MINISTERIO DEL AIRE

DIRECCION GENERAL DE PROTECCION DE VUELO

SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

Publicaciones
Serie A (Memorias) núm. 34

Variaciones de los esferocristales en las precipitaciones atmosféricas

Por

Manuel PALOMARES

Meteorólogo y Doctor en Ciencias Físicas

SECCION DE INVESTIGACIONES

M A D R I D 1 9 5 9

MINISTERIO DEL AIRE

DIRECCION GENERAL DE PROTECCION DE VUELO

SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

Publicaciones
Serie A (Memorias) núm. 34

Variaciones de los esferocristales en las precipitaciones atmosféricas

Por

Manuel PALOMARES

Meteorólogo y Doctor en Ciencias Físicas

SECCION DE INVESTIGACIONES

M A D R I D 1 9 5 9

GRÁFICAS VIRGEN DE LORETO

VARIACIONES DE LOS ESFEROCRISTALES EN LAS PRECIPITACIONES ATMOSFERICAS

La mayoría de los trabajos que conocemos sobre los esferocristales de granizo se han limitado a la investigación sobre su formación y transformaciones, dentro de las nubes, sin considerar las influencias termodinámicas de las capas atmosféricas comprendidas entre las bases nubosas y el suelo. Merece la pena, sin embargo, pasar revista a estos influjos, que pueden modificar sensiblemente las características iniciales de los gránulos, cuando tardan bastante tiempo en caer por efecto de las corrientes ascendentes del aire, con mucha frecuencia, de sensible duración e intensidad, en las situaciones de inestabilidad que caracterizan a estos hidrometeoros.

Desde luego las variaciones de volumen de los esferocristales dependerán, por una parte, del vapor de agua del aire, en relación con sus presiones saturantes superficiales que, a su vez, dependen de las correspondientes temperaturas. Muchos investigadores, especialmente Wegener, explican el gran tamaño de las piedras de granizo basándose en su rápido crecimiento por sublimación, al llegar a las capas inferiores de la atmósfera con temperaturas sensiblemente más bajas que las del ambiente.

Por otro lado, los cambios volumétricos y de estado que pueden producirse en los gránulos antes de alcanzar la superficie terrestre, están ligados a otras condiciones físicas del aire además de la humedad y temperatura, como son su densidad, viscosidad y tipo de movimientos. Normalmente, al desprenderse de las bases nubosas, se van encontrando con capas de gran humedad que va decreciendo hacia abajo, y comienzan aumentando de volumen por sublimación del vapor, puesto que al tener temperaturas bastante inferiores a las del ambiente sus *humedades equivalentes* tienen valores elevados, y el crecimiento se mantiene hasta que estas *humedades* se hacen inferiores a cien. Los consiguientes calores latentes de sublimación elevan al mismo tiempo hasta cero grados centigrados las temperaturas superficiales de los esferocristales, que comienzan a fundirse absorbiendo calor, y al alcanzar alturas en que esas *humedades equivalentes,* referidas ya al agua líquida, resultan inferiores a cien, comienza la evaporación de las capas superficiales, favorecida por la velocidad de caída y por las corrientes ascendentes del aire, lo cual obliga a una disminución de temperatura y explica que las piedras de granizo puedan llegar tan frías al suelo.

Limitándonos al estudio de los gránulos con radio superior a tres milímetros, es lícito suponer que al iniciarse la fusión no permanece la delgada capa líquida superficial adherida al núcleo de hielo, teniendo en cuenta la enorme ventilación a que se encuentran sometidos, por lo cual estaremos dentro del caso de cuerpos sólidos esféricos con volumen variable y superficie lisa, sumergidos en corrientes gaseosas a distinta temperatura. Los radios de esos núcleos pueden aumentar por congelación al enfriarse o disminuir por fusión al calentarse. Estas variaciones dependerán, en primer lugar, de las diferencias entre las temperaturas de su superficie T_s, y las del ambiente T, pues si, como es normal en las granizadas más frecuentes de nuestras latitudes, las primeras son inferiores a las segundas, se producirá calentamiento y disminución del volumen de los gránulos por fusión, y en los casos contrarios aumento de volumen por congelación.

Por otra parte, tendrán decisiva intervención en las variaciones volumétricas de los esferocristales, durante sus recorridos fuera de las zonas nubosas que los engendraron, los valores de la densidad del vapor de agua en el aire de alrededor de ρ' y del vapor saturante a la temperatura superficial del gránulo ρ'_s, puesto que, según que los primeros sean mayores o menores que los segundos, se producirán aumentos o disminuciones, respectivamente, de sus volúmenes a costa o a favor del contenido en vapor de agua del aire.

Para estudiar aquellos cambios térmicos entre esferocristales y ambiente, podemos hacer intervenir el coeficiente local de transmisión del calor por convección forzada $\alpha\ (x)$ y el flujo calorífico $q\ (x)$ o cantidad de calor transmitida desde el aire a la superficie del gránulo, cuando entre ambas existe la diferencia térmica $\Delta\ T = T - T_s$, en los puntos de coordenada esférica x, por unidad de área y en cada unidad de tiempo, como hacemos en nuestro trabajo "Transformaciones físicas de los esferocristales en las granizadas" *(a)*.

En este trabajo demostramos que se puede calcular el calentamiento medio q del esferocristal en ei tiempo dt, a través de la capa limítrofe térmica que se forma a su alrededor, conociendo las magnitudes de ese coeficiente, o lo que es lo mismo los valores medios del *número de Nusselt* de expresión

$$\mathrm{N}u = \frac{v \,.\, \mathrm{d}}{k} \qquad [1]$$

(donde d es el diámetro del gránulo y k el coeficiente de conductividad térmica del aire), o del *número de Reynolds:*

$$\mathrm{R}e = \frac{v \,.\, \mathrm{d}}{\nu} \qquad [2]$$

por medio de la ecuación

$$4 \pi r^2 q \,.\, \Delta \mathrm{T} \,.\, d t = \mathrm{A}\, k\, \nu^{-\frac{1}{2}}\, v^{\frac{1}{2}}\, r^{\frac{3}{2}}\, \Delta \mathrm{T} \,.\, d t \qquad [3]$$

en la cual r es el radio medio del gránulo, A una constante numérica y ν y v la viscosidad cinética del aire y su velocidad relativa a dicha partícula, respectivamente.

Comprobamos la lógica de este resultado calculando el calentamiento superficial del esferocristal, por conducción a través de la correspondiente capa limítrofe térmica, e introduciendo un factor correctivo de velocidad al objeto de tener en cuenta las influencias de v en los intercambios térmicos que consideramos. El espesor medio δ_{T} de esta capa lo determinamos en función del espesor δ de la capa limítrofe dinámica, conociendo el *número de Prandtl,* que para el aire tiene el valor 0,7. La magnitud de δ la hallamos como media aritmética de la que establece la teoría de Tomotika *(b),* y de su expresión para flujo laminar a lo largo de un cilindro, que es aplicable con suficiente aproximación a casos de cuerpos esféricos. Respecto al factor correctivo de velocidad, adoptamos la forma introducida por Frössling *(c).*

$$\mathrm{F}\,(v) = 1 + 0{,}276 \left(\frac{\mathrm{K}}{\nu}\right)^{-\frac{1}{3}} . \,(\mathrm{R}e)^{\frac{1}{2}} \qquad [4]$$

en la cual K es el coeficiente de difusión del vapor de agua. Ahora bien, este coeficiente, de acuerdo con *(d),* está relacionado con el de resistencia c (que puede tomarse constante en los casos que estudiamos) y con ν por medio de la ecuación

$$\frac{c}{2} = \mathrm{D} \left(\frac{\nu}{\mathrm{K}}\right)^{\frac{2}{3}} = \mathrm{D} \,.\, \mathrm{S}^{\frac{2}{3}} \qquad [5]$$

donde D es el *número de transporte de masa,* referido al vapor de agua en aire y S el *número de Schmidt*. De (5) y de las conocidas expresiones de estos números fundamentales se deduce:

$$K = -\frac{c^3}{8} \frac{(\rho'_s - \rho')^3}{\left(\frac{\partial \rho'}{\partial y}\right)^3} \cdot \frac{v^3}{\nu^2} \qquad [6]$$

en que ρ' es la densidad del vapor en el aire alrededor del gránulo, ρ'_s la del vapor saturante a la temperatura de su superficie, y $\frac{\partial \rho'}{\partial y}$ la variación infinitesimal de ρ', junto a ella y en dirección normal. Además, en la difusión que estamos tratando, el *número de Lewis* tiene un valor muy próximo a la unidad, luego pueden tomarse iguales el espesor medio δ' de la capa límite de difusión del vapor en el aire, y el que determinamos para la capa limítrofe térmica. Adoptando para v la expresión de la velocidad terminal del gránulo, deducida del valor aproximado que tiene en función de Re (c):

$$v = 2\left(\frac{2}{3} \frac{\rho_e \, g r}{\rho \, c}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad [7]$$

tendremos para δ' la fórmula

$$\delta' = B\nu^{\frac{1}{2}} \left(\frac{c \, \rho \, r}{\rho_e \, g}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad [8]$$

siendo B una constante numérica, ρ_e la densidad media del esferocristal, y g la aceleración de la gravedad. Por tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones [4] y [6], nos resulta simplemente:

$$F(v) = 1 - \frac{0{,}118}{c} \qquad [9]$$

En resumen, el calentamiento superficial de la partícula por conducción, a través de la correspondiente capa limítrofe térmica, a causa de la diferencia ΔT de temperaturas y en el tiempo dt, viene dado por la expresión:

$$4\pi \, r^2 k \frac{\Delta T}{\delta_T} \, . \, F(v) \, . \, dt = A' \, . \, k\nu^{-\frac{1}{2}} \, v^{\frac{1}{2}} \, r^{\frac{3}{2}} \, . \, \Delta T \, . \, dt \qquad [10]$$

que solamente difiere de la [3] en el valor de la constante A′.

Por otro lado, podemos escribir la siguiente fórmula, para representar el efecto calorífico de la condensación del vapor sobre el gránulo, o de la evaporación de su superficie líquida:

$$4\pi r^2 K L \left(\frac{\rho' - \rho'_s}{\delta'} \right) \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) \qquad [11]$$

En esta ecuación, L es el calor latente de condensación, suponiendo que el término correctivo debido al efecto de ventilación es el mismo que el determinado anteriormente, con lo cual la ecuación diferencial general que representa los intercambios térmicos entre aire y esferocristal será:

$$4\pi r^2 \rho_e \lambda \frac{dr}{dt} = \left[4\pi r^2 k \left(\frac{T_s - T}{\delta T} \right) + 4\pi r^2 K L \left(\frac{\rho' - \rho'_s}{\delta'} \right) \right] \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) \qquad [12]$$

con el primer miembro, donde λ es el calor latente de fusión o de congelación, expresando el correspondiente calentamiento o enfriamiento.

Esta expresión, al simplificarse teniendo en cuenta que

$$k (T_s - T) = K L (p' - p'_s) \qquad [13]$$

puede adoptar la forma:

$$\rho_e \lambda \frac{dr}{dt} = 2k \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) \left(\frac{T_s - T}{\delta T} \right) \qquad [14]$$

o bien:

$$\rho_e \lambda \frac{dr}{dt} = 2K \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) L \left(\frac{\rho' - \rho'_s}{\delta'} \right) \qquad [15]$$

ya que hemos visto que es lícito tomar iguales los espesores medios de las capas limítrofes, térmica y de difusión, del vapor en el aire. Puesto que estos espesores son:

$$\delta T = \delta' = 6,54 \left(\frac{\nu r}{v} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad [16]$$

tendremos, sustituyendo respectivamente, en [14] y [15]:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2k}{\rho_e \lambda} \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) \frac{1}{6,54} \left(\frac{v}{\nu r} \right)^{\frac{1}{2}} (T_s - T) \qquad [17]$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2K}{\rho_e \lambda} \left(1 - \frac{0,118}{c} \right) \frac{L}{6,54} \left(\frac{v}{\nu r} \right)^{\frac{1}{2}} (\rho' - \rho'_s \qquad [18]$$

En la práctica se puede muchas veces, tomando valores medios para la velocidad v y las constantes físicas que figuran en estas ecuaciones, o conociendo las leyes aproximadas de sus cambios temporales, determinar las variaciones en los radios de los esferocristales con el tiempo, como funciones de las temperaturas T y T_s, o de las densidades de vapor de agua ρ' y ρ'_s, por medio de las siguientes ecuaciones, respectivamente:

$$\int_{r_o}^{r_t} r^{\frac{1}{2}} . dr = \int_{o}^{t} M \frac{k}{\rho_e \lambda} \left(\frac{v}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} (T_s - T) . dt \qquad [19]$$

$$\int_{r_o}^{r_t} r^{\frac{1}{2}} . dr = \int_{o}^{t} M \frac{KL}{\rho_e \lambda} \left(\frac{v}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} (\rho' - \rho'_s) . dt \qquad [20]$$

en las que M es la constante numérica:

$$M = 2 \left(1 - \frac{0,118}{c}\right) \frac{1}{6,54}.$$

Si queremos precisar más podemos sustituir la velocidad v por el valor [7], y tendremos:

$$\int_{r_o}^{r_t} r^{\frac{1}{4}} . dr = \int_{o}^{t} M_1 \frac{k g^{\frac{1}{4}}}{\rho_e^{\frac{3}{4}} \lambda \nu^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{4}}} (T_s - T)\, dt \qquad [21]$$

$$\int_{r_o}^{r_t} r^{\frac{1}{4}} . dr = \int_{o}^{t} M_1 \frac{KL}{\rho_e^{\frac{3}{4}} \lambda \nu^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{4}}} (\rho' - \rho'_s) . dt \qquad [22]$$

siendo M_1 la constante numérica:

$$M_1 = 2 . \frac{2^{\frac{1}{2}}}{6,54} \left(1 - \frac{0,118}{c}\right) \left(\frac{2}{3c}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Todas estas integrales inmediatas deben emplearse para calcular los valores que pueden alcanzar los radios medios de los esferocristales con magnitud inicial r_o, a un cierto nivel, por ejemplo, en la base de un cumulonimbo, al cabo de un tiempo t determinado.

Finalmente, si se conoce o puede preverse la velocidad media v_a de la corriente ascendente del aire, a cada nivel, los gránulos tardarán en recorrer la distancia vertical dz un tiempo:

$$dt = \frac{dz}{v - v_a} \qquad [23]$$

por lo cual los radios r_z de las partículas, de valor inicial r_o, que descienden la distancia z con velocidad media v función del radio, vendrán determinados por las siguientes ecuaciones, resultantes de hacer los correspondientes cambios de variable en [19] y [20].

$$\int_{r_o}^{r_z} (v - v_a)\, r^{\frac{1}{2}} \,.\, dr = \int_o^z \mathrm{M} \frac{k}{\rho_e \lambda} \left(\frac{v}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} (\mathrm{T}_s - \mathrm{T}) \,.\, dz \qquad [24]$$

$$\int_{r_o}^{r_z} (v - v_a)\, r^{\frac{1}{2}} \,.\, dr = \int_o^z \mathrm{M} \frac{\mathrm{KL}}{\rho_e \lambda} \left(\frac{v}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} (\rho' - \rho'_s) \,.\, dz \qquad [25]$$

Si en las [21] y [22] hacemos la sustitución:

$$dt = \frac{dz}{2\left(\frac{2}{3} \frac{\rho_e\, g}{\rho\, c}\, r \right)^{\frac{1}{2}} - v_a} \qquad [26]$$

resultarán otras dos ecuaciones:

$$\int_{r_o}^{r_z} \left[\left(\frac{2}{3} \frac{\rho_e\, g}{\rho\, c}\, r \right)^{\frac{1}{2}} - v_a \right] r^{\frac{1}{4}}\, dr = \int_o^z \frac{\mathrm{M}_1}{2} \frac{k\, g^{\frac{1}{4}}}{\rho_e^{\frac{3}{4}}\, \lambda\, \nu^{\frac{1}{2}}\, \rho^{\frac{1}{4}}} (\mathrm{T}_s - \mathrm{T}) \,.\, dz \qquad [27]$$

$$\int_{r_o}^{r_z} \left[\left(\frac{2}{3} \frac{\rho_e\, g}{\rho\, c}\, r \right)^{\frac{1}{2}} - v_a \right] r^{\frac{1}{4}}\, dr = \int_o^z \frac{\mathrm{M}_1}{2} \frac{\mathrm{KL}\, g^{\frac{1}{4}}}{\rho_e^{\frac{3}{4}}\, \lambda\, \nu^{\frac{1}{2}}\, \rho^{\frac{1}{4}}} (\rho' - \rho'_s) \,.\, dz \qquad [28]$$

Las expresiones [19], [20], [21], [22] y las [24], [25], [27], [28], relacionan los radios de los esferocristales, de volumen apreciable y densidad media determinada, con los tiempos transcurridos desde un cierto instante, o con los recorridos verticales a partir de un nivel dado, por medio de contantes físicas conocidas y de variables características de las masas de aire, tales como la conductividad térmica o el coeficiente de difusión de vapor de agua, la viscosidad cinemática y la densidad, la temperatura o proporción de vapor de agua, y la velocidad ascendente.

En todos estos cálculos no hay errores apreciables al suponer que los intercambios de calor y vapor de agua se hacen en condiciones estacionarias, lo que implicaría con todo rigor equilibrio térmico y de condensación o evaporación entre la capa superficial de los gránulos y el aire ambiente, pues aunque esto no es posible en la realidad, ya que las temperaturas y humedades varían con la altura, se ha demostrado *(e)*, que los llamados "tiempos de relajación térmica" son muy pequeños, del orden de unos pocos segundos, especialmente para el tipo de partículas estudiadas.

Los sondeos termodinámicos facilitan valores de la presión, temperatura y humedad relativa del aire a cada altura, y los estudios meteorológicos y climatológicos están permitiendo llegar a calcular y predecir cada vez con mayor aproximación, haciendo uso de comprobadas hipótesis teórico-experimentales, las magnitudes de las variables mencionadas y sus variaciones en el espacio y en el tiempo. Las temperaturas superficiales de los gránulos, en particular, y por tanto también las correspondientes densidades de vapor saturante, se pueden determinar como las temperaturas del termómetro húmedo de un aspiropsicrómetro, con fórmulas, tablas o gráficos conocidos, en función de las temperaturas del aire, y de los valores respectivos de las tensiones real y máxima de su vapor de agua.

Muy recientemente *(e)*, se ha llegado a demostrar por camino distinto al nuestro, que los esferocristales desprendidos del cumulonimbo donde se han engendrado, pueden sufrir alteraciones apreciables durante el tiempo que permanecen suspendidos u oscilando en las capas aéreas inferiores, sobre todo teniendo en cuenta la frecuencia con que se registran importantes corrientes ascendentes, bajo esos tipos de nubes. Es hora de revisar, por tanto, las teorías que establecieron, hace ya unos cuantos años, como definitivo el hecho de que los gránulos no deben sufrir variaciones apreciables en sus recorridos a través del aire despejado inferior, y que, por tanto, basta determinar los volúmenes que adquieren dentro de las nubes para saber con bastante exactitud los que tendrán al llegar al suelo. Las técnicas empleadas hasta ahora para predecir los tamaños de los gránulos que alcanzan el terreno, sin tener en cuenta estas variaciones, deben ser inadecuadas o al menos incompletas.

Pues bien, creemos que nuestros estudios pueden ser aportaciones a las nuevas ideas, y en el trabajo citado, recientemente publicado, considerando casos corrientes en la naturaleza, e introduciendo datos numéricos, demostramos cuantitativamente la realidad de los hechos expuestos. Así, tomando para las variables, que figuran en los segundos miembros de la ecuación (19), valores medios acordes con los que se registran durante las granizadas veraniegas de nuestras latitudes, llegamos a la conclusión de que un esferocristal de radio inicial igual a 2 centímetros al desprenderse de la base nubosa, necesita para reducir su radio a la mitad un tiempo aproximado de once minutos, y para fundirse totalmente unos diecisiete minutos. Estos tiempos son perfectamente verosímiles, si tenemos en cuenta el orden de magnitud de las fuertes corrientes ascendentes, acompañando a las nubes de gran desarrollo vertical generadoras del granizo, y que son perfectamente capaces de mantener a los gránulos, suspendidos u oscilando en el aire inferior, durante estos intervalos de tiempo.

Suponiendo que la velocidad media de estas corrientes fuera del orden de 19 metros por segundo, normal bajo cumulonimbos en desarrollo, los gránulos de radio inicial igual a 2 centímetros, con las condiciones anteriormente supuestas, tendrían que atravesar bajo las nubes, desde el nivel en que adquirieron cero grados centigrados de temperatura superficial, un espesor medio de 672 metros, durante unos once minutos, para reducir su radio a la mitad, y habrían de recorrer una distancia vertical aproximada de 1.048 metros, en unos diecisiete minutos, para fundirse totalmente.

En fin, las fórmulas que hemos deducido pueden permitir, por aproximaciones sucesivas, aplicándolas a distintos estratos según sus condiciones físicas, y conocidas las características de los esferocristales engendrados en una nube dada (lo que puede hacerse basándose en distintos trabajos conocidos), determinar las probabilidades de que esos gránulos alcancen el terreno, o un cierto nivel, en un tiempo y con un volumen medio determinados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

(a) PALOMARES, M.: *Transformaciones físicas de los esferocristales en las granizadas.* «Revista de Geofísica», núm. 65. Madrid, 1958.

(b) MCDONALD, J. E.: *The shape and aerodynamics of large raindrops.* «Journal of Meteorology». Vol. 11, núm. 6; december 1954.

(c) JOHNSON, J. C.: *Physical Meteorology.* 1954.

(d) RIBAUD, G. y BRAUN, E.: *La convection forcée de la Chaleur.* Fuide s'ecoulant normalement a un cylindre. París, 1948.

(e) MASON, B. J.: *On the melting of hailstones.* «Quart. J. R. Meter. Soc.». Volumen 82, núm. 352. Abril 1956.

GRÁFICAS VIRGEN DE LORETO