

I	I	I	I	I
I	SVC. PREDICCION	I	REV.1 01/01/88	I
I		I		I
I		I	NOTA TECNICA NO.8	I
I	NUMERICA	I		I
I		I		I
I		I	PAG.00	I

PROCEDIMIENTO DE INICIALIZACION

OPERATIVO EN EL LAM(INM).



12 JUN 2007

E. RODRIGUEZ CAMINO.

## AGRADECIMIENTOS

Estas notas documentan el método en el que está basado el procedimiento de inicialización del modelo de área limitada actualmente operativo en el INM.

Este procedimiento de inicialización fue desarrollado en el Real Instituto Meteorológico Holandés (KNMI) por S.J.Bijlsma y L.M.Hafkenscheid y ha sido cedido para su utilización operativa en el INM.

El INM agradece al Real Instituto Meteorológico Holandés y en especial a sus autores el permiso dado para utilizar operativamente el procedimiento de inicialización así como para hacer uso de la documentación interna y artículos publicados referentes a dicho procedimiento.

AEMET-BIBLIOTECA



1013280

## 1. INTRODUCCION.

Las ecuaciones primitivas que gobiernan la evolución de la atmósfera admiten dos tipos bien diferenciados de movimientos. Uno de los tipos posee bajas frecuencias y movimiento quasigeostrófico, el otro tipo corresponde a ondas gravitatorio-inerciales de alta frecuencia. La energía de las ondas gravitatorio-inerciales se dispersa en las primeras horas de la predicción permaneciendo el movimiento quasigeostrófico de baja frecuencia. Este proceso se denomina ajuste geostrófico.

En el desarrollo de los primeros modelos basados en ecuaciones primitivas surgió el problema de la especificación de las condiciones iniciales para las integraciones numéricas. Si los campos de masa y de viento no estaban adecuadamente equilibrados, se excitaban ondas gravitatorias. Estas ondas podían presentar amplitudes no realistas que afectaban negativamente a los modos meteorológicos. Se denomina inicialización a la especificación de campos iniciales que estén adecuadamente equilibrados.

Se han propuesto varios métodos para eliminar estas oscilaciones gravitatorias. Para una introducción al tema véase Lynch (1987) y para una revisión clásica véase Bengtsson (1977). La introducción de la inicialización por modos normales lineal (Williamson, 1976) y no lineal (Machenhauer, 1977; Baer, 1977) supuso una enorme mejora en los procedimientos de inicialización. Aunque estos métodos fueron originalmente formulados para modelos globales o hemisféricos recientemente han empezado a emplearse en modelos de área limitada (Brière, 1982).

Un enfoque alternativo y de una eficacia similar al de los modos normales no lineales fue propuesto por Browning et al. (1980) y consistía en la aplicación del método de las

derivadas acotadas tanto en modelos globales como de área limitada. Kasahara (1982) ha estudiado la relación entre los dos métodos y Bijlsma y Hafkenscheid (1986) han propuesto un método que aunque tiene su origen en los modos normales no lineales llega a expresiones que se pueden obtener por el método de las derivadas acotadas.

En la sección 2 se deducen las ecuaciones en las que está basado el modelo de inicialización. Los modos normales verticales y horizontales se discuten en la sección 3. La sección 4 desarrolla el procedimiento de inicialización y la 5 describe en forma resumida el algoritmo de cálculo. Finalmente en la sección 6 se presentan los resultados preliminares obtenidos al introducir el método de inicialización descrito aquí en el modelo de área limitada operativo en el INM.

## 2. ECUACIONES DEL MODELO

El modelo emplea coordenadas  $\sigma$  en la vertical y coordenadas esféricas en la horizontal.

Si las variables del modelo están alternadas verticalmente de forma que  $u$ ,  $v$  y  $T$  se definen en los niveles  $\sigma = \sigma_1$  hasta  $\sigma = \sigma_k$  y  $\dot{\sigma}$  y  $\phi$  se definen en los niveles intermedios  $\sigma_{1/2} = 0$  hasta  $\sigma_{k+1/2} = 1$ , entonces las ecuaciones discretizadas del movimiento y de la termodinámica son las siguientes:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} - f v_n + \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial (\bar{\phi})_n^\sigma}{\partial \lambda} + R T_n \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} + \frac{1}{r \cos \theta} u_n \frac{\partial u_n}{\partial \lambda} +$$

$$\frac{1}{r} v_n \frac{\partial u_n}{\partial \theta} - \frac{u_n v_n}{r} \tan \theta + \frac{(\dot{\sigma} \Delta_\sigma u)_n^\sigma}{(\Delta_\sigma)_n} = 0,$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + f u_n + \frac{1}{r} \frac{\partial (\bar{\phi})_n^\sigma}{\partial \theta} + R T_n \frac{1}{r} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \theta} + \frac{1}{r \cos \theta} u_n \frac{\partial v_n}{\partial \lambda} +$$

$$\frac{1}{r} v_n \frac{\partial v_n}{\partial \theta} + \frac{u_n^2}{r} \tan \theta + \frac{(\dot{\sigma} \Delta_\sigma v)_n^\sigma}{(\Delta_\sigma)_n} = 0.$$

$$\frac{\partial T_n}{\partial t} + \frac{1}{r \cos \theta} \left( u_n \frac{\partial T_n}{\partial \lambda} + v_n \cos \theta \frac{\partial T_n}{\partial \theta} \right) + \frac{(\dot{\sigma} \Delta_\sigma T)_n^\sigma}{(\Delta_\sigma)_n} - \left( \frac{1}{\sigma} \right)_n \kappa T_n \left( \frac{w}{p_s} \right)_n = 0$$

con

$$\left( \frac{w}{p_s} \right)_n = \left( \dot{\sigma} + \sigma \frac{\partial \ln p_s}{\partial t} \right)_n + \frac{\sigma_n}{r \cos \theta} \left( u_n \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} + v_n \cos \theta \frac{\partial \ln p_s}{\partial \theta} \right).$$

El subíndice  $n$  es el índice vertical. Todas las variables tienen su significado habitual, es decir,  $u$  y  $v$  son las componentes del viento zonal y meridiana respectivamente,  $\phi$  es el geopotencial,  $p_s$  es la presión en superficie,  $t$  el tiempo,  $\theta$  latitud,  $\lambda$  longitud,  $f$  parámetro de Coriolis,  $\omega$  velocidad vertical de la presión,  $r$  radio de la Tierra,  $T$  temperatura y  $\kappa = R/c_p$ , donde  $R$  es la constante de los gases y  $c_p$  el calor específico a presión constante. La media y la diferencia vertical se denotan por  $(\bar{\Delta})_n^\sigma = (\Delta_{n+\frac{1}{2}} + \Delta_{n-\frac{1}{2}})/2$  y  $(\Delta_\sigma)_n = A_{n+\frac{1}{2}} - A_{n-\frac{1}{2}}$  respectivamente, y  $(1/\sigma)_n = (\Delta_\sigma \ln \sigma)_n / (\Delta_\sigma)_n$ , excepto para  $n=1$  donde  $(1/\sigma)_1 = 2 \ln(\sigma_{1\frac{1}{2}}/\sigma_1) / \sigma_{1\frac{1}{2}}$  que define  $(\Delta_\sigma \ln \sigma)_1$ .

Los términos  $(\bar{\phi})_n^\sigma$ ,  $(\bar{\partial}_\sigma \Delta_\sigma u)_n^\sigma / (\Delta_\sigma)_n^\sigma$ ,  $(\bar{\partial}_\sigma \Delta_\sigma v)_n^\sigma / (\Delta_\sigma)_n^\sigma$ ,  $(\bar{\partial}_\sigma \Delta_\sigma T)_n^\sigma / (\Delta_\sigma)_n^\sigma$  y  $(\omega/p_s)_n$  se pueden evaluar por medio de la ecuación de continuidad sumada verticalmente

$$\bar{\partial}_{n+\frac{1}{2}} + \sigma_{n+\frac{1}{2}} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \tau} = - \sum_{l=1}^n (\delta_l + \beta_l) (\Delta_\sigma \sigma)_l,$$

donde

$$\delta_l = \frac{1}{r \cos \theta} \left( \frac{\partial u_l}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_l \cos \theta}{\partial \theta} \right), \quad \beta_l = \frac{1}{r \cos \theta} \left( u_l \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} + v_l \cos \theta \frac{\partial \ln p_s}{\partial \theta} \right)$$

y la ecuación hidrostática sumada verticalmente

$$\phi_{n+\frac{1}{2}} = \phi_s + \sum_{l=n+1}^K RT_l (\Delta_\sigma \ln \sigma)_l, \quad (2.1)$$

donde  $\phi_s$  es el geopotencial de la superficie terrestre. Si se introduce  $\bar{\Phi}_n = (\bar{\phi})_n^\sigma + R \bar{T}_n \ln p_s$ , donde el estado medio  $\bar{T}_n$  viene dado solamente en función  $\sigma$ , y tomando un parámetro de Coriolis constante  $f_0$  el sistema de ecuaciones anterior se puede escribir en forma linearizada como

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} - f_0 v_n + \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = Q_{u_n}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + f_0 u_n + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = Q_{v_n}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C_{nl} \delta_l = Q_{\phi_n}. \quad (2.4)$$

Los términos no lineales  $Q_{u_n}$ ,  $Q_{v_n}$  y  $Q_{\phi_n}$  se definen por

$$Q_{u_n} = R(\bar{T}_n - T_n) \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} + (f - f_0) v_n - \frac{1}{r \cos \theta} u_n \frac{\partial u_n}{\partial \lambda} - \frac{1}{r} v_n \frac{\partial u_n}{\partial \theta} + \frac{u_n v_n}{r} \tan \theta - H_{nl}(u) (\delta_l + \beta_l),$$

$$Q_{v_n} = R(\bar{T}_n - T_n) \frac{1}{r} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \theta} + (f_0 - f) u_n - \frac{1}{r \cos \theta} u_n \frac{\partial v_n}{\partial \lambda} - \frac{1}{r} v_n \frac{\partial v_n}{\partial \theta} - \frac{u_n^2}{r} \tan \theta - H_{nl}(v) (\delta_l + \beta_l),$$

$$Q_{\phi_n} = G_{nj} (F_{jl} (\bar{T}_n - T_n)) \delta_l - (G_{nj} F_{jl} (T_n) + R \bar{T}_n P_{l1}) \beta_l + G_{nl} (\kappa T_{l1} \beta_l - \frac{1}{r \cos \theta} (u_l \frac{\partial T_{l1}}{\partial \lambda} + v_l \cos \theta \frac{\partial T_{l1}}{\partial \theta})).$$

Los diferentes coeficientes estan definidos por

$$G_{nl} = \begin{cases} 0 & l < n \\ \frac{1}{2} R (\Delta_{\sigma} \ln \sigma)_l & l = n \\ R (\Delta_{\sigma} \ln \sigma)_l & l > n \end{cases}$$

$$\tau_n(A) = \frac{1}{2} [\sigma_{n+\frac{1}{2}} (A_{n+1} - A_n) + \sigma_{n-\frac{1}{2}} (A_n - A_{n-1})] / (\Delta_{\sigma})_n$$

$$H_{nl}(A) = \begin{cases} [-\frac{1}{2} (A_{n+1} - A_{n-1}) / (\Delta_\sigma)_n + \tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l < n \\ [-\frac{1}{2} (A_{n+1} - A_n) / (\Delta_\sigma)_n + \tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l = n \\ [\tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l > n \end{cases}$$

$$F_{nl}(A) = \begin{cases} [\kappa A_n (1/\sigma)_n - \frac{1}{2} (A_{n+1} - A_{n-1}) / (\Delta_\sigma)_n + \tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l < n \\ [\frac{1}{2} \kappa A_n (1/\sigma)_n - \frac{1}{2} (A_{n+1} - A_n) / (\Delta_\sigma)_n + \tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l = n \\ [\tau_n(A)] (\Delta_\sigma)_1 & l > n \end{cases}$$

donde las variables no definidas  $A_0$  y  $A_{K+1}$ , que en principio pueden tener cualquier valor finito, se las supone iguales a cero y

$$P_1 = (\Delta_\sigma)_1$$

$$C_{n1} = G_{nj} F_{j1}(\bar{T}) + R \bar{T}_n P_1.$$

Introduciendo una función de corriente  $\Psi$  y un potencial de velocidades  $X$ , se pueden escribir las ecuaciones (2.2), (2.3) y (2.4) en términos de la vorticidad y la divergencia, obteniéndose

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla^2 x_n - f_o \nabla^2 \psi_n + \nabla^2 \phi_n = \frac{1}{r \cos \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} Q_u + \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta Q_v) \right) = Q_{x_n},$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla^2 \psi_n + f_o \nabla^2 x_n = \frac{1}{r \cos \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} Q_v - \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta Q_u) \right) = Q_{\psi_n},$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \phi_n + C_{n1} \nabla^2 x_1 = Q_{\phi_n},$$

donde las expresiones en  $Q_u, Q_v$  y  $Q_\Phi$  dependientes de  $u$  y  $v$  se escriben también en términos de  $\Psi$  y  $\chi$  por medio de

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda},$$

$$v = \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta}.$$

Discretizamos el sistema de ecuaciones en una rejilla regular ( $\lambda_i = \lambda_0 + i\Delta\lambda, \theta_j = \theta_0 + j\Delta\theta$ ). El número de puntos de rejilla interiores en las direcciones  $\lambda$  y  $\theta$  son  $M$  y  $N$ , respectivamente. Si  $\Psi(\lambda_i, \theta_j) = \Psi(i, j)$ , la forma en diferencias finitas del operador Laplaciano es

$$\begin{aligned} \nabla_d^2 \psi = & \frac{1}{r^2 \cos^2 \theta_j} \left[ \frac{\cos \theta_{j+1}}{(\Delta \theta)^2} (\psi(i, j+1) - \psi(i, j)) - \frac{\cos \theta_{j-1}}{(\Delta \theta)^2} (\psi(i, j) - \psi(i, j-1)) \right] + \\ & \frac{1}{\cos^2 \theta_j (\Delta \lambda)^2} (\psi(i-1, j) - 2\psi(i, j) + \psi(i+1, j)). \end{aligned}$$

La forma en diferencias finitas de las ecuaciones es por tanto

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \chi_n(i, j) - f_0 \nabla_d^2 \psi_n(i, j) + \nabla_d^2 \phi_n(i, j) = Q_{\chi_n}(i, j), \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \psi_n(i, j) + f_0 \nabla_d^2 \chi_n(i, j) = Q_{\psi_n}(i, j), \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \phi_n(i, j) + C_{n1} \nabla_d^2 \chi_1(i, j) = Q_{\phi_n}(i, j), \quad (2.7)$$

## 3. MODOS NORMALES.

Para soslayar las complicaciones que surgen al tener condiciones de contorno diferentes de cero, se introducen las funciones independientes del tiempo  $\chi_0$ ,  $\psi_0$  y  $\bar{\phi}_0$ , que satisfacen las ecuaciones discretizadas de Laplace

$$\nabla_d^2 \chi_0 = 0, \quad \nabla_d^2 \psi_0 = 0, \quad \nabla_d^2 \bar{\phi}_0 = 0$$

y que son iguales a los valores iniciales de  $\chi$ ,  $\psi$  y  $\bar{\phi}$  en la frontera. Si escribimos  $\chi = \chi_0 + \hat{\chi}$ ,  $\psi = \psi_0 + \hat{\psi}$  y  $\bar{\phi} = \bar{\phi}_0 + \hat{\bar{\phi}}$ , las ecuaciones (2.5)-(2.7) quedan

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_d^2 \chi_n - \frac{f}{f_0} \nabla_d^2 \hat{\psi}_n + \nabla_d^2 \hat{\bar{\phi}}_n = Q_{\chi_n} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_d^2 \psi_n + \frac{f}{f_0} \nabla_d^2 \hat{\chi}_n = Q_{\psi_n} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\phi}_n + C_{nl} \nabla_d^2 \hat{\chi}_l = Q_{\bar{\phi}_n} \quad (3.3)$$

A fin de calcular los modos normales de nuestro modelo, distinguimos entre modos normales verticales y horizontales. Los primeros vienen determinados por la matriz  $C = (C_{nl})$ , definida en la sección anterior.

a.-) Modos verticales.

Sean las columnas  $e_1, e_2, \dots, e_K$  de la matriz  $E$  los autovectores de  $C = (C_{nl})$  con la correspondiente matriz de autovalores

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & d_K \end{pmatrix}$$

entonces  $CE = ED$  ó  $E^{-1}CE = D$ . Aplicando la transformación vertical

$$\begin{aligned}\bar{\Psi} &= E^{-1} \hat{\Psi} & \bar{Q}_{\Psi} &= E^{-1} Q_{\Psi} \\ \bar{\chi} &= E^{-1} \hat{\chi} & \bar{Q}_{\chi} &= E^{-1} Q_{\chi} \\ \bar{\Phi} &= E^{-1} \hat{\Phi} & \bar{Q}_{\Phi} &= E^{-1} Q_{\Phi}\end{aligned}$$

donde  $\hat{\Psi} = (\hat{\Psi}_1, \dots, \hat{\Psi}_K)^T$ , de forma que  $\hat{\Psi} = \sum_{i=1}^K \bar{\Psi}_i e_i$ . Sustituyendo en el sistema (2.5)-(2.7) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \bar{\chi} - f_o \nabla_d^2 \bar{\Phi} + \nabla_d^2 \bar{\Phi} = \bar{Q}_{\chi},$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \bar{\Psi} + f_o \nabla_d^2 \bar{\chi} = \bar{Q}_{\Psi},$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \bar{\Phi} + D \nabla_d^2 \bar{\chi} = \bar{Q}_{\Phi},$$

con lo que los coeficientes de los modos verticales  $e_1, \dots, e_K$  satisfacen las ecuaciones

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \bar{\chi}_m(i, j) - f_o \nabla_d^2 \bar{\Phi}_m(i, j) + \nabla_d^2 \bar{\Phi}_m(i, j) = \bar{Q}_{\chi_m}(i, j), \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \nabla_d^2 \bar{\Psi}_m(i, j) + f_o \nabla_d^2 \bar{\chi}_m(i, j) = \bar{Q}_{\Psi_m}(i, j), \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \bar{\Phi}_m(i, j) + d_m \nabla_d^2 \bar{\chi}_m(i, j) = \bar{Q}_{\Phi_m}(i, j), \quad (m=1, \dots, K). \quad (3.6)$$

b.-) Modos horizontales.

Los modos normales horizontales de las ecuaciones (3.4)-(3.6), se pueden construir muy fácilmente. Para ello, se igualan a cero los términos no lineales del segundo miembro y nos restringimos sólo a las ecuaciones correspondientes a un modo vertical, puesto que con la transformación  $E^{-1}$  hemos desacoplado verticalmente los niveles. De aquí en adelante prescindimos de la notación con barras para denotar las magnitudes transformadas verticalmente.

Introducimos la notación vectorial  $\hat{\eta}(i,j) = (\hat{\chi}(i,j), \hat{\psi}(i,j), \hat{\phi}(i,j))^T$  donde T se refiere a transpuesto, y definimos el producto escalar

$$\langle \hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2 \rangle = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[ \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2^* - d(\hat{\chi}_1 \nabla_d^2 \hat{\chi}_2^* + \hat{\psi}_1 \nabla_d^2 \hat{\psi}_2^*) \right] \cos \theta_j$$

donde el asterisco indica conjugación compleja. Los modos de Rossby y gravitatorios con propagación hacia el este y el oeste todos ellos normalizados con la norma definida por el producto escalar, vienen dados por (Briere, 1982)

$$P_{kel} = A_{kel} \sigma_{ke}^{-1} S_{ke}(i,j),$$

$$P_{ke r} = A_{ke r} (\alpha_{ke} \sigma_{ke})^{-1} (2d)^{-1/2} S_{ke}(i,j), \quad r = 2, 3$$

donde

$$A_{kel} = (0, 1, f_0)^T$$

$$A_{ke r} = (v_{ke r}, f_0, -\alpha_{ke}^2 d)^T, \quad r = 2, 3$$

y donde  $S_{ke}(i,j)$  y  $-\alpha_{ke}^2$  son las autofunciones y autovalores del operador Laplaciano discretizado. Las ondas de Rossby son estacionarias ( $v_{kel} = 0$ ) y  $v_{ke2} = i\sigma_{ke}$ ,  $v_{ke3} = -i\sigma_{ke}$ , donde  $\sigma_{ke} = (\alpha_{ke}^2 d + f_0^2)^{1/2}$

Podemos desarrollar  $\hat{\eta}$  en modos normales horizontales

$$\hat{\eta}(i,j) = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \sum_{r=1}^3 \hat{\gamma}_{klr} P_{klr}$$

donde

$$\hat{\gamma}_{klr} = \langle \hat{\eta}, P_{klr} \rangle$$

Sustituyendo en las ecuaciones (3.4)-(3.6) y proyectando en los modos gravitatorios

$$\dot{\gamma}_{klr} = -\nu_{klr} \hat{\gamma}_{klr} + F_{klr} \quad r = 2,3$$

donde

$$F_{klr} = -(\alpha_{kl} \sigma_{kl})^{-1} (d/2)^{1/2} \times \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [Q_{\Phi} \alpha_{kl}^2 + Q_{\chi} \nu_{klr}^* + Q_{\psi} f_0] S_{kl}(i,j) \cos \theta_j$$

$$\dot{\gamma}_{klr} = -(\alpha_{kl} \sigma_{kl})^{-1} (d/2)^{1/2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \alpha_{kl}^2 + \frac{\partial}{\partial t} \nabla_d^2 \chi \nu_{klr}^* + \frac{\partial}{\partial t} \nabla_d^2 \psi f_0 \right] S_{kl}(i,j) \cos \theta_j$$

#### 4. INICIALIZACION.

Siguiendo a Machenhauer(1977), igualamos a cero las tendencias iniciales de las componentes gravitatorias

$$-\nu_{klr} \hat{\gamma}_{klr} + F_{klr} = 0, \quad r = 2,3$$

Esta ecuación no lineal se puede resolver iterativamente de la siguiente forma

$$\hat{\gamma}_{klr}^{(q+1)} = F_{klr}^{(q)} / \nu_{klr} \quad r = 2,3 \quad (4.1)$$

Los nuevos campos vienen dados por las ecuaciones

$$\hat{\eta}^{(q+1)} = \hat{\eta}^{(q)} + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \sum_{r=2}^3 (F_{klr}^{(q)} / \nu_{klr} - \hat{\gamma}_{klr}^{(q)}) P_{klr}$$

Y éstos pueden utilizarse para evaluar  $F_{klr}^{(q+1)}$ .

A partir del procedimiento iterativo (4.1) y utilizando las definiciones de  $\nu_{klr}$ ,  $\hat{\gamma}_{klr}$  y  $F_{klr}$  e igualando las partes reales e imaginarias, se obtiene

$$\begin{aligned} -\alpha_{kl}^2 (\hat{\Phi}_{kl}^{(q+1)} - f_0 \Psi_{kl}^{(q+1)}) &= (Q_{\chi}^{(q)})_{kl} \\ (\alpha_{kl}^2 d + f_0^2) \alpha_{kl}^2 \hat{\chi}_{kl}^{(q+1)} &= -\alpha_{kl}^2 (Q_{\Phi}^{(q)})_{kl} - f_0 (Q_{\Psi}^{(q)})_{kl} \end{aligned}$$

donde, por ejemplo,

$$(Q_{\chi}^{(q)})_{kl} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N Q_{\chi}^{(q)}(i,j) S_{kl}(i,j) \cos \theta_j$$

Puesto que las funciones  $\chi_0$ ,  $\Psi_0$  y  $\Phi_0$  satisfacen la ecuación de Laplace discretizada, estas ecuaciones son equivalentes a

$$\nabla_d^2 (\hat{\Phi}^{(q+1)} - f_0 \Psi^{(q+1)}) = Q_{\chi}^{(q)} \quad (4.2)$$

$$(d \nabla_d^2 - f_0^2) \nabla_d^2 \chi^{(q+1)} = \nabla_d^2 Q_{\Phi}^{(q)} - f_0 Q_{\Psi}^{(q)} \quad (4.3)$$

siempre que los valores en la frontera de  $Q_{\Phi}$  y  $\nabla_d^2 \chi$  se igualen a cero. Estas ecuaciones constituyen la solución iterativa del análogo discretizado de

$$\begin{aligned}\nabla^2(\Phi - f_0\Psi) &= Q_X \\ (d\nabla^2 - f_0^2)\nabla^2\chi &= \nabla^2 Q_\Phi - f_0 Q_\Psi\end{aligned}\quad (4.4)$$

A partir de las ecuaciones (3.4)-(3.6) se sigue que el sistema (4.4) es equivalente a

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\chi &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2(\Phi - f_0\Psi) &= 0\end{aligned}$$

Cuando se resuelven las ecuaciones (4.2)-(4.3) iterativamente, se puede resolver la primera ecuación para  $\Phi$  (ó  $\Psi$ ) dejando  $\Psi$  (ó  $\Phi$ ) inalterado. Una forma más adecuada es utilizar un método variacional simple.

Sea  $\Delta$  la diferencia entre dos soluciones iterativas sucesivas de (4.2), es decir,

$$\Delta = (\Phi^{(q+1)} - f_0\Psi^{(q+1)}) - (\Phi^{(q)} - f_0\Psi^{(q)})$$

Consideremos entonces las variaciones

$$\Delta\Phi = \Phi^{(q+1)} - \Phi^{(q)} \quad \text{y} \quad \Delta\Psi = \Psi^{(q+1)} - \Psi^{(q)}$$

que satisfacen

$$\Delta\bar{\Phi} - f_0 \Delta\Psi = \Delta$$

y que minimicen

$$(\Delta\bar{\Phi})^2 + \mu (f_0 \Delta\Psi)^2, \quad \mu > 0$$

Se obtiene inmediatamente que

$$\Delta\bar{\Phi} = \mu(1+\mu)^{-1} \Delta \quad \text{y} \quad \Delta\Psi = -f_0^{-1} (1+\mu)^{-1} \Delta$$

La libertad de elección para el valor de  $\mu$  nos permite distribuir los cambios arbitrariamente entre los campos de geopotencial y de vientos. El parámetro  $\mu$  tiene efecto en la velocidad de convergencia del proceso iterativo.

El último paso que se realiza en cada iteración es obtener las correcciones  $\Delta \ln p_s$  y  $\Delta T_n$  de la presión en superficie y de los campos de temperatura que deben calcularse a partir de la modificación  $\Delta\bar{\Phi}_n$  de  $\bar{\Phi}_n$ , obtenida de los cambios en los coeficientes del desarrollo en modos normales verticales por aplicación de la matriz E. Introduciendo de nuevo la notación con barra para distinguir las proyecciones de las variables en los modos normales verticales, se tiene:

$$\Delta\bar{\Phi}_n = \sum_{j=1}^K E_{nj} \Delta\bar{\Phi}_j$$

Se ha recurrido a un método variacional debido a Daley (1979). En este método las modificaciones de  $p_s$  y  $T_n$  se obtienen minimizando

$$\sum_{n=1}^K \alpha_n (\Delta T_n)^2 (\Delta \bar{\sigma})_n + \beta (\bar{T}_K \Delta \ln p_s)^2$$

con la ligadura

$$\Delta\bar{\Phi}_n = \Delta\bar{\phi}_n^\sigma + R \bar{T}_n \Delta \ln p_s$$

La necesidad de este procedimiento variacional surge del

hecho de que la descomposición vertical, que es necesaria para este esquema de inicialización, reduce el número de variables. En la recomposición aparece una redundancia. Cualquier método que se aplique para resolverla es de alguna forma arbitrario. En un primer estudio, esta ecuación variacional permite elegir los pesos  $\alpha_n$  y  $\beta$  que representan nuestra confianza en los campos observados. En nuestro caso, donde  $\alpha_n$  tiene el mismo valor en todos los niveles, la solución depende sólo de la relación  $\alpha_n/\beta$ .

## 5. ALGORITMO DE CALCULO.

i.) Cálculo de los términos no lineales de las ecuaciones (2.2)-(2.4):

$$Q_{u_n}, Q_{v_n}, Q_{\Phi_n}$$

ii.) Cálculo de los términos no lineales de las ecuaciones (2.5)-(2.7):

$$Q_{\chi_n}, Q_{\psi_n}, Q_{\Phi_n}$$

iii.) Cálculo de los modos verticales.

A partir de la matriz C que acopla los niveles verticales del modelo, se calcula la matriz diagonalizada D que agrupa las alturas geopotenciales equivalentes, la matriz E que tiene por vectores columnas los autovectores de C, y su inversa  $E^{-1}$ . A continuación se aplica la matriz  $E^{-1}$  sobre las variables del modelo para obtener su proyección en cada uno de los modos verticales.

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} &= E^{-1} \Psi & \bar{Q}_{\Psi} &= E^{-1} Q_{\Psi} \\ \bar{\chi} &= E^{-1} \chi & \bar{Q}_{\chi} &= E^{-1} Q_{\chi} \\ \bar{\Phi} &= E^{-1} \Phi & \bar{Q}_{\Phi} &= E^{-1} Q_{\Phi} \end{aligned}$$

iv.) Resolución en cada modo vertical de las 2 ecuaciones:

$$\begin{aligned} \nabla^2 (\bar{\Phi}_n - f_0 \bar{\Psi}_n) &= \bar{Q}_{\chi_n} \\ (d_n \nabla^2 - f_0^2) \nabla^2 \bar{\chi}_n &= \nabla^2 \bar{Q}_{\Phi_n} - f_0 \bar{Q}_{\Psi_n} \end{aligned}$$

Se ha comprobado la utilización de 2 modos verticales da los resultados más favorables.

La resolución de estas dos ecuaciones es iterativa (el número de iteraciones operativo es de 5):

$$\nabla_d^2 (\bar{\Phi}_n^{(q+1)} - f_0 \bar{\Psi}_n^{(q+1)}) = \bar{Q}_{\chi_n}^{(q)} \quad (5.1)$$

$$(d_n \nabla_d^2 - f_0^2) \nabla_d^2 \bar{\chi}_n^{(q+1)} = \nabla_d^2 \bar{Q}_{\Phi_n}^{(q)} - f_0 \bar{Q}_{\Psi_n}^{(q)} \quad (5.2)$$

v.) Procedimiento variacional para obtener las variaciones de  $\bar{\Phi}$  y  $\bar{\Psi}$ .

En cada iteración para resolver las ecuaciones (5.1)-(5.2), se aplica un procedimiento variacional para obtener  $\bar{\Phi}$  y  $\bar{\Psi}$  de la ecuación (5.1). Este procedimiento expresa las variaciones de  $\bar{\Phi}$  y  $\bar{\Psi}$  en cada iteración en función de la variación global de  $\Delta = (\bar{\Phi}^{(q+1)} - f_0 \bar{\Psi}^{(q+1)}) - (\bar{\Phi}^{(q)} - f_0 \bar{\Psi}^{(q)})$

$$\Delta \bar{\Phi} = \mu (1 + \mu)^{-1} \Delta$$

$$\Delta \bar{\Psi} = -f_0^{-1} (1 + \mu)^{-1} \Delta$$

donde  $\mu$  es un parámetro que se ha de fijar y que permite cargar las variaciones del proceso de inicialización más sobre el geopotencial (valor de  $\mu$  grande) o sobre el campo de velocidades (valor de  $\mu$  pequeño). El valor de  $\mu$  afecta a la convergencia del proceso de iteración. Para valores decrecientes de  $\mu$  la convergencia se hace más lenta, siendo el proceso divergente para valores inferiores a aproximadamente  $\mu = 0.01$ . Esto se debe a que las ecuaciones se aproximan a una ecuación de balance en la que en general no se tienen las condiciones necesarias de elipticidad. El valor que se ha elegido operativamente para  $\mu$  es de 100., teniéndose en este caso una velocidad de convergencia muy alta y un reparto de las variaciones de  $\bar{\Phi}$  y  $\bar{\Psi}$ .

meteorológicamente aceptable.

vi.) Procedimiento variacional para obtener las variaciones de  $T_n$  y  $p_s$ .

En cada paso de la iteración y después de pasar por v.), obtenemos  $\Delta\bar{\Phi}_n$ , pasamos mediante la matriz E desde las proyecciones en los modos normales a los campos originales  $\Delta\Phi_n$  y tenemos que calcular las variaciones en  $\Delta \ln p_s$  y  $\Delta T_n$  correspondientes a  $\Delta\Phi_n$ . El procedimiento es de nuevo variacional, y el reparto es tal que las variaciones en  $p_s$  y  $T_n$  se obtienen minimizando

$$\sum_{n=1}^K \alpha_n (\Delta T_n)^2 (\Delta \sigma)_{\bar{\sigma}} + \beta \left( \bar{T}_K \Delta \ln p_s \right)^2$$

con la ligadura

$$\Delta\bar{\Phi}_n = \Delta\bar{\phi}_n + R\bar{T}_n \Delta \ln p_s$$

De nuevo nos encontramos con una libertad para elegir los parámetros  $\alpha_n$  y  $\beta$ , y por lo tanto dar más o menos peso en el reparto a  $p_s$  o a  $T_n$ . La elección más favorable y que coincide con los valores que están operativos resulta ser  $\beta = 1.0$  y  $\alpha_n = 0.1$ , valores que permiten dar cambios moderados tanto a la presión en superficie como a las temperaturas.

## 6. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS.

a.) El modelo de área limitada y los datos iniciales.

Con el fin de probar el funcionamiento del método de inicialización descrito más arriba se han realizado un número de pasadas de prueba con el modelo de área limitada operativo en el INM que es una versión del modelo de área limitada de diferencias finitas del ECMWF. Los datos iniciales provienen del modelo sueco de análisis basado en el método de la interpolación óptima estadística y es

asímismo el análisis actualmente operativo en el INM. Habitualmente, este tipo de experimentos suelen tomar como condiciones iniciales análisis de geopotencial y vientos obtenidos a partir de una ecuación de balance lineal o no lineal, con la finalidad de destacar la bondad del método de inicialización puesto a prueba respecto a otros métodos más primitivos basados en ecuaciones de balance. Como este método ya ha sido suficientemente contrastado por sus autores (Bijlsma y Hafkenscheid, 1986) y el principal interés de estas pruebas reside en comprobar la eficacia del método en el modelo actualmente operativo en el INM, nos hemos limitado a mostrar resultados que permitan seleccionar los valores más adecuados de los parámetros de ajuste de cara a un funcionamiento operativo del método de inicialización descrito aquí.

b.) Experimentos.

Los experimentos mostrados en este trabajo han sido realizados con datos iniciales del 11 de Febrero de 1988 a las 00z. La situación sinóptica según la muestra el análisis objetivo viene dada por la Fig.1.

El efecto de la inicialización se puede visualizar dibujando la presión en superficie en función del tiempo en un punto de rejilla seleccionado. Se puede conseguir una representación más fina del efecto de la inicialización por medio de diagramas longitud-tiempo de las tendencias de la presión en superficie a lo largo de una línea de latitud.

La Fig.2 muestra la evolución temporal de la presión superficial en el punto de rejilla situado en la línea de latitud 30 y en la columna 40, las partes a.) y b.) muestran el efecto de la inicialización cuando se inicializan 1 y 2 modos verticales respectivamente. Ambas curvas inicializadas tienden a aproximarse pasadas las primeras horas de predicción a la curva procedente del análisis sin inicializar, es decir, la predicción no se ve

afectada por el procedimiento de inicialización. La Fig.2b muestra que la inicialización de dos modos verticales es la más efectiva para controlar el crecimiento de las ondas gravitatorias.

Las Figs.3 y 4 representan diagramas longitud-tiempo de las tendencias de la presión en superficie a lo largo de la línea de latitud 30 y entre las columnas 26 y 75. La Fig.3 se refiere a evolución a partir de un análisis sin inicializar y la Fig.4 a evolución a partir de un análisis en el que se han inicializado 2 modos verticales. A pesar de que las isolíneas se han dibujado con distintos incrementos (10 mb/hora en Fig.3 y 1mb/hora en Fig.4) es notorio el efecto de la inicialización de 2 modos verticales en la supresión de las ondas gravitatorias. La inicialización de 1 modo vertical (figura no representada aquí) tiene un comportamiento intermedio al de los dos diagramas anteriores.

Para ver el efecto de la inicialización en el análisis se ha restado para el campo de presión en superficie el análisis sin inicializar y el análisis con 2 modos verticales inicializados. La Fig.5 representa este campo de diferencias, siendo de destacar las pequeñas variaciones en el campo de presión superficial (habitualmente por debajo de 2 mb) y el efecto negativo de la orografía.

La ausencia de inicialización en el modelo operativo tenía como consecuencia la imposibilidad de utilizar las predicciones a 6 horas debido a que todavía estaban muy contaminadas por las oscilaciones gravitatorias. Las Figs.6 y 7 muestran dos predicciones a 6 horas, la primera precedente de un análisis sin inicializar mostrando unas estructuras muy poco realistas y la segunda precedente de un análisis con 2 modos normales inicializados en la que prácticamente ha desaparecido cualquier rastro de ruido.

Todas las gráficas y mapas mostrados hasta ahora corresponden a inicializaciones en las que se han hecho 5

pasos de iteración y se han tomado para los parámetros de ajuste los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\beta &= 1.0 \\ \alpha_n &= 0.1 \\ \mu &= 100.\end{aligned}$$

Respecto a los dos primeros parámetros de ajuste que corresponden al reparto de las variaciones entre  $\ln p$  y  $T$  parece que hay un acuerdo bastante generalizado en la bibliografía respecto a este valor. El tercer parámetro de ajuste  $\mu$  que reparte las variaciones entre  $\Psi$  y  $\Phi$  y que además afecta a la velocidad de convergencia del proceso tiene un intervalo de variación bastante amplio afectando relativamente poco a los resultados. Como ejemplo se han representado las variaciones de geopotencial y viento introducidos por el esquema de inicialización para dos valores de  $\mu$ . Las Figs. 8 y 9 corresponden a un valor de igual a 100., que es el valor actualmente operativo. Las Figs. 10 y 11 corresponden a un valor de  $\mu$  igual a 5. Las figuras correspondientes a las variaciones de geopotencial muestran más claramente las variaciones en el análisis correspondientes a los dos valores de  $\mu$ . Se observa muy claramente como  $\mu = 100.$  da más peso a las variaciones de geopotencial y menos a las de viento en comparación con  $\mu = 5.$

## 7. BIBLIOGRAFIA.

- Baer, F., 1977: "Adjustment of initial conditions required to suppress gravity oscillations in nonlinear flows". Beitr. Phys. Atmos., 50, 350-366.
- Bengtsson, L., 1975: "Four-dimensional assimilation of meteorological observations". WMO/ICSU Joint Organizing Committee, Garp Publications Series No.15.
- Bijlsma, S.F., y Hafkenscheid, L.M., 1983: "A nonlinear normal mode initialization method for a limited area model". Memorandum DM-83-13. KNMI.
- Bijlsma, S.F., y Hafkenscheid, L.M., 1986: "Initialization of a Limited Area Model: A Comparison between the Nonlinear Normal Mode and Bounded Derivative Methods". Mon. Wea. Rev., 114, 1445-1455.
- Brière, S., 1982: "Nonlinear normal mode initialization of limited area model". Mon. Wea. Rev., 110, 1166-1186.
- Bourke, W., y J.L. McGregor, 1983: "A nonlinear vertical mode initialization scheme for a limited area prediction model". Mon. Wea. Rev., 111, 2285-2297.
- Browning, G., A. Kasahara y H.O. Kreiss, 1980: "Initialization of the primitive equations by the bounded derivative method". J. Atmos. Sci., 37, 1424-1436.
- Daley, H.C., 1979: "The application of nonlinear normal mode initialization to an operational forecast model". Atmos. Ocean., 17, 97-124.
- Kasahara, A., 1982: "Nonlinear normal mode initialization and the bounded derivative method". Rev. Geophys. Space Phys., 20, 385-397.

Lynch, P., 1987: "Techniques of initialization". Weather, 42, 66-70.

Machenhauer, B., 1977: "On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water model, with applications to normal mode initialization". Beitr. Phys. Atmos., 50, 253-271.

Williamson, D.L., 1976: "Normal mode initialization procedure applied to forecasts with the global shallow water equations". Mon. Wea. Rev., 104, 195-206.

Temperton, C., 1977: "Normal modes of a barotropic version of the ECMWF gridpoint model". Internal Report 12.

Temperton, C., y D.L. Williamson, 1979: "Normal mode initialization for a multi-level grid point model". ECMWF. Tech. Rep. No. 11, 91 pgs.

## PIES DE LAS FIGURAS.

- Fig.1 Analisis no inicializado del geopotencial de 1000 mb correspondiente al 11 de Febrero de 1988 a las 00z. Unidades en Dmg.
- Fig.2 Gráfica presión en superficie-tiempo para el punto de rejilla de coordenadas  $39.2^{\circ}\text{N}$ ,  $24.51^{\circ}\text{W}$  con análisis del 11 de Febrero de 1988 a las 00z. La línea fina corresponde a analisis sin inicialización y la gruesa a análisis inicializado. a) 1 modo vertical inicializado. b) 2 modos verticales inicializados.
- Fig.3 Diagrama longitud-tiempo de las tendencias de presión en superficie a lo largo de la linea de latitud  $39.2^{\circ}\text{N}$  entre  $37.25^{\circ}\text{W}$  y  $7.34^{\circ}\text{E}$ . Análisis sin inicialización. Unidades mb/hora. Intervalo entre isolíneas 10 mb/hora.
- Fig.4 Idem Fig.3 pero análisis con dos modos verticales inicializados. Intervalo entre isolíneas 1 mb/hora.
- Fig.5 Diferencias en el campo de presión superficial entre el análisis sin inicializar y el análisis con con dos modos verticales inicializados. Unidades décimas de mb.
- Fig.6 Predicción del geopotencial en 1000 mb a 6 horas basada en un análisis sin inicializar.
- Fig.7 Idem Fig.6 pero con análisis con dos modos verticales inicializados.
- Fig.8 Diferencias en el geopotencial de 850 mb debido a la inicialización de 2 modos verticales.  $\mu = 100$ .
- Fig.9 Diferencias en el viento de 850 mb debido a la inicialización de 2 modos verticales.  $\mu = 100$ .

Fig.10 Idem Fig.8 pero  $\mu = 5$ .

Fig.11 Idem Fig.9 pero  $\mu = 5$ .

GEOP.1000MB ANAL. SIN INIC. 11/02/88 00Z VAL:11/02/88 00Z

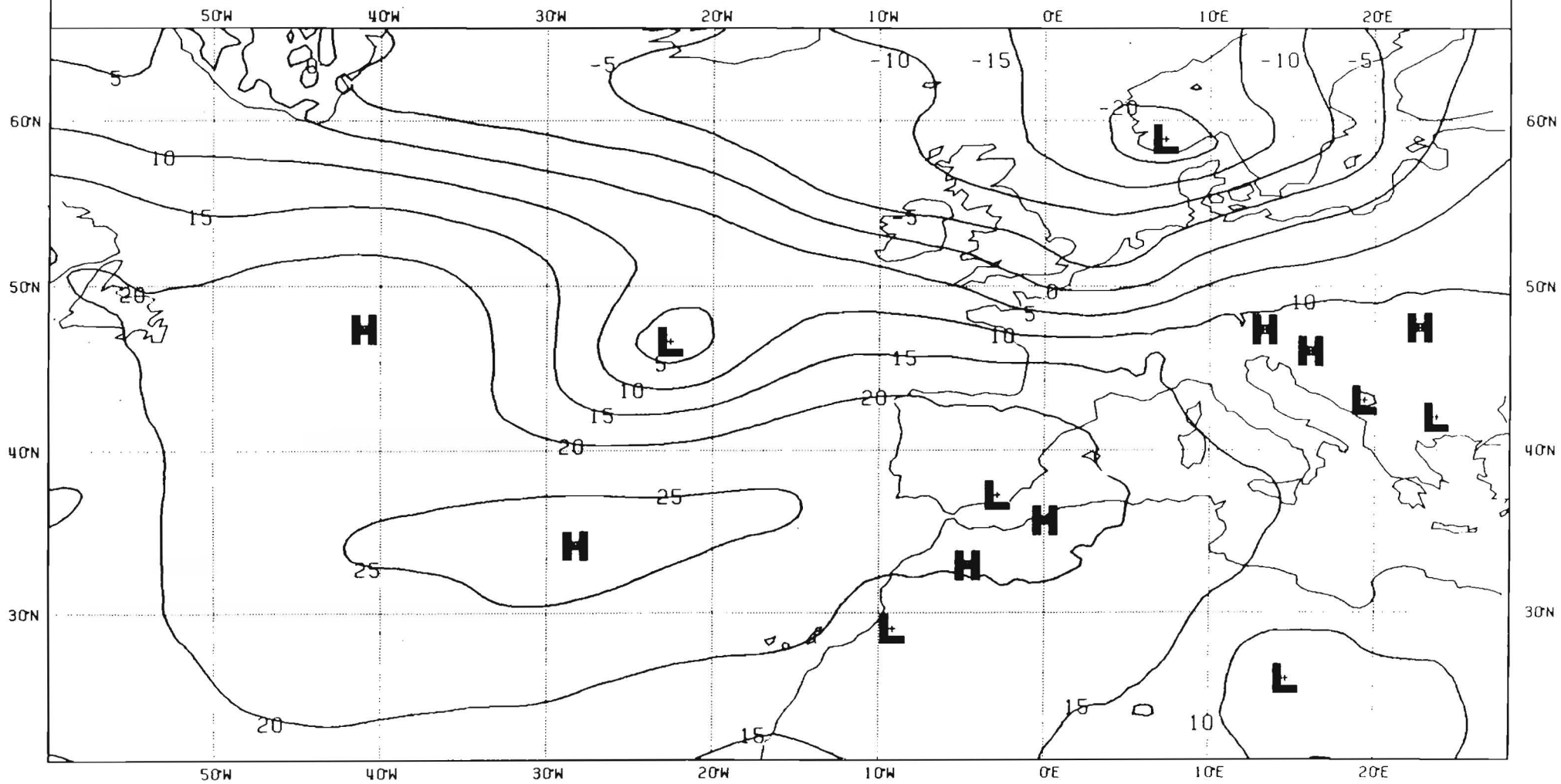


Fig. 1

EVOLUCION TEMPORAL EN EL PUNTO DE REJILLA (30,40)

ANALISIS 11/2/88, 00Z PARAMETRO= PRESION SUPERF.

PRNUM

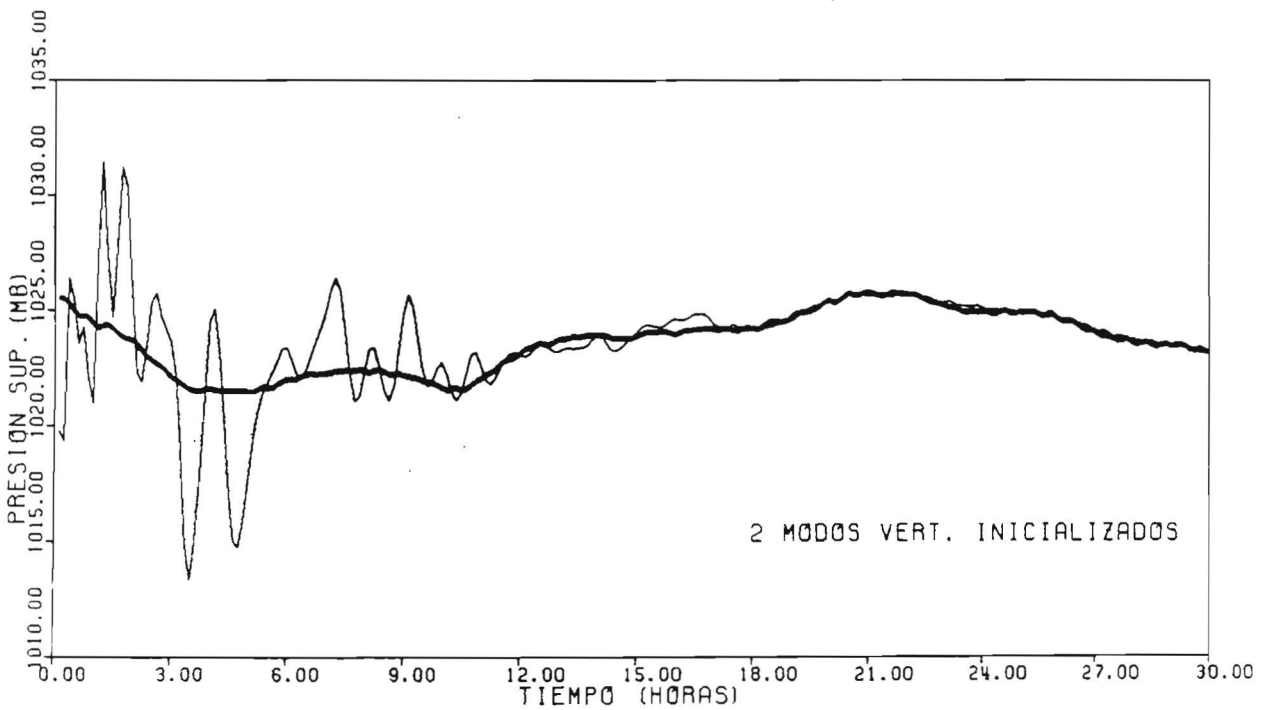
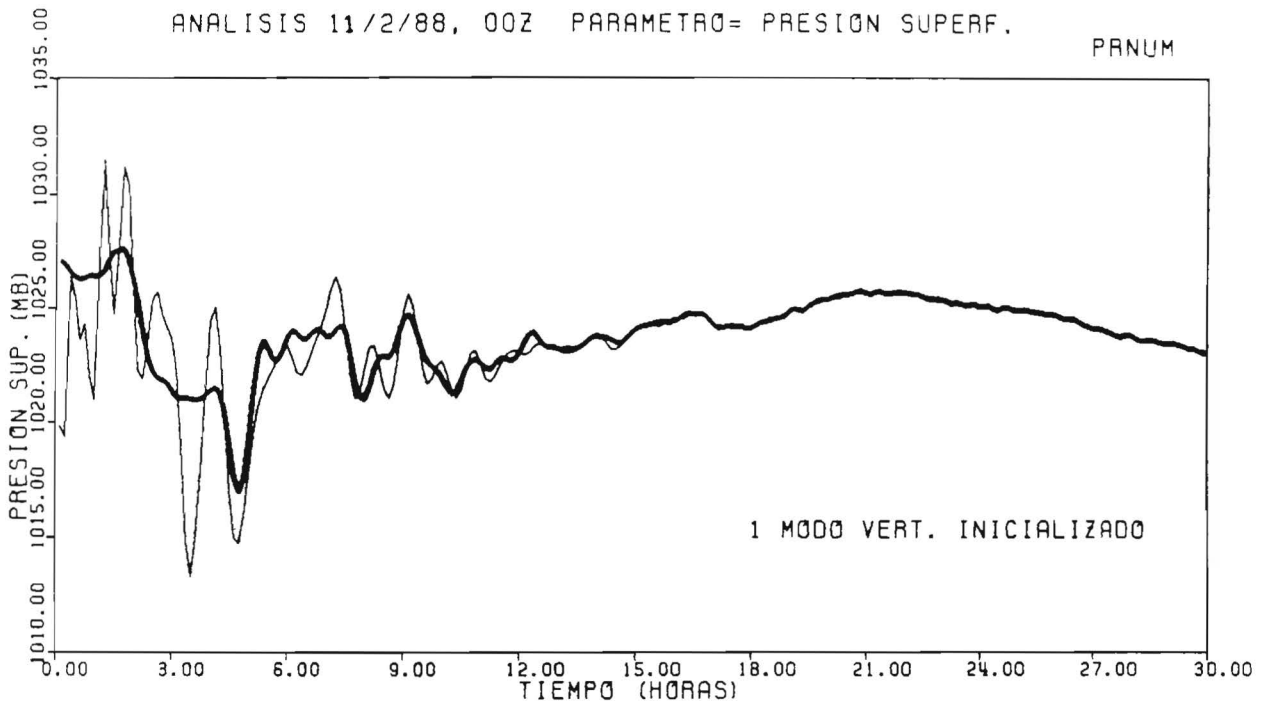


Fig. 2

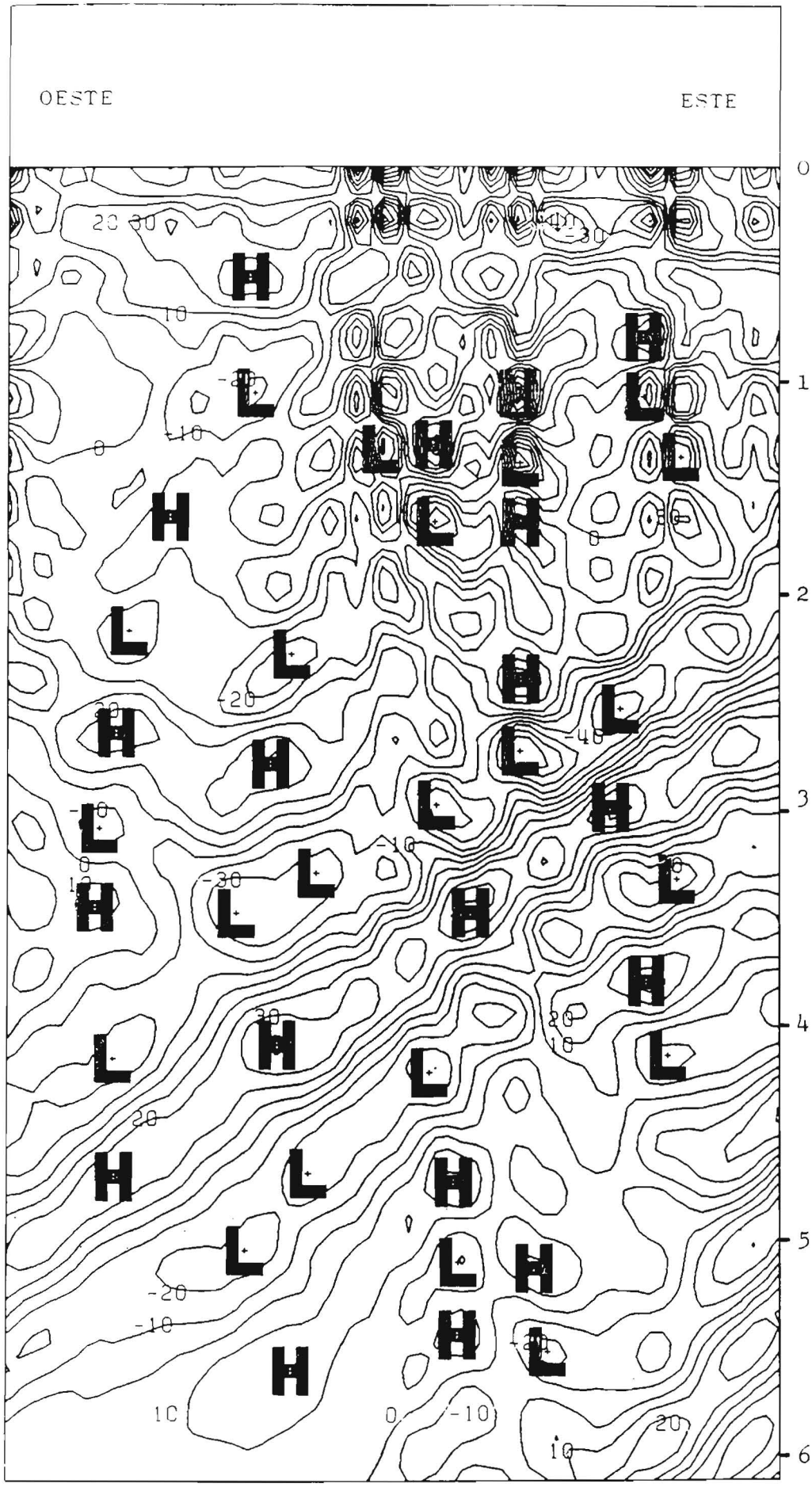


Fig. 3

TIEMPO  
(horas)

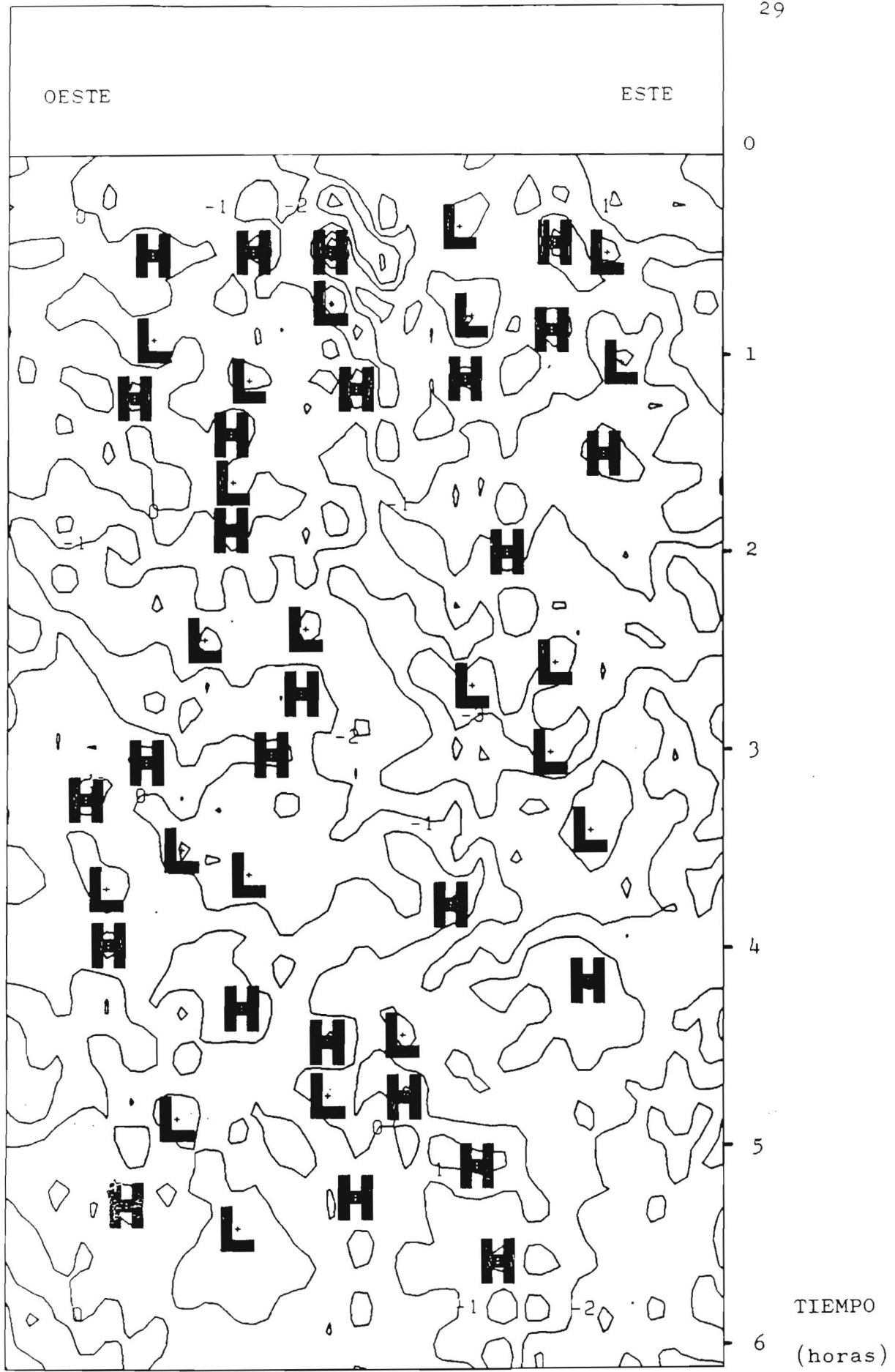


Fig. 4

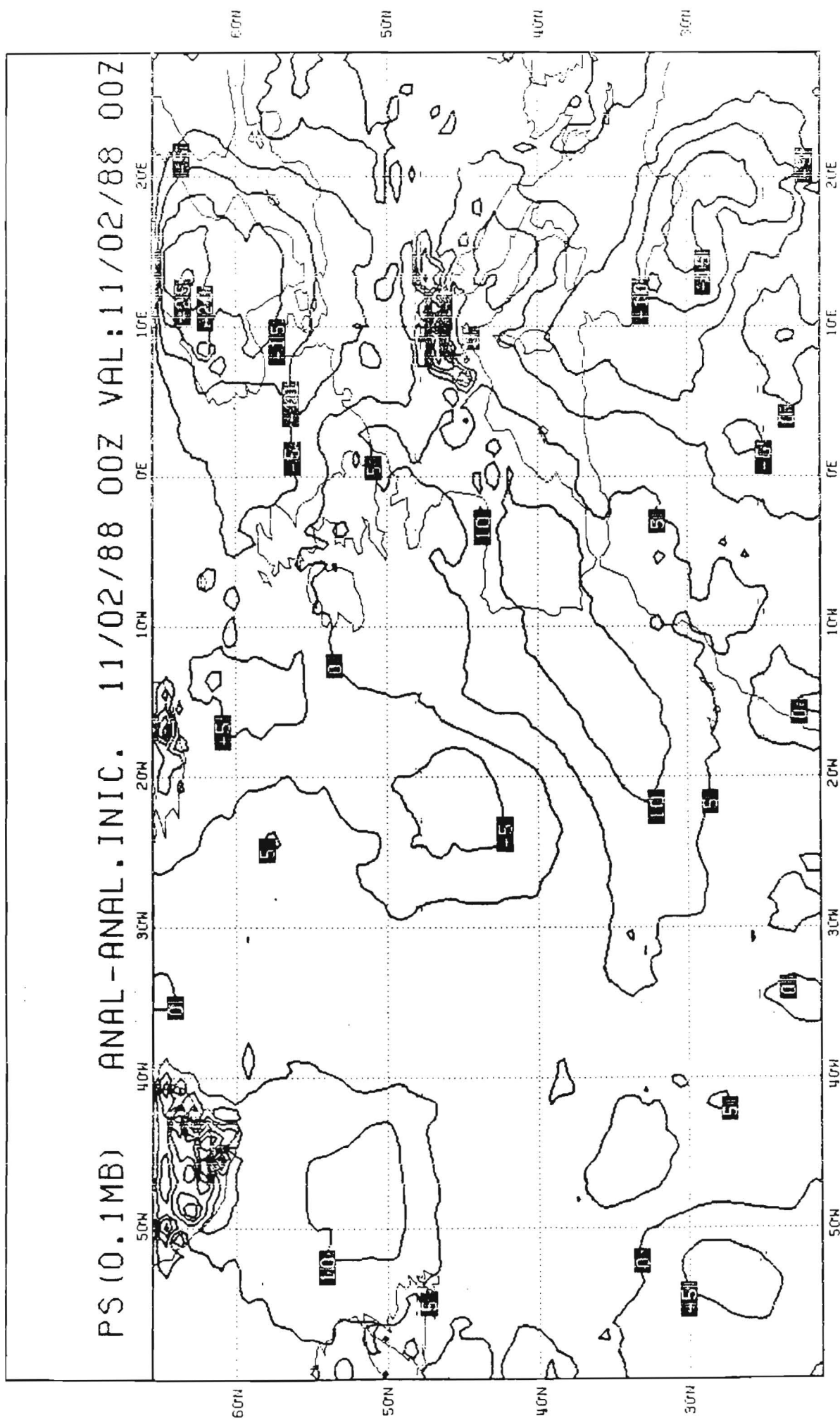


Fig.5

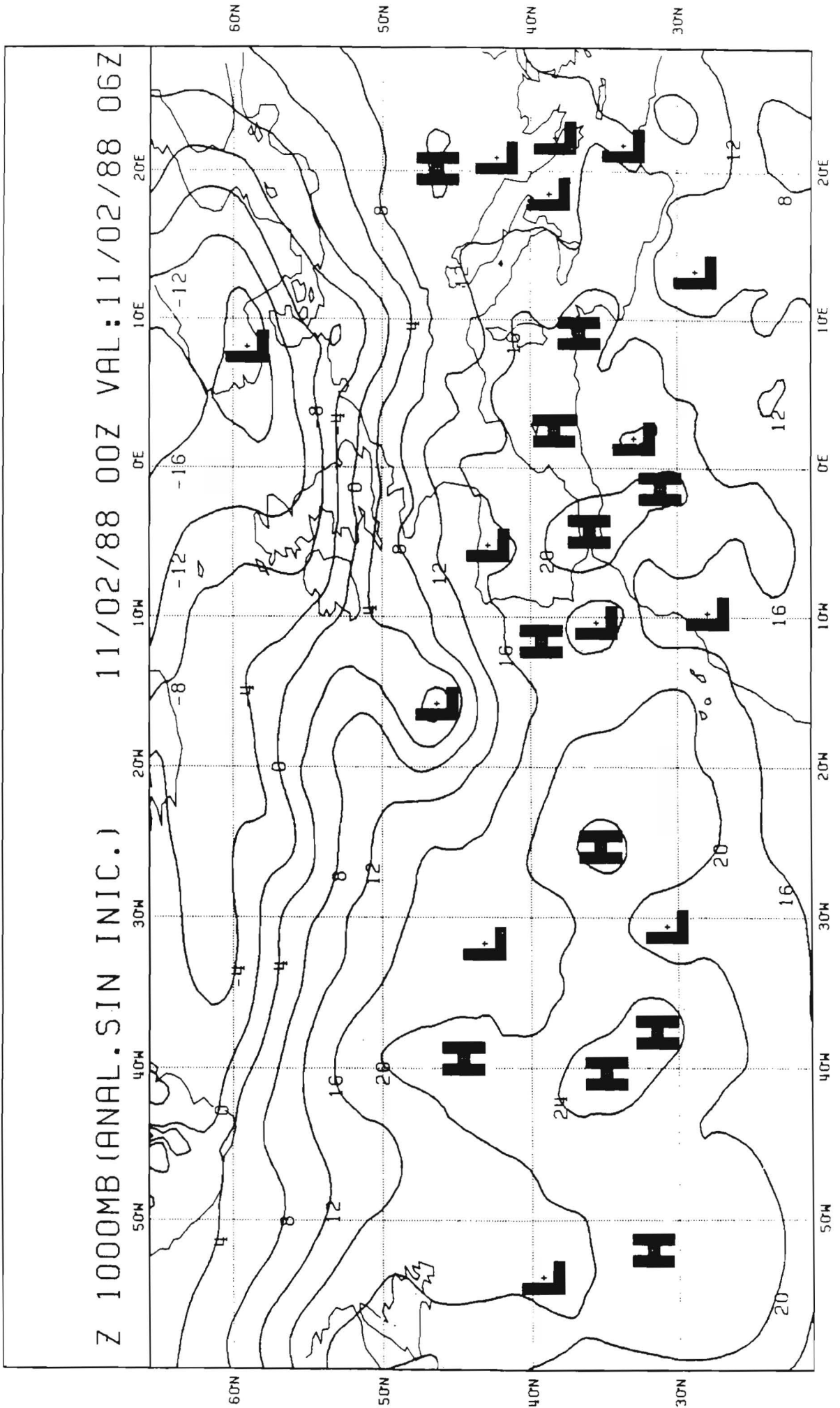


Fig.6

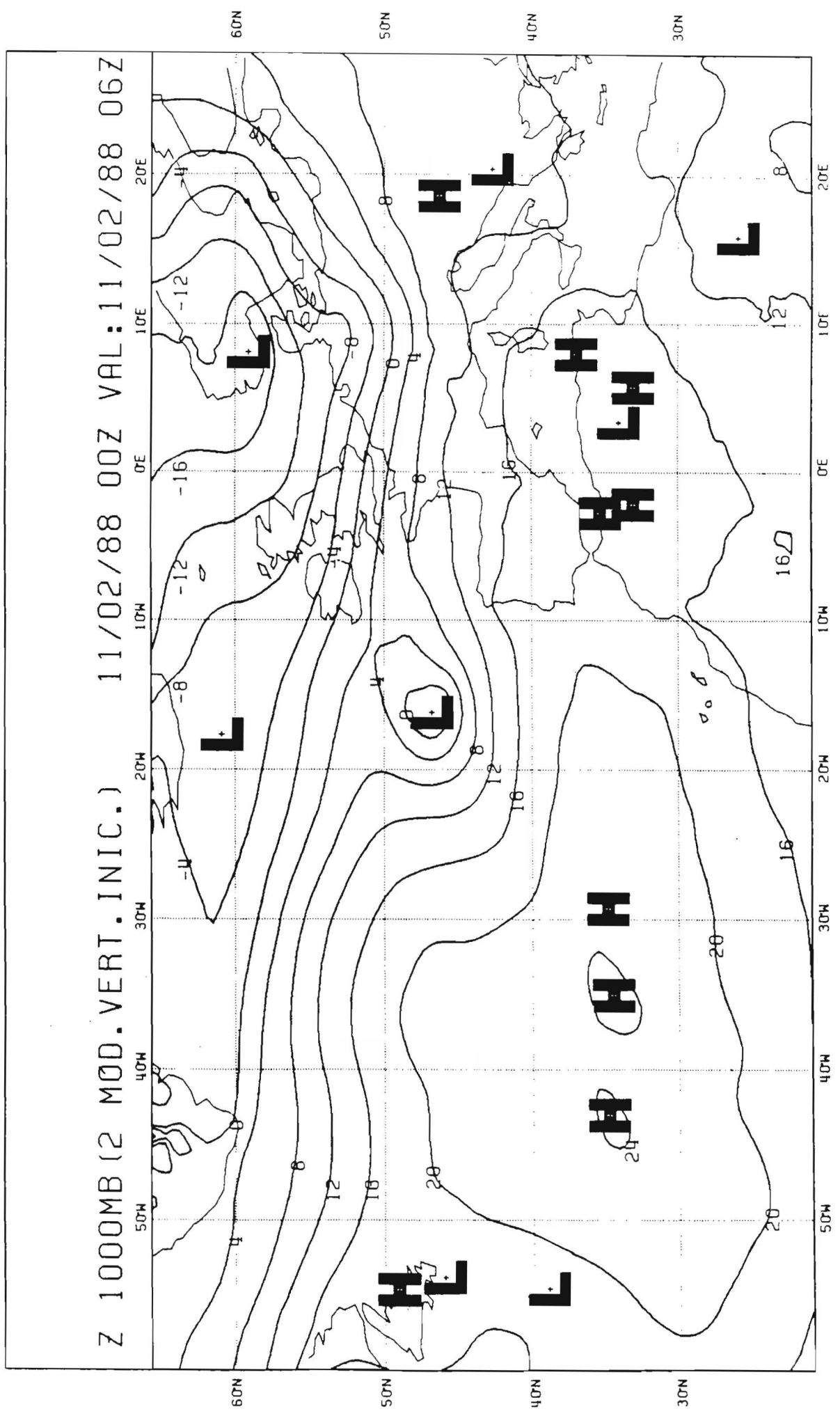


Fig.7



850MB (BETA=100.) AN.-ANAL. INIC. 11/02/88 00Z VAL: 11/02/88 00Z

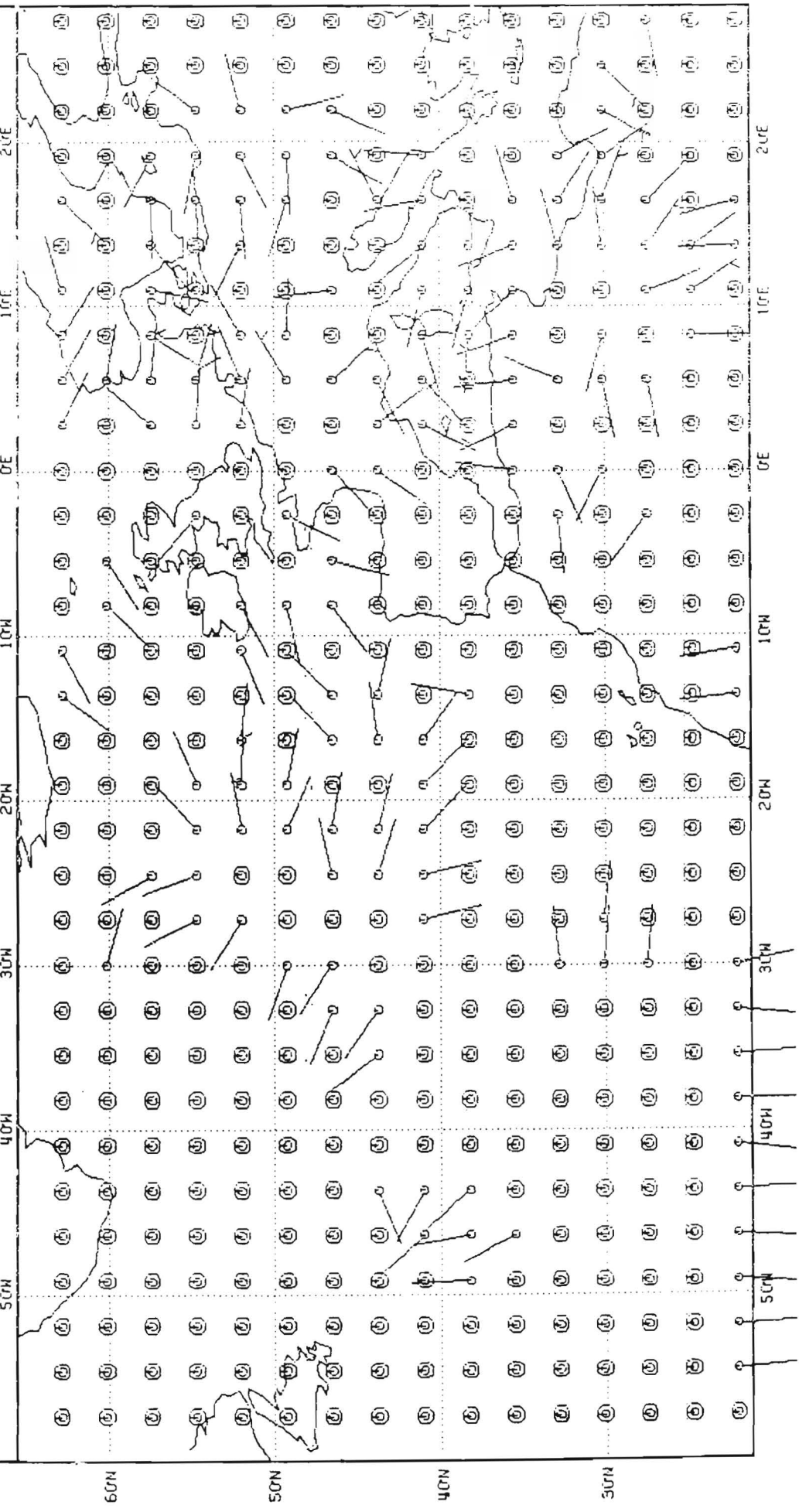


Fig. 9

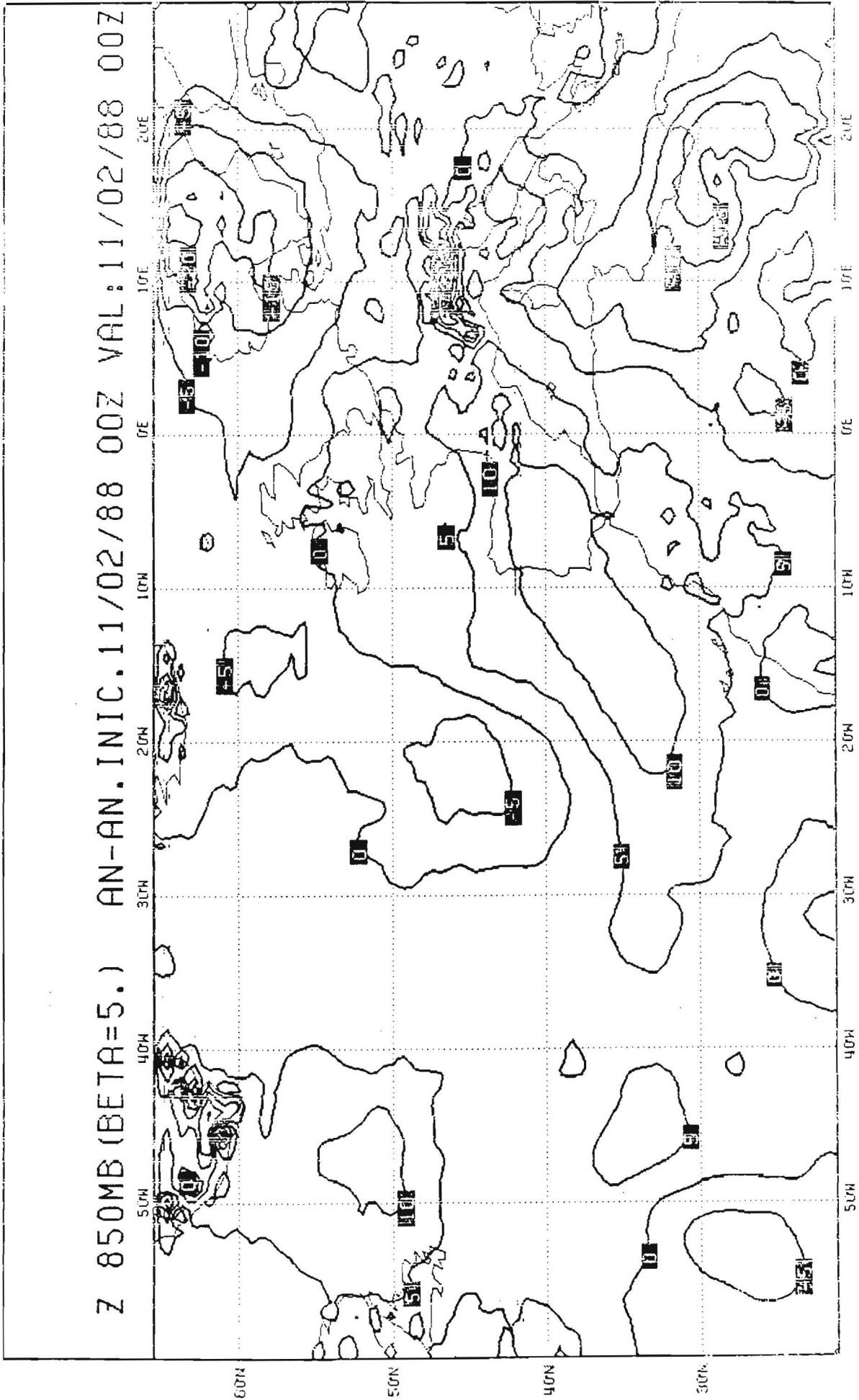


FIG. 10

850MB (BETA=5.) AN.-ANAL. INIC.11/02/88 00Z VAL:11/02/88 00Z

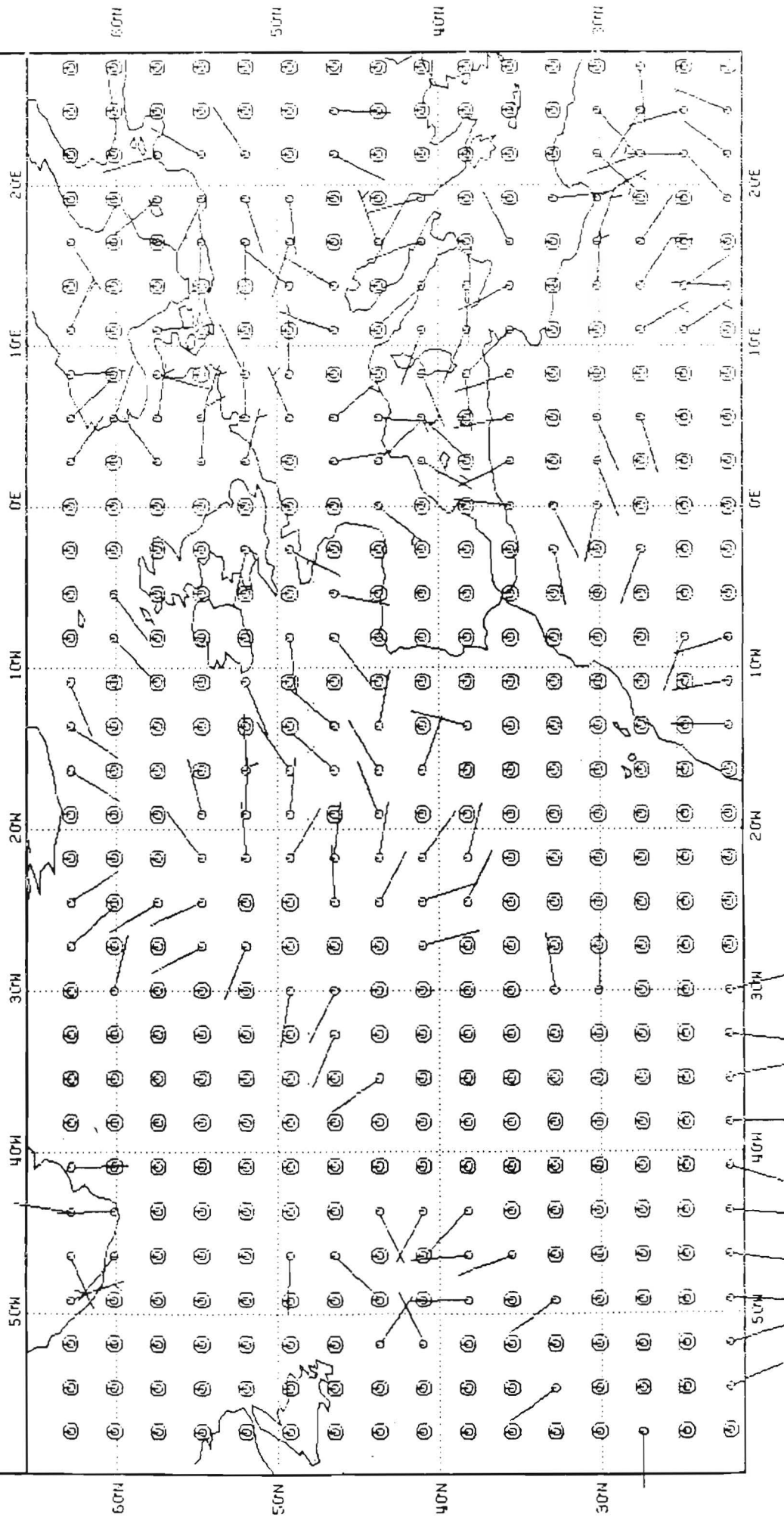


Fig.11