

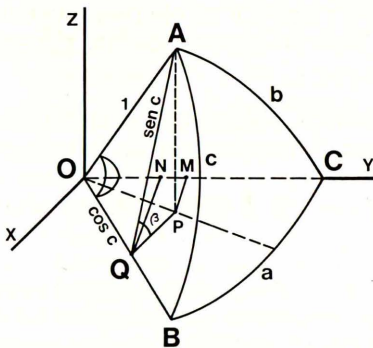
ORTOS Y OCASOS

En Oficinas Meteorológicas de Aeropuertos, Bases Aéreas, Centros Zonales, etc., son frecuentes las consultas sobre los ortos y ocasos del Sol de los diversos puntos de España. En una de estas Oficinas, a título particular, se preparó un sistema de consulta rápida cuyos gráficos se enviaron a los usuarios directos, con lo cual las consultas fueron cada vez menores hasta prácticamente desaparecer. Estas consideraciones nos han hecho pensar en su posible utilidad para otras personas, lo cual justifica el motivo de esta publicación, recordando rápidamente algunos conceptos tal vez ya olvidados.

Si miramos al firmamento en una noche estrellada, nos puede ser útil pensar en una inmensa semiesfera rígida en la cual la posición de las estrellas permanece inalterable en el transcurso del tiempo, esto es, dos a dos las vemos siempre bajo el mismo ángulo. Fijémonos en una estrella cualquiera A sobre la bóveda celeste, si quisiéramos fijar de alguna manera su posición, habríamos de referenciarla a un sistema de coordenadas necesariamente esféricas en donde sólo intervienen los ángulos, nunca las distancias.

A nuestro alrededor se extiende un plano horizontal perfectamente definido por la línea del horizonte, el centro de coordenadas está a los pies del observador O. Por él pasa una línea perpendicular a este plano horizontal, que se pierde en el infinito en un punto imaginario que se llama Cenit; el opuesto, es decir, la prolongación de ese punto hacia abajo lo llamamos Nadir. Este sistema así constituido se llama de coordenadas Horizontales. El punto A, junto con otros dos B y C del horizonte nos forma un triángulo esférico que dominamos perfectamente desde nuestro punto de observación O. (Fig. 1).

Desde la estrella A trazamos una vertical al plano en que nos encontramos, que corta en el punto P. Si trazamos las perpendiculares a las líneas OB y OC tendremos los tramos PQ y PM. El plano APQ ha de ser perpendicular a OB por contener dos perpendiculares y su ángulo en Q coincide, por lo tanto, con el B de la figura. Se ve inmediatamente que:



$$\cos c = \frac{OQ}{1} \quad ; \quad OQ = \cos c$$

$$\operatorname{sen} c = \frac{AQ}{1} \quad ; \quad AQ = \operatorname{sen} c$$

$$\cos B = \frac{PQ}{AQ} = \frac{PQ}{\operatorname{sen} c} \quad ; \quad PQ = \operatorname{sen} c \cdot \cos B$$

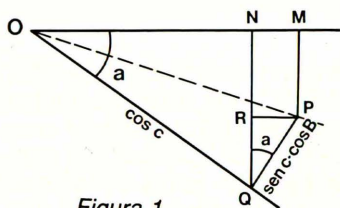


Figura 1.

Si consideramos vectorialmente la quebrada OQPA, tendremos:

$$OA = OQ + QP + PA$$

igualdad que se cumplirá también respecto a sus proyecciones:

$$\text{pry } OA = \text{pry } OQ + \text{pry } QP + \text{pry } PA$$

$$\text{pry } OA = OM = \cos b$$

$$\text{pry } OQ = ON = OQ \cdot \cos a = \cos c \cdot \cos a$$

$$\text{pry } QP = PR = MN = PQ \cdot \sin a = \sin c \cdot \cos B \cdot \sin a$$

sustituyendo

$$\cos b = \cos c \cdot \cos a + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B \quad (1)$$

Hemos obtenido una conocidísima fórmula de trigonometría esférica.

Sigamos mirando a nuestro cielo; observamos que gira alrededor de un eje imaginario al que llamaremos eje del Mundo, el cual coincide, claro, con el eje de la Tierra, y que pasa muy cerca de la estrella Polar, estrella por la que se orientan los navegantes de hoy, igual que los navegantes de hace 4 000 años se orientaron con la Alfa del Dragón.

Perpendicularmente al eje del Mundo está el Ecuador Celeste, con lo cual construimos otro sistema de coordenadas llamadas Ecuatoriales. De este sistema se hacen dos atendiendo al origen de coordenadas. Uno tomando como origen el meridiano superior (que es el semimeridiano que contiene el Cenit) con el Ecuador Celeste. A este sistema se le llama de coordenadas Ecuatoriales Horarias, o simplemente coordenadas Horarias; y otro, que toma como origen el Punto Vernal o Punto Aries (21 de marzo) y que llamamos Ecuatoriales Absolutas, o simplemente Absolutas o también Ecuatoriales.

Podemos encontrar aún otro sistema de coordenadas importante, fijándonos en la curva que describe el Sol. (Naturalmente, es la Tierra la que se mueve, pero en muchas ocasiones emplearemos expresiones en las que se pone de manifiesto el movimiento relativo entre los cuerpos celestes.) El Sol describe una curva que se llama Eclíptica. La proyección de la Eclíptica sobre la esfera celeste y su eje perpendicular, que pasa por el centro terrestre, nos dan un nuevo sistema llamado de coordenadas Eclípticas.

En la figura 2 podemos ver el conjunto de los diversos sistemas de coordenadas, así como sus puntos origen y sus sentidos. Poniendo la mano derecha cerrada con el pulgar extendido y mirando al norte geográfico, la dirección en que se cierran los dedos nos representa el sentido del giro terrestre, al cual se le llama directo; su contrario, retrógrado.

La Ley de las Áreas, por una parte, y la proyección de sus puntos sobre la superficie esférica celeste, por otra, dan movimientos muy irregulares del Sol sobre su trayectoria, la cual forma un ángulo con el Ecuador de $23^{\circ} 27'$, este valor no es constante, sino que varía con el tiempo, es clásico el valor dado por Newcomb $\epsilon = 23^{\circ} 28' 08'' . 26 - 0 . 000000001t^2$. En donde t es el número de años transcurridos desde 1.900.0. El Anuario Astronómico da para este valor de $\epsilon = 23.440189099 - 0.00000036d$, siendo d el intervalo de días que median desde el 0 de enero de 1990 a las 0 h TDT.

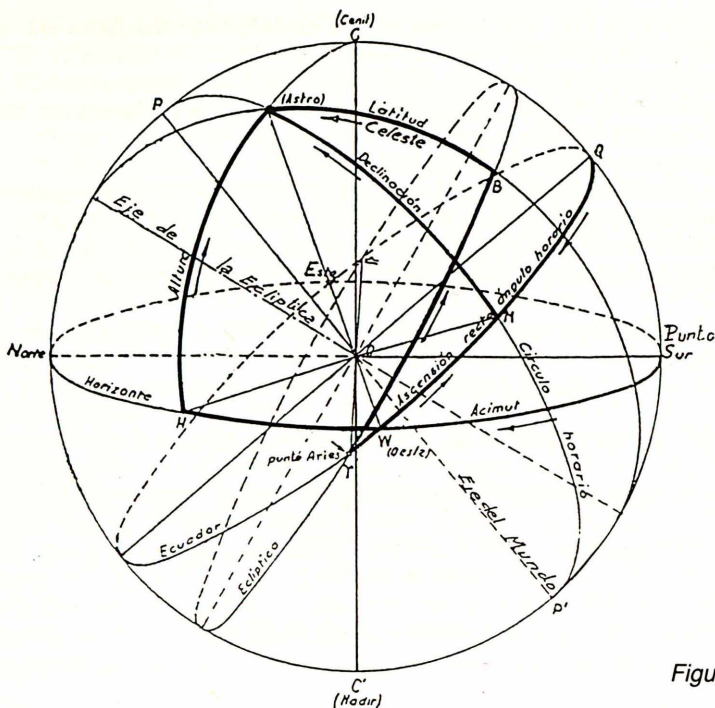


Figura 2.

LOS CUATRO SISTEMAS DE LAS COORDENADAS DE UN ASTRO

Sistema	Coordenadas	Origen	Sentido
Horizontales	Acimut. (A) Altura (h)	Punto Sur. Horizonte	Retrógrado. Hacia el cenit
Ecuatoriales o Absolutas	Ascensión recta (α) Declinación (δ)	Punto vernal. Ecuador	Directo. Hacia los polos
Ec. Horarias	Ángulo horario (H) Declinación (δ)	Meridiano Sup. Ecuador	Retrógrado. Hacia los polos
Eclípticas	Latitud Celeste (λ) Longitud (β)	Eclíptica. Punto vernal	Hacia los polos. Directo

La determinación de un punto sobre la tierra a nivel del mar se determina por: la longitud geográfica λ y la latitud φ .

Como hemos dicho, la trayectoria del Sol cruza el Ecuador Celeste en el llamado Punto Vernal o Punto Aries el 21 de marzo (estas fechas son aproximadas). En un preciso instante de ese día de declinación pasa por el valor cero, cumpliéndose entonces la igualdad de duración entre la noche y el día. Durante el año, el Sol, que se mueve sobre la eclíptica alcanza el valor máximo de $23^{\circ} 21'$ en el solsticio de verano (Trópico de Cáncer), el 21 de junio. Este día es el más largo del año para nuestro hemisferio y, por lo tanto, la noche más corta. Después la declinación comienza a disminuir hasta el 21 de septiembre, Punto Libra, donde otra vez el día es igual a la noche. Sigue entonces disminuyendo hasta el 21 de diciembre, solsticio de invierno (Trópico de Capricornio).

Para ser rigurosos hay que aclarar que la declinación del Sol y su velocidad son variables en el transcurso, no sólo del año, sino de cada momento del día, lo cual, unido a las variaciones debidas a la precesión, nutación, atracciones de planetas que tuercen la trayectoria terrestre, y a otras muchas interacciones relativas respecto al sistema solar, a nuestra galaxia o a otras... incluso, se ponen de manifiesto variaciones tales como la acumulación de hielos o vegetación en unas zonas en detrimento de otras, consecuencias lógicas de las influencias climatológicas, que afectan al momento de inercia terrestre; fenómenos tales nos dan una idea de la complejidad de los movimientos astronómicos, y nos sumergen en el mundo de la moderna teoría de los fractales, reflejo fiel de la incertidumbre de cualquier hipotético determinismo.

Para calcular el tiempo que el Sol está sobre nuestro horizonte vamos a imaginarlo en un punto cualquiera de su trayectoria a una distancia z del cenit, de tal forma que $z + h = 90^\circ$ (coordenadas horizontales). Sustituyendo en la fórmula (1)

$$\cos z = \cos (90-\varphi) \cos (90-\delta) + \text{sen } (90-\varphi) \text{sen } (90-\delta) \cos H \quad (2)$$

es inmediato:

$$\cos z = \text{sen } \varphi \cdot \text{sen } \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H \quad (3)$$

$$\cos H = \frac{\cos z - \text{sen } \varphi \cdot \text{sen } \delta}{\cos \varphi \cdot \cos \delta} = - \text{tg } \varphi \cdot \text{tg } \delta$$

$$H = \arcsin (- \text{tg } \varphi \cdot \text{tg } \delta) \quad (4)$$

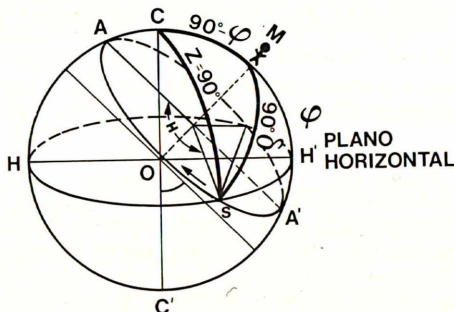


Figura 3.

El valor de δ se puede mirar directamente del *Anuario Astronómico* o bien calcularlo a partir de la ascensión recta α y el valor de ϵ ya citado, así:

$$\text{tg } \delta = \text{sen } \alpha \cdot \text{tg } \epsilon$$

El paso de la fórmula (1) a la (2) es muy difícil. El observador que está en M (figura 3) sobre una latitud geográfica, deberá imaginarse el sol saliendo por el punto S, un día en el cual la declinación del Sol es δ . No se olvide, para complicar aún más las cosas, que es la Tierra la que se mueve (ayúdese de la fig. 2).

En el caso del orto o del ocaso se cumple que $z = 90^\circ$, con lo cual H es un ángulo en grados, que reducido a tiempos y multiplicado por dos, nos da el tiempo que el Sol se encuentra por encima del horizonte, esto es, el tiempo que está alumbrándonos. Naturalmente, el complemento de 24 horas nos da la duración de la noche.

En lo anteriormente expuesto, ha aparecido un momento la palabra tiempo, cuya importancia es extraordinaria en astronomía y sobre el que hemos de pasar de puntillas dado el carácter muy limitado de este trabajo, pero habremos de decir que es imposible separarlo del espacio y su movimiento. Únicamente Aristóteles basó sus ideas en el reposo, pero Galileo y Newton fundamentaron las suyas en lo relativo del movimiento, pero tanto unos como otros creían en el tiempo absoluto o, lo que es lo mismo, en la medida de dos sucesos sin ninguna ambigüedad. Habría que esperar a la relatividad para admitir el espacio/tiempo como cantidad dinámica.

Para nuestro estudio nos basta con la mecánica de Newton, para su medida es suficiente elegir un ritmo uniforme, y ritmos interesantes en este sentido son los movimientos de los astros. La unidad de tiempo cambiará de nombre según el astro elegido así: día solar, tiempo de paso consecutivo del Sol por un mismo meridiano, importante porque rige la actividad humana, pero cuyo ritmo no es muy bueno; día sidéreo, tiempo entre dos pasos de un mismo punto de la esfera celeste, adoptando un punto fijo de referencia. Éste es precisamente uno de los mejores ritmos que se conocen, pero desgraciadamente no coincide con el solar, éste se retrasa unos 4 minutos. Exactamente: día solar = día sidéreo + 3 min. 56 seg. 56. Expresión ésta que habremos de tener en cuenta en las futuras transformaciones de un tiempo a otro.

El punto de referencia no necesariamente tiene que ser un punto material como puede ser una estrella, precisamente se toma un punto no existente en la realidad, pero cuya posición se puede calcular con toda precisión, éste es el punto Aries.

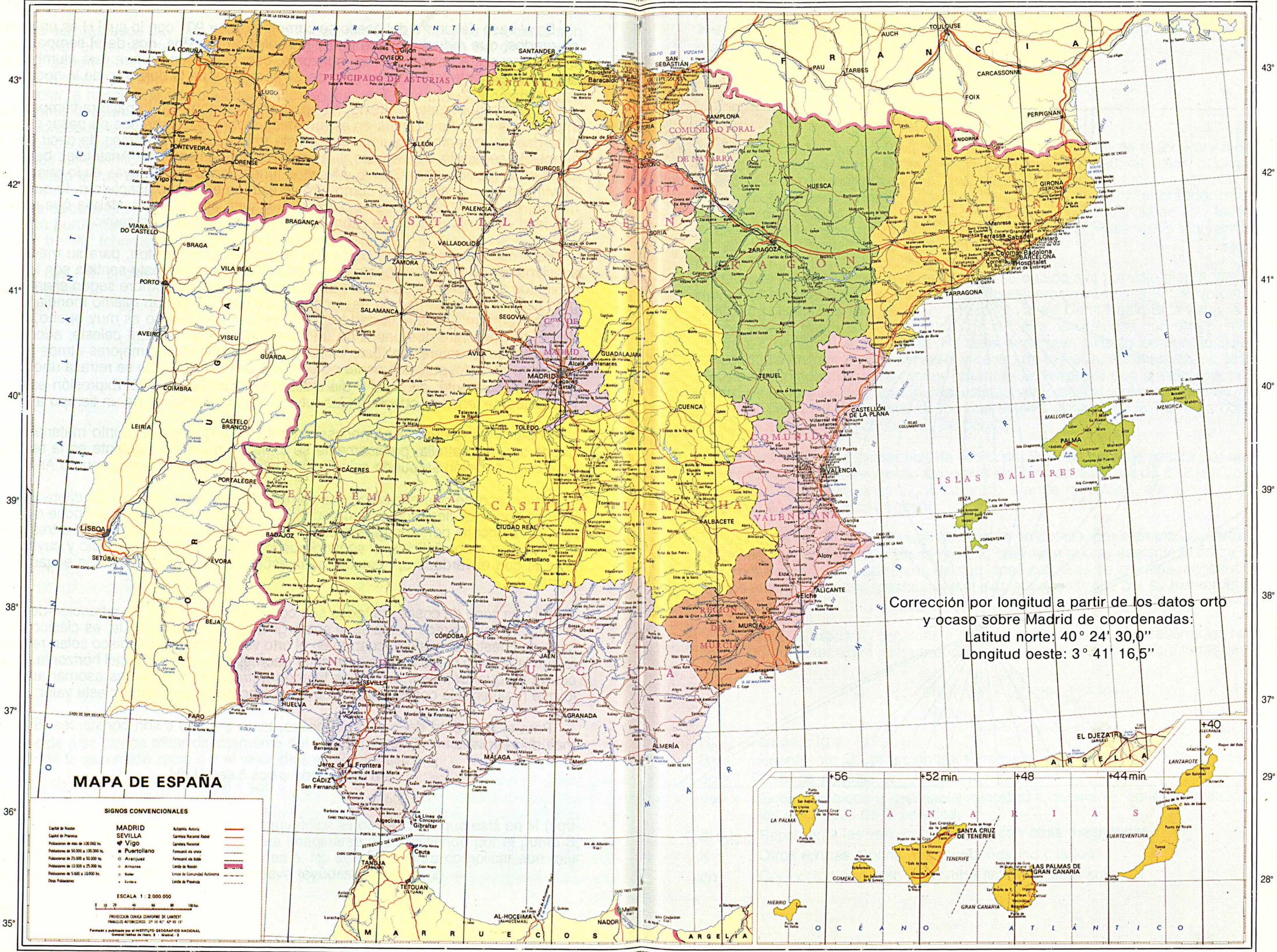
En el caso de que eligiéramos el tiempo sidéreo como patrón, las diferencias se irían acumulando llegando un momento en que el día de uno sería la noche del otro, lo cual trastocaría por completo el ciclo vital. Este motivo ha dado origen a tres soles, el verdadero y dos ficticios, al segundo de los cuales se le llama medio y cuyas diferencias con el verdadero, respecto a las ascensiones rectas, nos da la ecuación de tiempo.

En otra serie de cosas, de todos son conocidos los efectos de refracción de la luz, la cuchara que parece doblarse al sumergirla en un vaso de agua, es clásico. En el caso de nuestra atmósfera, cuando en el orto vemos aparecer el disco solar, realmente aún le falta un cierto tiempo para estar geoméricamente al ras del horizonte, lo que ocurre es que los rayos del sol se tuercen (refracción) y lo vemos asomar antes de lo que realmente le corresponde. Veamos cómo podemos calcular este valor:

Para el momento del orto y del ocaso, tanto φ como δ son constantes. Si tomamos diferenciales en (2) tenemos:

$$\text{sen } z \, dz = \cos \varphi \cos \delta \text{ sen } H \, dH.$$

+24 +20 min. +16 +12 min. +8 +4 min. 0 -4 min. -8 -12 min. -16 -20 min. -24 -28 min. -32



MAPA DE ESPAÑA

SIGNOS CONVENCIONALES

- Capital de Nación: **MADRID**
- Capital de Provincia: **SEVILLA**
- Poblaciones de más de 100.000 h.: **Vigo**
- Poblaciones de 50.000 a 100.000 h.: **Puertoliano**
- Poblaciones de 25.000 a 50.000 h.: **Aranjuez**
- Poblaciones de 10.000 a 25.000 h.: **Almanza**
- Poblaciones de 5.000 a 10.000 h.: **Alcora**
- Otros Poblaciones: **Alcora**
- Alcaldía: **Alcaldía**
- Cantón Nacional: **Cantón Nacional**
- Ferrocarril de ancho: **Ferrocarril de ancho**
- Ferrocarril de balde: **Ferrocarril de balde**
- Límite de Nación: **Límite de Nación**
- Límite de Comunidad Autónoma: **Límite de Comunidad Autónoma**
- Límite de Provincia: **Límite de Provincia**

ESCALA 1 : 2 000 000

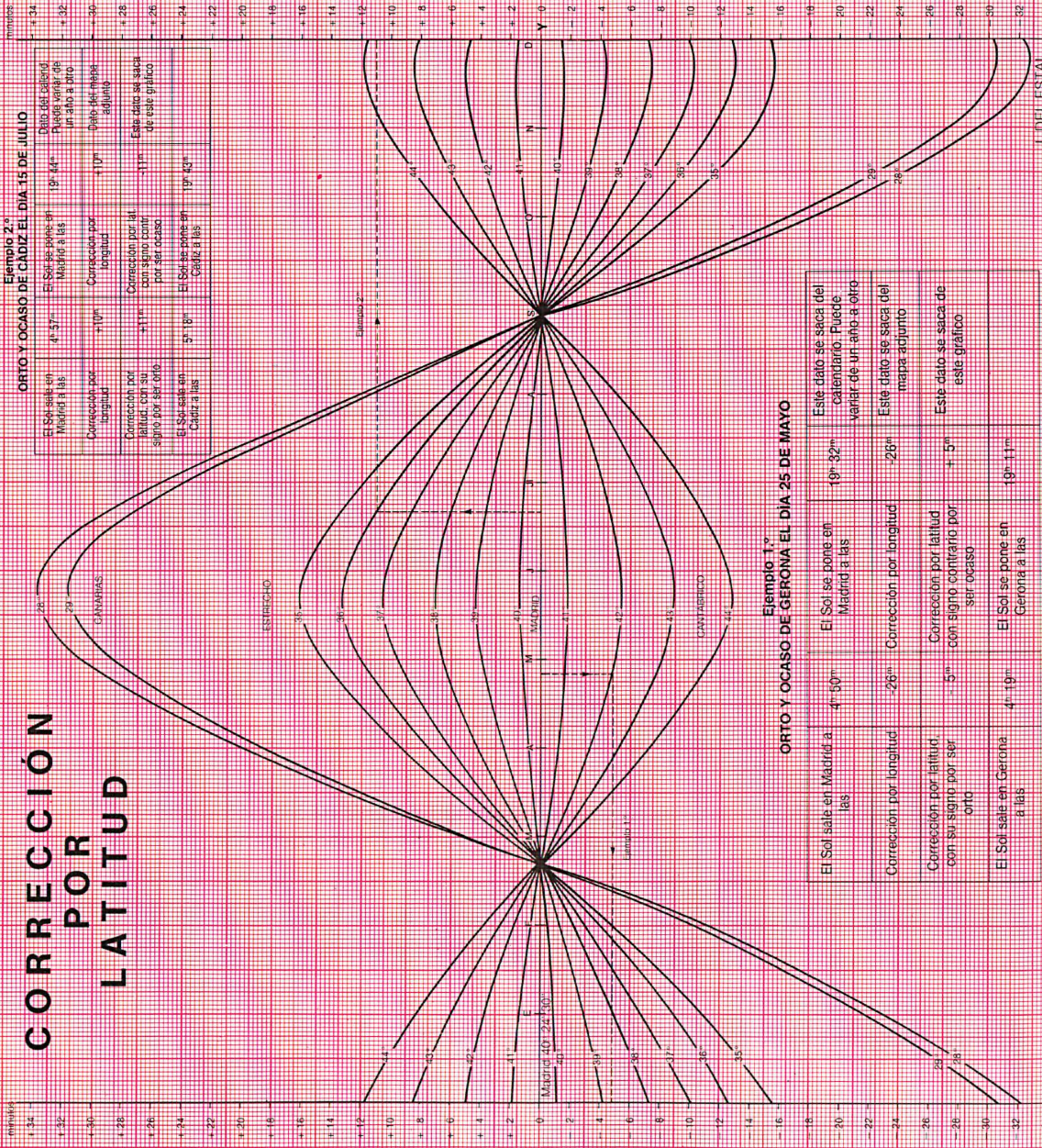
PROYECTOR GRÁFICA CHARRAS DE LAMPART

Formas y nombres de las Islas Baleares

General de la Carta 3 Madrid 3

Corrección por longitud a partir de los datos orto
 y oca sobre Madrid de coordenadas:
 Latitud norte: 40° 24' 30,0"
 Longitud oeste: 3° 41' 16,5"

CORRECCIÓN POR LATITUD



Ejemplo 2.º
ORTO Y OCASO DE CÁDIZ EL DÍA 15 DE JULIO

El Sol sale en Madrid a las 4 ^h 57 ^m	El Sol se pone en Madrid a las 19 ^h 44 ^m	Orto del sol en Puerto Real de un año a otro.
Corrección por longitud +10 ^m	Corrección por longitud +10 ^m	Dato del mes adjunto.
Corrección por latitud con su signo por ser orto +11 ^m	Corrección por latitud con su signo por ser ocaso -11 ^m	Este dato se saca de este gráfico.
El Sol sale en Cádiz a las 5 ^h 18 ^m	El Sol se pone en Cádiz a las 19 ^h 42 ^m	

Ejemplo 1.º
ORTO Y OCASO DE GERONA EL DÍA 25 DE MAYO

El Sol sale en Madrid a las 4 ^h 50 ^m	El Sol se pone en Madrid a las 19 ^h 32 ^m	Este dato se saca del calendario. Puede variar de un año a otro.
Corrección por longitud -26 ^m	Corrección por longitud -26 ^m	Este dato se saca del mapa adjunto.
Corrección por latitud con su signo por ser orto -5 ^m	Corrección por latitud con signo contrario por ser ocaso +5 ^m	Este dato se saca de este gráfico.
El Sol sale en Gerona a las 4 ^h 19 ^m	El Sol se pone en Gerona a las 19 ^h 11 ^m	

Ahora bien, en el horizonte $z = 90^\circ$ y al ángulo horario en el horizonte lo vamos a llamar H_0 , entonces

$$dH = \frac{dz}{\cos \cdot \cos \cdot \text{sen} \cdot H_0}$$

El valor medio que se suele tomar para el horizonte es de $0^\circ.59$. Para tener una idea de magnitud, para Madrid el 21 de junio de 1990, el valor calculado es $0^\circ.984316325$, que multiplicado por dos, orto más ocaso y reducido a tiempos nos da 7 min. 16 seg., que representa el tiempo que el Sol va a estar alumbrándonos de propina debido al efecto de refracción. Además, como consecuencia de este fenómeno, el astro en estas posiciones adquiere la forma de una elipse, cuyo eje vertical vale $30' 20''$ y el horizontal $36' 26''$.

Otra de las correcciones importantes es la debida a la paralaje diurna, abreviadamente paralaje. Si desde el punto en donde estamos miramos al Sol, lo veremos con una cierta distancia cenital (ángulo) z respecto al eje Cenit/Nadir. Si la visual la pudiéramos realizar desde el mismo centro de la Tierra, lo veríamos con otra z' , a la diferencia $z-z'$ se llama paralaje solar. No cabe duda que, cuando los puntos Sol, punto en donde se encuentra el observador y centro de la Tierra, están alineados, la distancia del observador al Sol es menor (en un radio terrestre) que la distancia desde el centro de la Tierra al Sol, con lo cual éste se verá relativamente más grande, ya que está más cerca. Naturalmente, desde una estrella el radio de la Tierra es completamente despreciable, y por lo tanto su paralaje.

Por otra parte, por ser elíptica «la órbita del Sol», su paralaje pasará por un máximo y un mínimo. El valor medio adoptado en París en 1986 fue de $8''.8$. En cualquier caso, esta corrección es de signo contrario a la de refracción, aunque su orden de magnitud es mucho más pequeño.

Hay otros fenómenos que han de tenerse en cuenta, por ejemplo la depresión del horizonte debido a la altitud del terreno, lo cual hace que se adelante el orto y se atrase el ocaso, o también una serie de derivadas parciales de algunas magnitudes que hemos citado y de otras muchas que ni siquiera apuntamos por su extraordinaria pequeñez relativa.

Con todo lo expuesto llegamos a una expresión final, que representa las horas de sol de un día determinado en un punto determinado de la superficie terrestre.

$$H_T = H_0 + R + (-ep) + vs + dH_0]_v + K + ch$$

$H_0 =$ arcos $(-tg \varphi \cdot tg \delta)$

$R =$ Representa la corrección por refracción ya estudiada.

$ep =$ Error de paralaje.

$vs =$ Errores debidos a la variable velocidad ascensional, consecuencia lógica de las vicisitudes de la eclíptica.

$dH_0]_v =$ Representa las variaciones de H_0 con otras magnitudes.

$K =$ Otros errores mucho más pequeños, no citados.

$ch =$ Corrección por paso de tiempo astronómico a solar.

Vamos a aplicarla a una latitud de referencia, en este caso, Madrid de coordenadas (40° 24' 30''), ya que este es el punto del que parte el *Anuario Astronómico* para los ortos y ocasos.

$$H_{TM} = H_{OM} + R_M + (-ep)_M + vs_M + dH_M + K_M + ch_M$$

Restándolas tendremos la expresión:

$$D = H_{TX} - H_{TM} = (H + R)_X - (H + R)_M$$

En donde todos los términos, menos los dos primeros se anulan dos a dos, ya que pueden ser considerados iguales para nuestros fines, incluso el error de paralaje se hace despreciable en las diferencias.

Si damos valores a la declinación diaria para el intervalo de un año, obtendremos las curvas que se muestran para la corrección por latitud. Estas curvas son de una gran estabilidad con el paso del tiempo. Por curiosidad hemos calculado algunos valores para el año 1900 y para el año 2000 y para el paralelo de 35°, habiendo una diferencia entre sí de 0.02 minutos.

Ignacio del Estal
Meteorólogo

ÍNDICE