola y la de una onda sinusoidal de amplitud A es $A^2[1 - J_0(k \tau)]$, donde k es el número de onda y J_0 es una función de Bessel de primera clase y orden cero. En la figura 22, se representa esta función usando como variable independiente la distancia adimensional $r^* = r/\lambda$.

Esta función presenta su primer máximo para $r^* = 0.6094$ lo que corresponde a una longitud de onda de $\lambda = 1.641 \tau$.

Las estructuras con longitudes de onda menores que el dominio del Grid, se identifican mediante la FE, mientras que las estructuras con longitudes de onda del orden o mayores que el dominio son difíciles de reconocer. El rasgo más importante a identificar es el primer pico en la FE. La longitud de onda correspondiente a este pico se determina según la sencilla relación expuesta en el párrafo anterior.

De todas formas, la interpretación de la FE no está libre de subjetividad, ya que para la identificación del primer pico que se aparte de la distribución suave que indicaría una parábola o una función de Bessel larga, está en función del parámetro de suavizado elegido (ϵ) que a su vez debe depender del campo a estudiar y de la densidad de datos disponible.

Esta aproximación al tema de la separación de escalas es sin duda muy sugerente y sumamente interesante desde el punto de vista teórico pero se aparta de la operatividad inmediata que se persigue, con el procedimiento PAMIS.

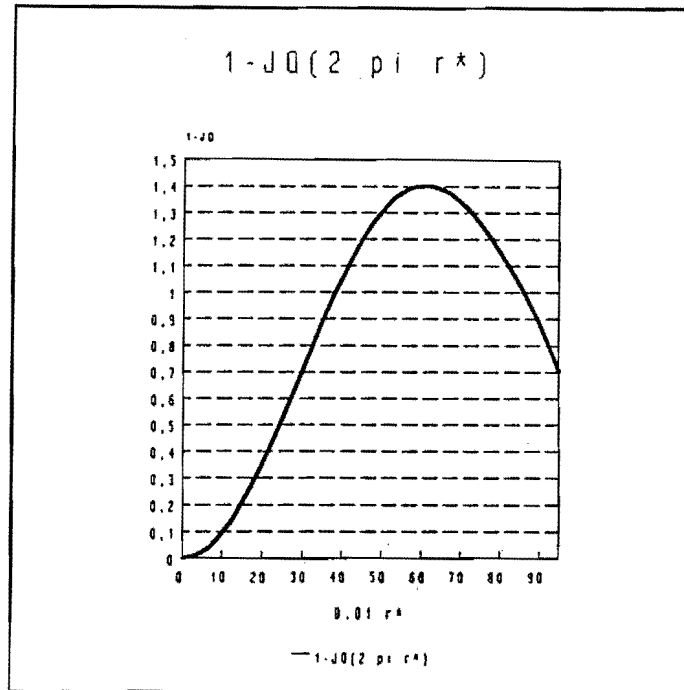


Figura 22
Gráfica de la función $1 - J_0(2 \pi r^*)$.

A modo de ejemplo, se incluyen a continuación una serie de FE correspondientes a una ciclogénesis en el Mediterráneo Occidental que tuvo comienzo el 22/9/93. Este es uno de los casos seleccionados que se incluyen en la parte-II de esta Nota Técnica.

En la figura 23, se muestran las FE para el campo de presión del día 22/9/93 a 03, 06, 09 y 12 z., cuando comenzaba a cerrarse una baja en superficie entre Valencia y Murcia, forzada por una anomalía de vorticidad potencial en altura y por las circulaciones que esta indujo sobre el Levante de la Península Ibérica.

El crecimiento de la perturbación de presión se observa en esta figura. Aparece un pico en la FE para $r=500$ km que se corresponde con una longitud de onda de $\lambda=820$ km. Este sería el resultado del tipo de estructura identificable para todo el Grid de trabajo. Esto puede resultar engañoso si se pretende centrar el filtro paso-banda a esta longitud de onda. Caso de hacerlo así, perdemos parte de la estructura fina de esta baja que tiene una extensión claramente menor. Debe quedar claro en este punto, que no estamos intentando generar un análisis balanceado para inicializar un modelo numérico, sino intentando captar rasgos mesoescalares que ayuden al predictor a generar un reanálisis mesoescalar en superficie útil para la predicción a muy corto plazo.

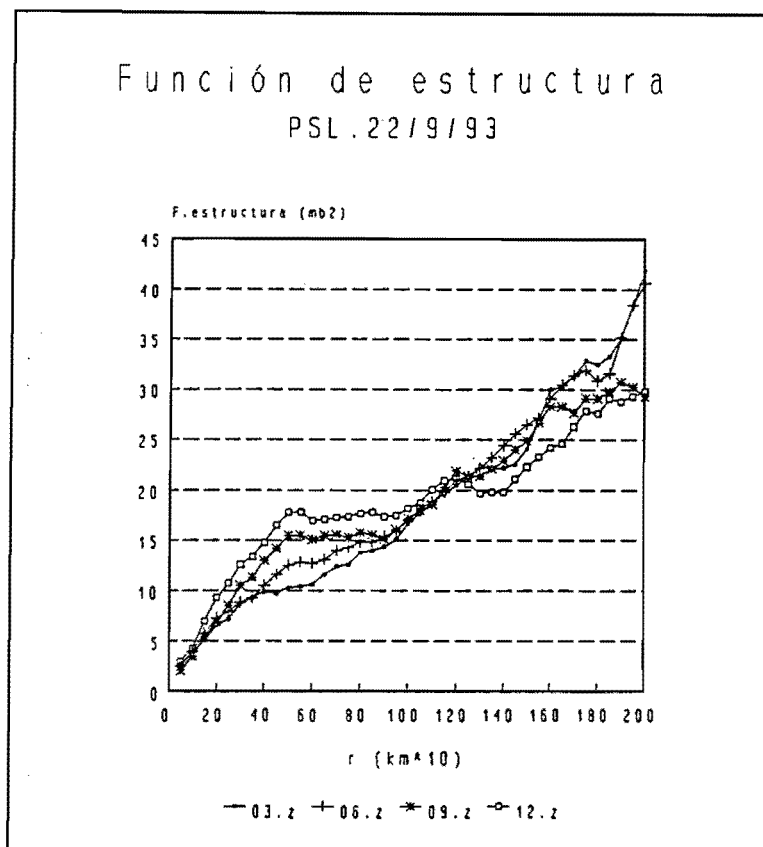
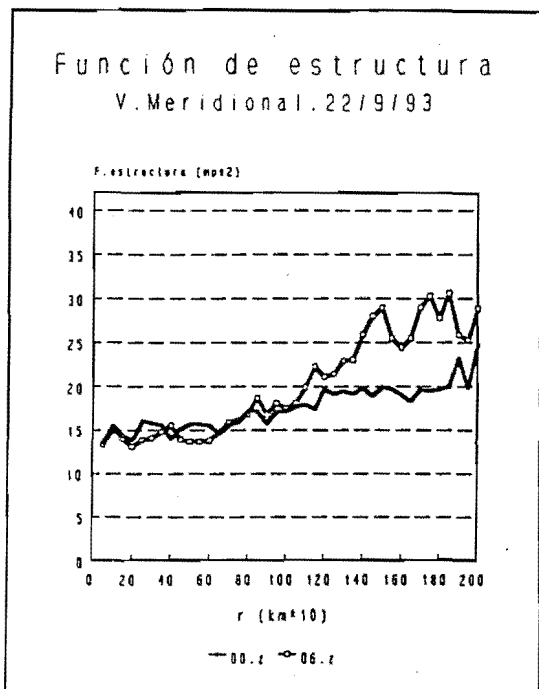


Figura 23
FE para la presión en superficie.22/9/93 a 03,06,09 y 12.z
 $\Delta r=50$ km; $\epsilon=50$ km.

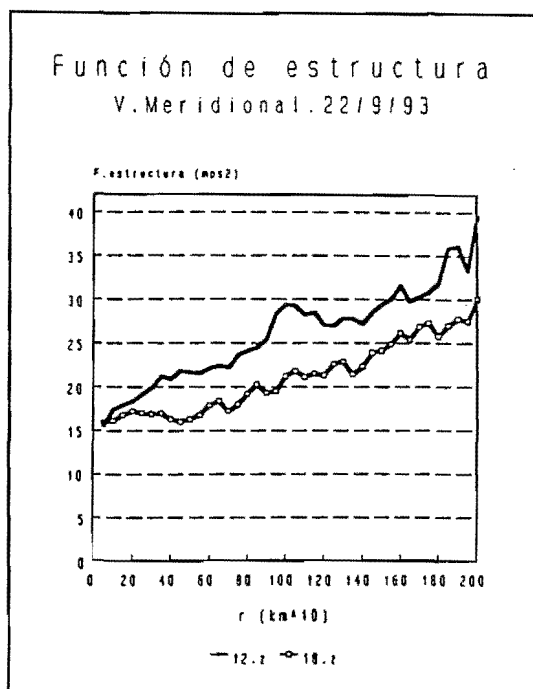
Para identificar estructuras de este tipo, pueden resultar útiles las FE de la componente meridional de viento. Esto es lo que se representa en la figura 24 para los días 22 y 23 de Septiembre de 1993 a intervalos de 6 horas.

Lo que muestran los paneles de esta figura es que el primer pico aparece entre los 100 km ($\lambda=165$ km) a primeras horas del día 22/9/93 tendiendo a aumentar hasta un rango entre los 150 y 200 km (λ entre 250 y 330 km).

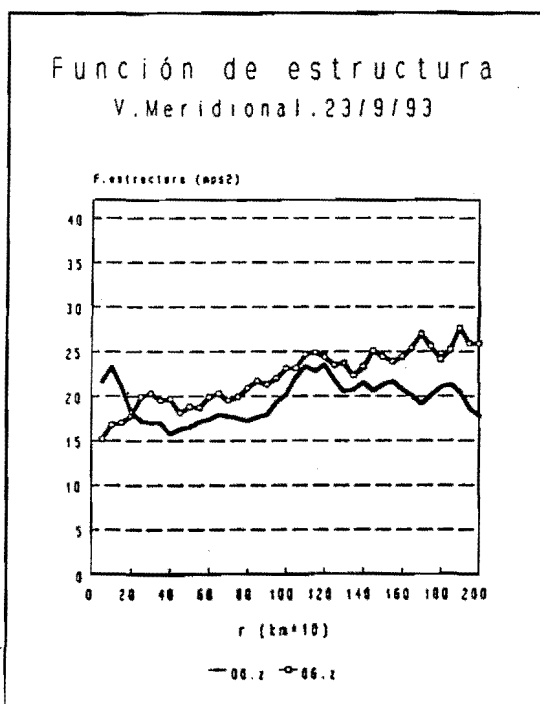
Atendiendo a consideraciones ligadas a la densidad de estaciones disponible en este período, nosotros habíamos centrado el filtro paso-banda en 350 km. Se pueden encontrar más detalles sobre este caso en la parte-II de esta Nota Técnica donde se incluyen análisis de presión y viento de esta situación.



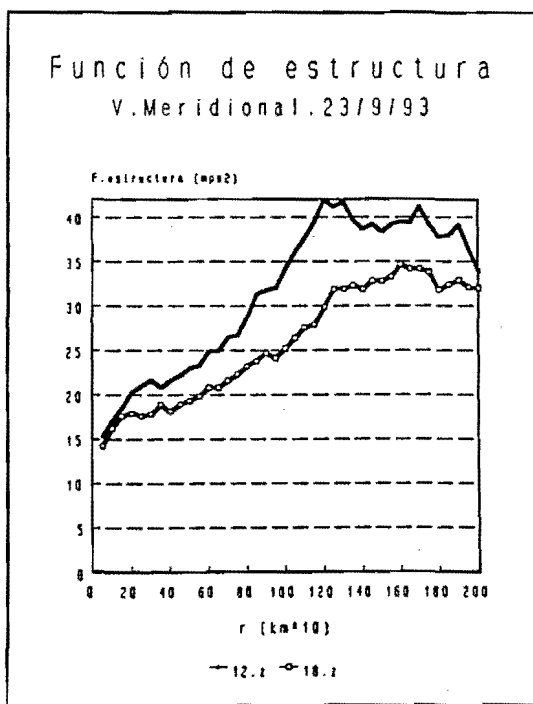
24.a)



24.b)



24.c)



24.d)

Figura 24.FE componente meridional de viento superficie. $\epsilon=20$ km. $\Delta r=50$ km
a)22/9/93 00.z,06.z.b)22/9/93 12.z,18.z
c)23/9/93 00.z,06.z.d)23/9/93 12.z,18.z
Synops+Ships+Estaciones automáticas

En el caso de un predictor operativo, parece mas razonable incluir en este proceso el conocimiento Meteorológico de la situación a tratar. Esto incluye el uso de imágenes SAT, radar y red de descargas en tiempo real y por supuesto del uso de Modelos Conceptuales apropiados (dipolos orográficos, ciclogénesis Mediterránea, Mesoaltas y fronteras producidas por convección en particular por SCM, galernas en el Cantábrico sistemas locales de viento etc...).

En cualquier caso, siempre hay que considerar las restricciones que la densidad de observaciones impone sobre las respuestas de los filtros discretos y tener siempre en mente todo lo relacionado con el análisis de Barnes ya que esta es la base de la técnica de separación de escalas aquí utilizada.

Por último, citar que en la segunda parte de esta Nota Técnica pueden encontrarse abundantes ejemplos de utilización no solo del análisis de Barnes simple sino de la separación de escalas.

En general utilizamos en PAMIS la separación de escalas para análisis de presión, temperatura, punto de rocío, tendencia de la presión y temperatura del termómetro húmedo así como su temperatura potencial.

El análisis simple, se utiliza en PAMIS para el campo de viento. En este caso se analizan por separado las componentes u y v. La separación de escalas con el campo de viento, requiere estudiar las escalas espaciales de las componentes meridional y zonal por separado mediante la función de estructura o mediante otro tipo de consideraciones. En esta primera versión del PAMIS, hemos preferido utilizar el análisis simple en este campo como una especie de compromiso entre la rapidez de ejecución y la calidad del producto que nos parece apropiada de cara a la operatividad del procedimiento. No obstante, no descartamos utilizar separación de escalas próximamente con el campo de viento así como el desarrollo de técnicas de diagnosis .

REFERENCIAS

Achtemeier G.L.

,1986:The impact of data boundaries upon a successive corrections objective analysis of limited area datasets.

Monthly Weather Review,114,40-49.

,1987:On the concept of varying influence radii for a successive corrections objective analysis.

Monthly Weather Review,115,1760-1771.

,1988:Modification of a successive corrections objective analysis for improved derivative calculations.

Monthly Weather Review,117,78-86.

Barnes S.L.

,1964:A technique for maximizing details in numerical weather maps analysis.

J.Applied Meteorology,3,396-409

Brigham E.O.

,1988:The fast Fourier transform and its applications.
Prentice-Hall International Editions.

Buzzi A.,Gomis D.,Pedder M.A.,Alonso S.

,1991:A method to reduce the adverse impact that inhomogenous station distribution have on spatial interpolation.

Monthly Weather Review,119,2465-2491.

Caracena F.

,1987:Analytic approximation of discrete field samples with weighted sums and the gridless computation of field derivatives.

J.Atmos.Sciences,44,3753-3768.

Gomis D.,Alonso S.

,1988:Structure function responses in a limited area
Monthly Weather Review,116,2254-2264

,1990:Diagnosis of a cyclogenetic event in the western Mediterranean using an objective technique for scale separation.

Monthly Weather Review,118,723-736.

Hibbard W.L.,Wylie D.P.

,1985:An efficient method of interpolating observations to uniformly spaced grids.

First International Conference on Interactive Information Processing Systems for Meteorology,Oceanography and Hidrology.L.A.California.A.M.S.,144-147

Koch S.E.,desJardins M.,Kocin P.J

,1983:An interactive Barnes objective map analysis scheme for use with satellite and conventional data.

J.Climate Appl.Met.,**22**,1487-1503.

Maddox R.A.

,1980:An objective technique for separating Macroscale and Mesoscale features in Meteorological data.

Monthly Weather Review,**108**,1108-1121.

Maddox R.A.,Vonder Haar T.H.

,1979:Covariance analysis of satellite derived Mesoscale wind fields.
J.Appl.Met.,**18**,1327-1334.

Pauley P.M.

,1989:On the evaluation of boundary errors in the Barnes objective analysis scheme.

Monthly Weather Review,**118**,1203-1210.

Pauley P.M.,Wu X.

,1990:The theoretical,discrete and actual response of the Barnes objective analysis scheme for one and two-dimensional wave fields.

Monthly Weather Review,**118**,1145-1163.

Peterson,Middleton.

,1963:On representative observations.
Tellus,**15**,387-405.