

EVALUACIÓN DE UN MODELO 3D DE ELEMENTOS FINITOS Y MASA CONSISTENTE PARA LA PREDICCIÓN DE VIENTO A MUY ALTA RESOLUCIÓN

Alejandro Méndez-Frades y Javier Calvo-Sánchez ⁽¹⁾
amendezf@aemet.es, fcalvos@aemet.es

(1) Agencia Estatal de Meteorología (AEMET)

Albert Oliver y Eduardo Rodríguez ⁽²⁾
albert.oliver@ulpgc.es, eduardo.rodriguez@ulpgc.es

(2) Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Objetivo

En la actualidad, la predicción del viento a escala local elaborada por la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET) está basada en las integraciones de modelos numéricos como el modelo No Hidrostático *Harmonie-Arome* (Seity et al., 2011) que utiliza una resolución horizontal de 2.5 km. En el presente estudio se va a evaluar el valor añadido de un modelo tridimensional que utiliza la condición cinemática de masa consistente para refinar estas predicciones de viento. Ese método tiene la ventaja de tener un coste computacional mucho menor que el de los modelos completos de predicción meteorológica (Guerrero et al., 2013).

Fundamento teórico

El modelo numérico *Wind3D* permite simular campos de viento tridimensional sobre orografía irregular. La caracterización de este modelo puede ser resumida en los siguientes conceptos: *adaptativo*, *diagnóstico*, y de *masa consistente* (Oliver et al., 2015).

En primer lugar, se trata de un modelo *adaptativo* debido a que genera una malla de tetraedros, basada en la *triangulación de Delaunay*, que consiste en la generación de una mayor o menor densidad de nodos según las características orográficas. Esta aproximación de malla irregular es especialmente adecuada para simulaciones con orografía compleja como la de la isla de Gran Canaria objeto del presente estudio.

En segundo lugar, es un modelo *diagnóstico* o *cinético*, ya que no pronostica el viento en un tiempo posterior al inicial, sino que calcula éste a una escala espacial mayor de la considerada inicialmente. Por

este motivo, no se consideran los efectos térmicos ni los debidos a cambios del gradiente de presión.

Finalmente, es un modelo de *masa consistente* o *empírico*, ya que el cálculo del viento se realiza mediante la aplicación de la ecuación de continuidad (conservación de la masa), considerando las condiciones de *incompresibilidad* (invariancia lagrangiana de la densidad), *impenetrabilidad* (capacidad del viento para bordear obstáculos) y densidad constante (*homogeneidad* del fluido).

La principal razón por la cual se utiliza este tipo de modelo es debido a la compleja orografía que presenta el dominio espacial considerado (isla de Gran Canaria), permitiendo la simulación del viento a escalas de unas decenas de metros.

Fundamento matemático

Desde un punto de vista matemático, el viento que se desea calcular a través del modelo *Wind3D*, ha de verificar la condición de *incompresibilidad* en el dominio Ω y de *impenetrabilidad* en el borde $\partial\Omega$:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \\ \hat{n} \cdot \vec{u} = 0 \end{array} \right\} \text{ en } \Omega \quad (1)$$

Para ello, previamente se interpolará a siete vecinos, en términos de la inversa de la distancia al cuadrado, entre un punto conocido y donde se desea interpolar:

$$\vec{v}(x, y, z)_{\text{int}} = \varepsilon \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \vec{v}_n}{\sum_{i=1}^N d_n^2} + (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \vec{v}_n}{\sum_{i=1}^N |\Delta h_n|} \quad (2)$$

En la anterior expresión, $\vec{v}(x, y, z)_{\text{int}}$ representa el vector viento en el punto interpolado (expresado en coordenadas *UTM*) y \mathcal{E} es un *coeficiente de peso*, el cual puede tomar los siguientes valores límites:

$\mathcal{E} \rightarrow 0$: La interpolación adquiere en la dimensión horizontal”

$\mathcal{E} \rightarrow 1$: La interpolación adquiere importancia en la dimensión vertical”

A partir de lo anterior, *el campo de viento de masa consistente* será aquel que haga mínimo el siguiente funcional:

$$E(\vec{v}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\vec{v} - \vec{v}_{\text{int}})^T \cdot P \cdot (\vec{v} - \vec{v}_{\text{int}}) \cdot d\Omega \quad (3)$$

Donde P es una matriz diagonal 3×3 , cuyos elementos son los siguientes:

$$\begin{aligned} p_{11} &= p_{22} = 2 \cdot \alpha_1^2 \\ p_{33} &= 2 \cdot \alpha_3^2 \end{aligned} \quad (4)$$

La forma de abordar este problema es recurriendo a los *multiplicadores de Lagrange*, utilizando para tal fin, elementos finitos.

Por otra parte, a partir de lo anterior, es posible inferir el perfil vertical del viento mediante una extrapolación vertical, teniendo presente el perfil logarítmico:

$$\vec{v}(z)_{\text{int}} = \frac{v^*}{k} \cdot \left(\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Phi_m \right) \quad (5)$$

De (5), la función Φ_m adopta tres formas diferentes según el tipo de estabilidad. A continuación, se muestran los valores que adopta según se trate de situación estable, neutra o inestable:

$$\Phi_m = -5 \cdot \frac{z}{l}$$

$$\Phi_m = 0$$

$$\Phi_m = \ln\left[\left(\frac{\theta^2 + 1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\theta + 1}{2}\right)^2\right] - 2 \cdot \arctg\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{\pi}{2}$$

El parámetro θ se define:

$$\theta = \left(1 - 16 \cdot \frac{z}{l}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (6)$$

Con:

$$\frac{1}{l} = a \cdot z_0^b \quad (7)$$

Siendo a y b constantes que se derivan de la *condición de estabilidad de Pasquill*.

Por consiguiente, el conocimiento de las condiciones de estabilidad, la rugosidad y el viento, facilita el cálculo de la velocidad de fricción:

$$v^* = \frac{k \cdot \vec{v}(z)_{\text{int}}}{\left(\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Phi_m \right)} \quad (8)$$

A partir del resultado obtenido en (8), se puede determinar parámetros característicos de la capa límite planetaria. En particular, su altura se puede escribir en términos de la un parámetro empírico γ y del parámetro de Coriolis f :

$$z_{pbl} = \frac{\gamma \cdot |v^*|}{f} \quad (9)$$

Por otra parte, la altura de la capa de mezcla puede adoptar dos expresiones, dependiendo del tipo de estabilidad. Así, en condiciones *inestable* y *neutral*, ésta es idénticamente igual a la altura de la capa límite planetaria:

$$h = z_{pbl} \quad (10)$$

Mientras que en condición *estable*, ésta se puede escribir en términos de un parámetro γ' , del parámetro de Coriolis f y de la velocidad de fricción v^* :

$$h = \gamma' \cdot \sqrt{\frac{l \cdot |v^*|}{f}} \quad (11)$$

Por otra parte, la altura de la capa superficial puede calcularse partiendo de (11):

$$z_{sl} = \frac{h}{10} \quad (12)$$

Por consiguiente, conocidos la altura de la longitud de rugosidad, altura de la capa superficial y de la capa límite planetaria, se puede inferir el perfil vertical del viento, de modo que en el intervalo $z_{sl} < z < z_{pbl}$, se interpolará con el viento geostrofico:

$$\vec{v} = \rho(z) \cdot \vec{v}(z_{sl})_{int} + [1 - \rho(z)] \cdot \vec{v}_g \quad (13)$$

La interpolación (13) se podrá determinar a partir del conocimiento de una función densidad, definida como sigue:

$$\rho(z) = 1 - \left(\frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right)^2 \cdot \left(3 - 2 \cdot \frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right) \quad (14)$$

Fuera del citado intervalo, se asume:

$$\vec{v} = \vec{v}_g \quad \text{si } z > z_{pbl} \quad (15)$$

$$\vec{v} = 0 \quad \text{si } z \leq z_0 \quad (16)$$

Desde un punto de vista operativo, El modelo *Wind3D* utiliza las predicciones tridimensionales del modelo *Harmonie 2.5 km*.

Resultados

Para evaluar los resultados haremos una comparación de los resultados de *Wind3D* y de *Harmonie* con las observaciones de la red de observaciones de superficie de AEMET. Las salidas de los modelos son interpoladas a los puntos donde existen observaciones. Se realiza una verificación cada hora durante un periodo de tres meses (junio a agosto del 2015). Las estaciones utilizadas pueden verse en la fig. 1.

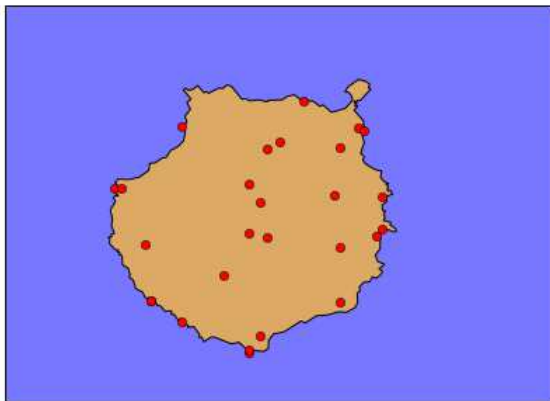


Fig. 1.- Distribución de las estaciones utilizadas en la verificación, situadas a lo largo de la isla de Gran Canaria.

En la fig. 2 se representan los eventos predicción-observación durante el periodo de tres meses. Lo ideal es que los puntos se distribuyan a lo largo de la diagonal y las predicciones serán mejores cuanto menor sea la dispersión respecto de la diagonal. Se puede ver que el modelo *Wind3D* presenta una distribución bastante simétrica, con poco sesgo pero la dispersión es grande. Además, éste limita las

velocidades, no produciendo predicciones superiores a los 12 m/s.

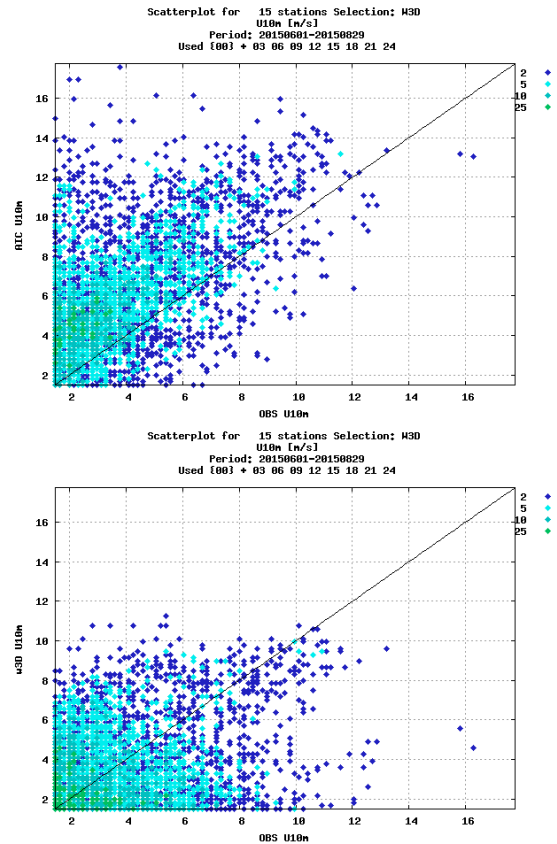


Fig. 2.- Velocidad del viento: Eventos predicción-observación para el periodo comprendido entre el 2015-06-01 y el 2015-08-20. Los colores más claros y verdosos indican mayor frecuencia de los eventos. Imagen superior: salidas directas de *Harmonie*; imagen inferior: salidas tras aplicar el modelo *Wind3D*.

La distribución de frecuencias en función de la velocidad es más parecida a las observaciones para *Wind3D* que para *Harmonie* (fig. 3) aunque *Wind3D* tiene más problemas para módulos de velocidad bajos (menores de 2.5 m/s) en los que probablemente la aproximación de masa consistente tiene menos sentido.

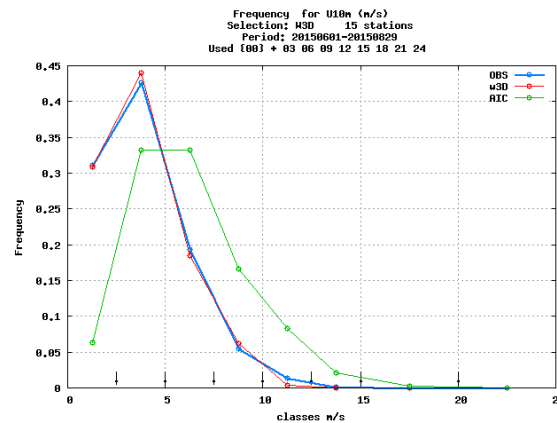


Fig. 3.- Distribución de frecuencias en función de la velocidad para observaciones (color azul), *Harmonie*

(color verde) y Wind3D (color rojo).

En la fig. 4 se representan el sesgo y la desviación estándar en función del alcance de predicción calculados para las salidas directas del modelo *Harmonie* y después de aplicar *Wind3D*. Se puede apreciar que el sesgo es mucho menor para *Wind3D* pero que las desviaciones estándar son comparables. Dado que las diferentes integraciones se han iniciado a las 00 UTC de cada día, los alcances de predicción representan también las horas del día.

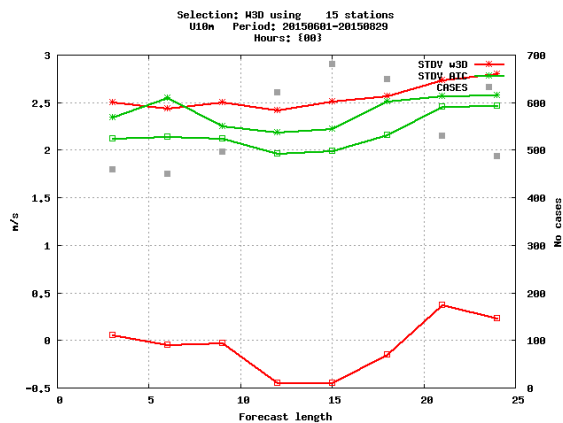


Fig. 4.- Sesgo (BIAS) y desviación estándar (STDV) del modelo *Wind3D* (color rojo) y *Harmonie* (color verde) en función del alcance de predicción, que es también la hora del día para el periodo utilizado (tres meses utilizado).

Finalmente, en la fig. 5 se representan la evolución del viento medio a lo largo del día para las observaciones, el viento pronosticado por el modelo *Harmonie* y el viento estimado por el modelo *Wind3D*. Se aprecia que, en promedio, el viento diagnosticado por *Wind3D* está más próximo a las observaciones

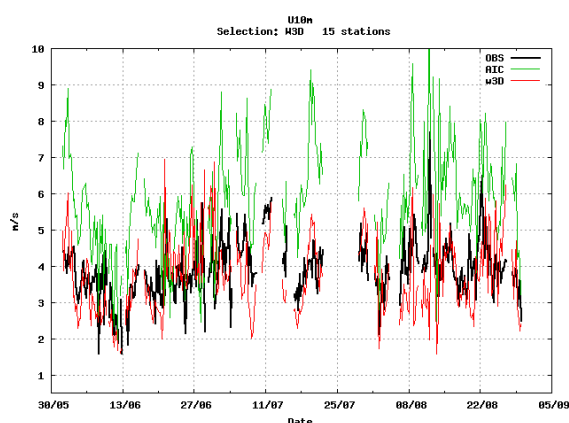


Fig. 5: Comparación del viento medio observado durante el periodo 1 junio- 31 agosto 2015. En color negro se denotan las observaciones, en color verde el viento pronosticado por el modelo *Harmonie* y en color rojo el viento diagnosticado por el modelo *Wind3D*.

Conclusiones

Para un periodo de tres meses, se han verificado las salidas del modelo de elementos finitos y masa consistente *Wind3D* y las salidas directas del modelo *Harmonie* a 2.5 km de resolución. El modelo de elementos finitos permite utilizar mallas irregulares que se adaptan a orografías complejas como la de la isla de Gran Canaria, pudiendo realizar estimaciones de viento a resoluciones de unas decenas de metros con un coste computacional bajo comparado con los modelos completos de predicción meteorológica operados a unas centenas de metros. Se ha observado que el modelo *Wind3D* mejora las predicciones de viento en promedio pero tiene dificultades para simular los valores extremos. Además, el modelo *Wind3D* depende de una serie de constantes que determinan la interpolación horizontal y vertical, y los perfiles de viento en la capa límite. En el futuro se tratará de optimizar estas constantes utilizando el modelo para distintas regiones y periodos. También se estudiará la mejora de las predicciones para vientos fuertes.

Referencias

- Guerrero, I., J. Calvo, M. Hortal, 2013: Predicción del viento a escalas sub. *33 Jornadas Científicas de la AME*.
- Seity, Y., P. Brousseau, S. Malardel, G. Hello, P. Bénard, F. Bouttier, C. Lac, V. Masson, 2011: The AROME-France Convective-Scale Operational Model. *Mon. Wea. Rev.*, **139**, 976–991.
- Oliver, A., Rodríguez E., Escobar J.M., G. Montero, Hortal M., Calvo J., Cascón J.M., Montenegro R., 2015: Wind forecasting based on the HARMONIE model and adaptive finite elements. *Pure and Applied Geophysics*, 172, 109-120.

Agradecimientos.

Proyecto CGL2011-29396-C03-01: “Avances en simulación de campos de viento y radiación solar”
 Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC).
 Agencia Estatal de Meteorología (AEMET).